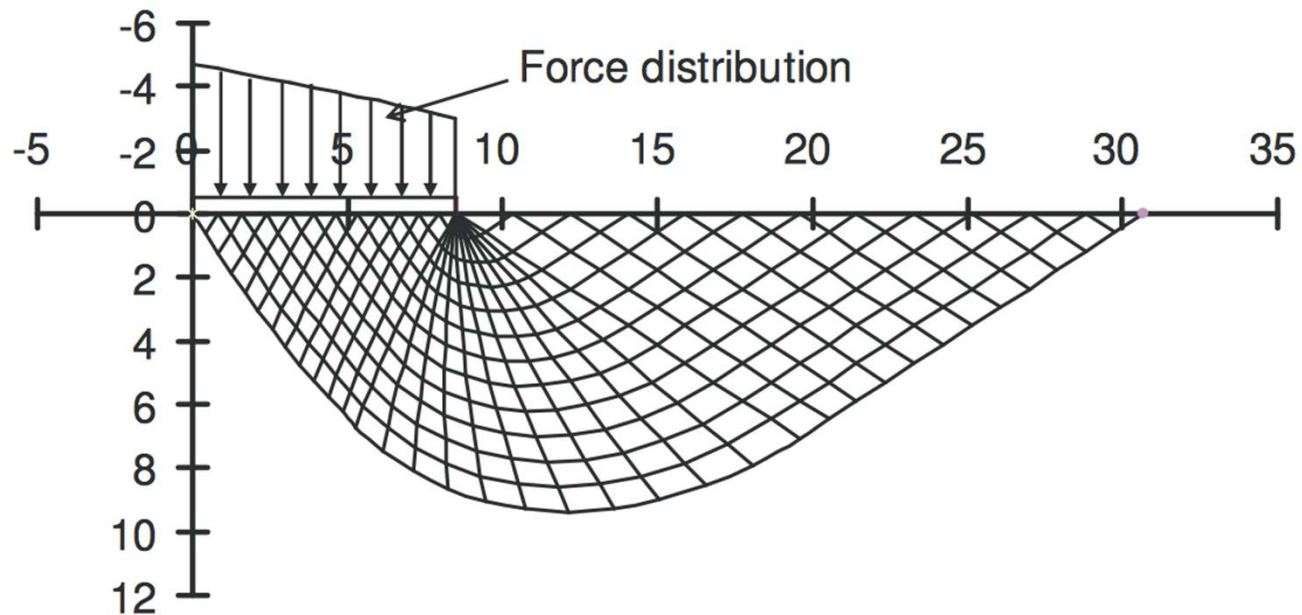


# Teoremas de estado límite



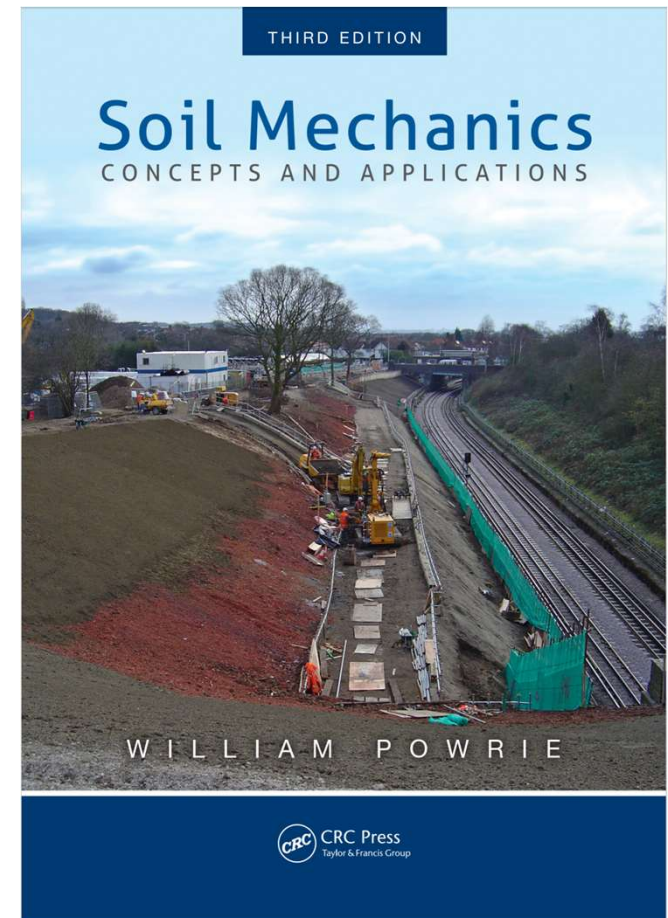
Mecánica de Suelos y Geología

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

# Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características



# Teorema de límite inferior



## Teorema de límite inferior (teorema estático)

Si se puede encontrar dentro de la masa de suelo un sistema de tensiones que esté en equilibrio con las fuerzas actuantes (externas y de peso propio) y que en ningún punto viole el criterio de falla del suelo, entonces el sistema de fuerzas representa un límite inferior de aquellas fuerzas que causarán el colapso. Cualquier error estará del lado de la seguridad ya que eventualmente podrá hallarse otro sistema de tensiones que tome fuerzas aún mayores sin violar el criterio de falla.

# Teorema de límite superior



## Teorema de límite superior (teorema cinemático)

Si se puede encontrar un mecanismo tal que el trabajo ejercido por las fuerzas actuantes (externas y de peso propio) es igual a la energía disipada por la deformación de la masa del suelo, entonces ese conjunto de fuerzas representa un límite superior de aquellas que causarán el colapso. Cualquier error estará del lado de la inseguridad ya que eventualmente podrá hallarse otro mecanismo que cause el colapso para fuerzas inferiores.

# Teorema de límites inferior y superior



## Teorema de límite inferior (teorema estático)

- Campo tensional **en equilibrio** con acciones exteriores
- Respeta ecuación constitutiva

**Reacciones menores o iguales a la de falla**

## Teorema de límite superior (teorema cinemático)

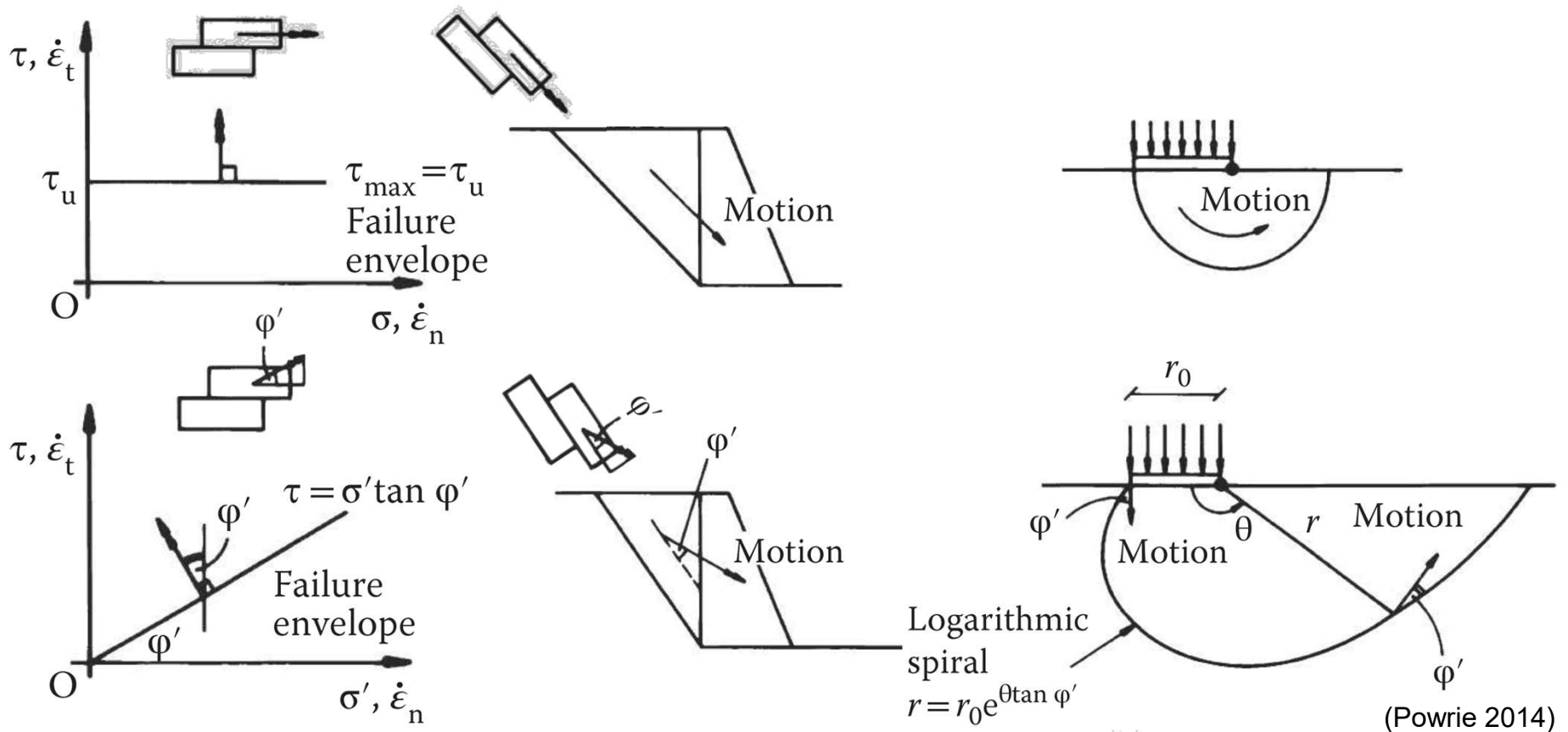
- Mecanismo con **trabajo igual a energía disipada**
- Respeta ecuación constitutiva

**Reacciones mayores o iguales a las de falla**

# Teorema superior y plasticidad asociativa



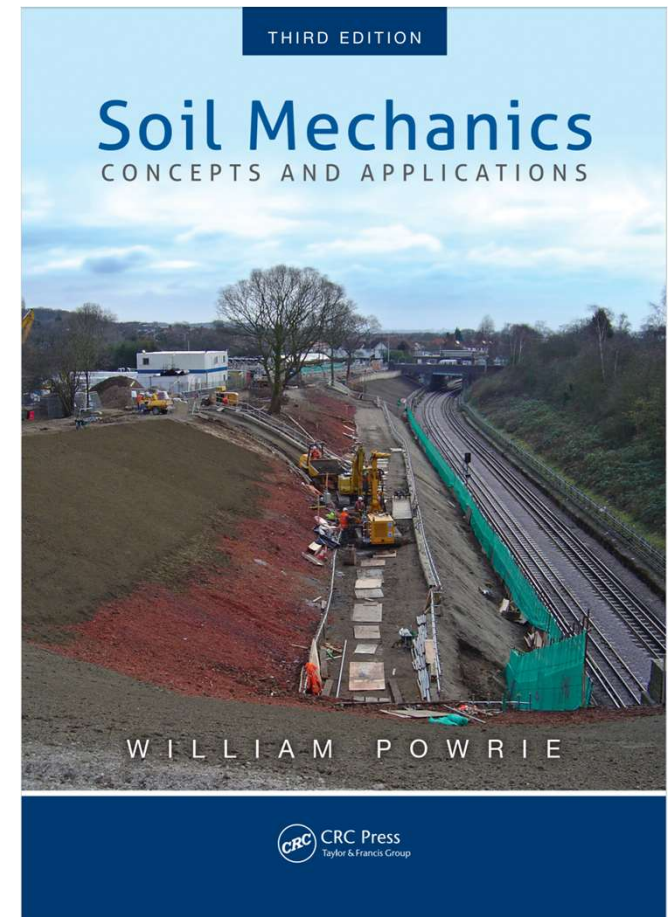
Hipótesis teorema superior: **mecanismo asociativo**



# Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características

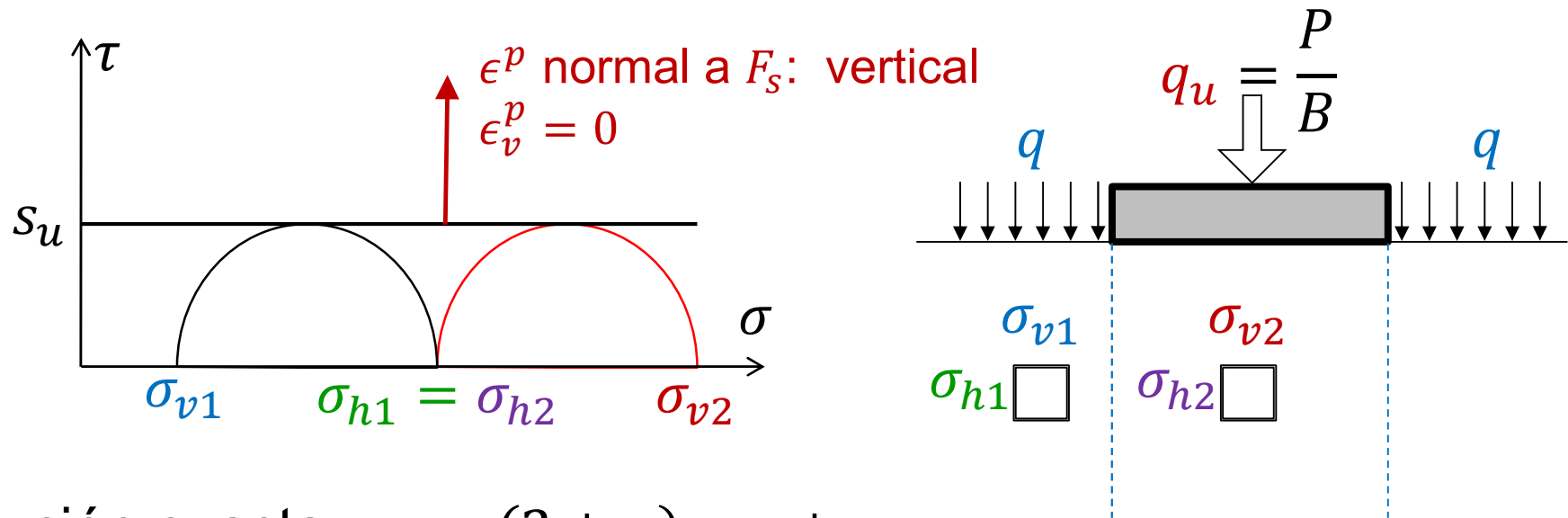




# Teorema inferior: capacidad de carga no drenada

**Campo tensional** equilibrado: Líneas punteadas  $\tau = 0$

- 1:  $\sigma_{v1} = q$ ;  $\sigma_{h1} = \sigma_{v1} + 2 \cdot s_u$
- 2:  $\sigma_{h2} = \sigma_{h1}$ ;  $\sigma_{v2} = \sigma_{h2} + 2 \cdot s_u = q_u = 4 \cdot s_u + q$



Solución exacta:  $q_u = (2 + \pi) \cdot s_u + q$

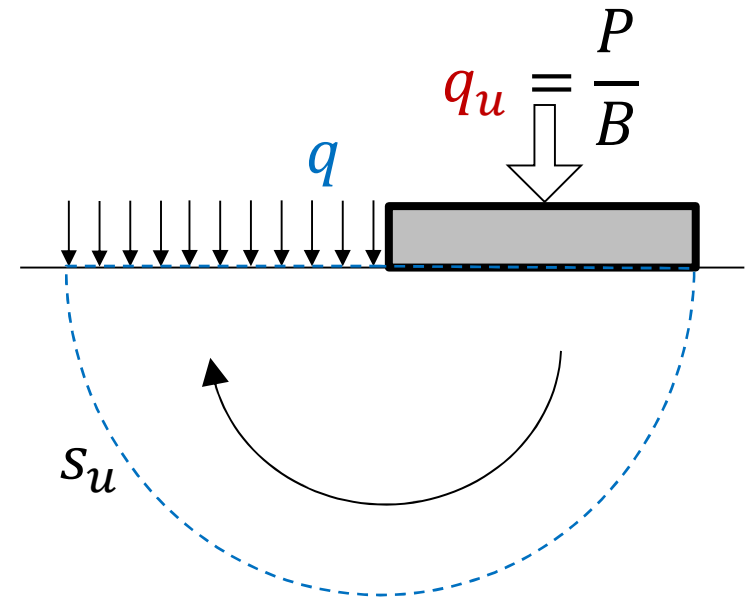


# Teorema superior: capacidad de carga no drenada

**Mecanismo cinemático:** falla circular, giro infinitesimal  $\theta$

- 1:  $W_{in} = P \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 2:  $W_{out} = (\pi \cdot B) \cdot (B \cdot \theta) \cdot s_u + q \cdot B \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 3:  $W_{in} = W_{out} \rightarrow \frac{P}{B} = q_u = 2\pi \cdot s_u + q$

Superior:  $q_u = 2\pi \cdot s_u + q$   
Exacta:  $q_u = (2 + \pi) \cdot s_u + q$   
Inferior:  $q_u = 4 \cdot s_u + q$

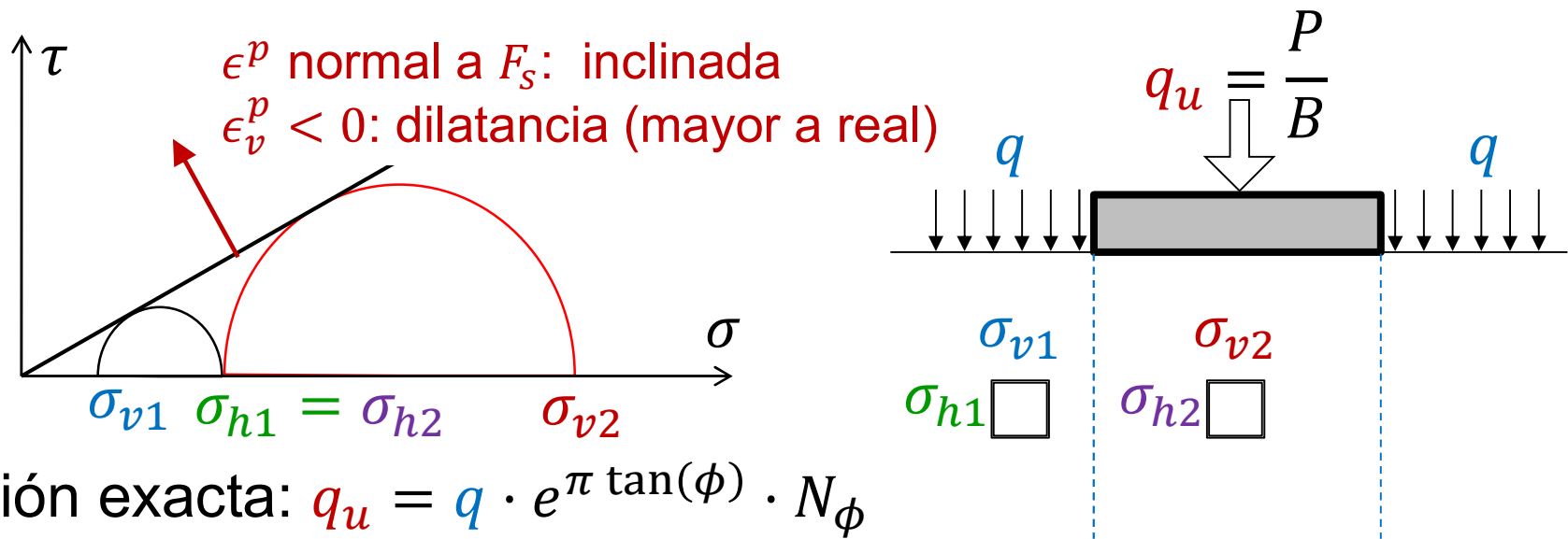




# Teorema inferior: capacidad de carga drenada

**Campo tensional** equilibrado: Líneas punteadas  $\tau = 0$

- 1:  $\sigma_{v1} = q$ ;  $\sigma_{h1} = \sigma_{v1} \cdot N_\phi$
- 2:  $\sigma_{h2} = \sigma_{h1}$ ;  $\sigma_{v2} = \sigma_{h2} \cdot N_\phi = q_u = q \cdot N_\phi^2$



Solución exacta:  $q_u = q \cdot e^{\pi \tan(\phi)} \cdot N_\phi$

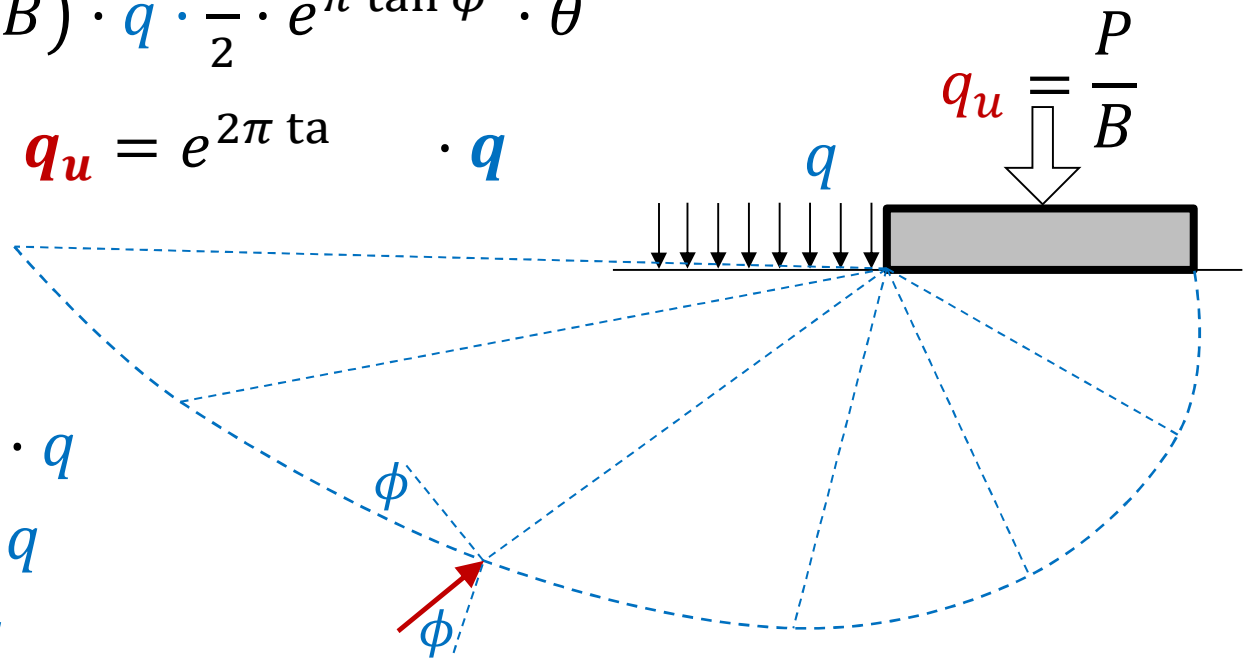


# Teorema superior: capacidad de carga drenada

**Mecanismo cinemático:** giro infinitesimal  $\theta$  con  $\phi = \psi$

$$\tan[\phi] = \frac{dr}{r d\theta} \rightarrow r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \phi} \text{ (espiral logarítmica)}$$

- 1:  $W_{in} = P \cdot \frac{B}{2} \cdot \theta$
- 2:  $W_{out} = (e^{\pi \tan \phi} \cdot B) \cdot q \cdot \frac{B}{2} \cdot e^{\pi \tan \phi} \cdot \theta$
- 3:  $W_{in} = W_{out} \rightarrow \frac{P}{B} = q_u = e^{2\pi \tan \phi} \cdot q$



Ejemplo:  $\phi = 30^\circ$

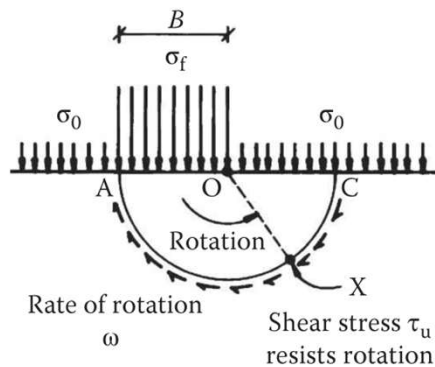
- Superior:  $q_u = 110 \cdot q$
- Exacta:  $q_u = 18 \cdot q$
- Inferior:  $q_u = 9 \cdot q$



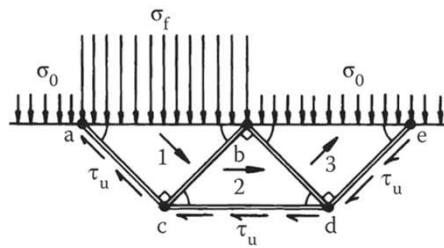
# Solución exacta: cuando el teorema estático y el cinemático coinciden

La capacidad de carga de fundaciones superficiales en condición no drenada tiene la forma  $q_u = N_c \cdot s_u + q$

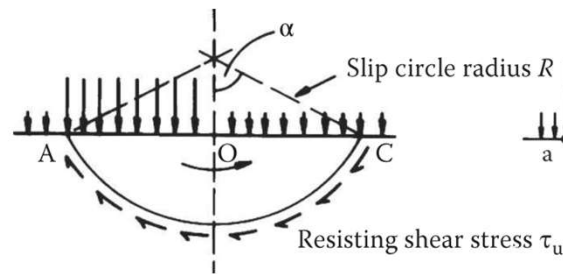
- Teorema estático:  $4.00 < N_c < 5.14$
- Teorema cinemático:  $5.14 < N_c < 6.28$



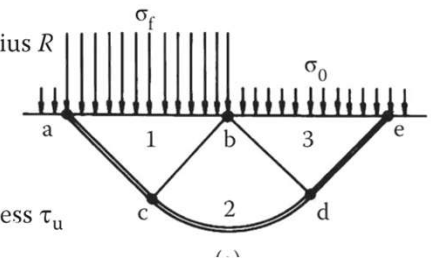
$$N_c = 2\pi = 6.28$$



$$N_c = 6.00$$



$$N_c = 5.52$$



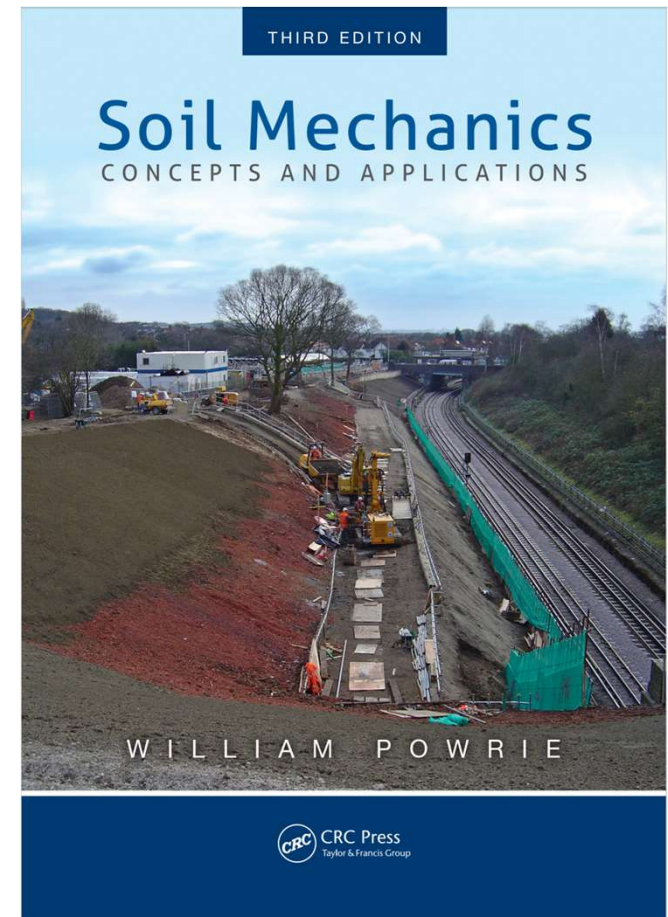
$$N_c = 2 + \pi = 5.14$$

(Powrie 2014)

# Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características





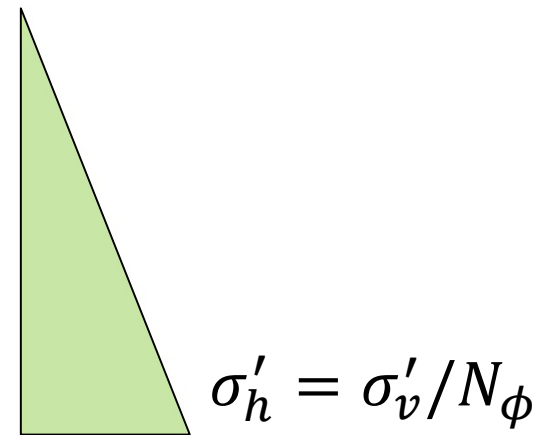
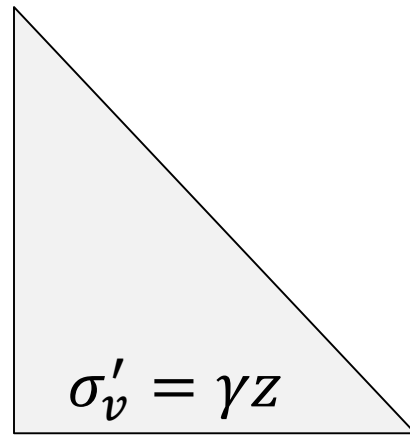
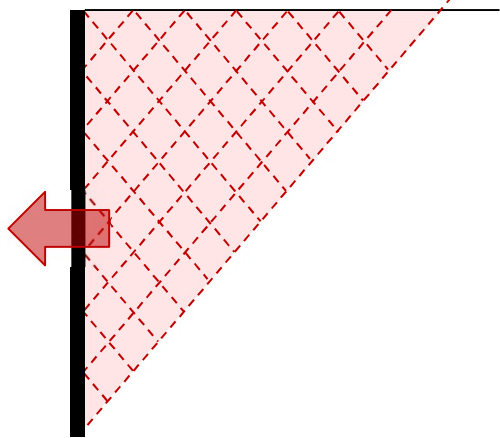
# Método de Rankine (teorema estático)

Se efectúan hipótesis que permiten determinar las tensiones

- Superficie horizontal
- Pared vertical sin fricción con el terreno

Con estas hipótesis, se integra la tensión horizontal

- $\sigma'_1 = \sigma'_3 N_\phi \rightarrow \sigma'_v = \sigma'_h N_\phi$
- $\sigma'_h[z] = \sigma'_v / N_\phi \rightarrow E_A = \int_0^h \sigma'_h[z] dz = \frac{1}{2} \gamma H^2 / N_\phi$

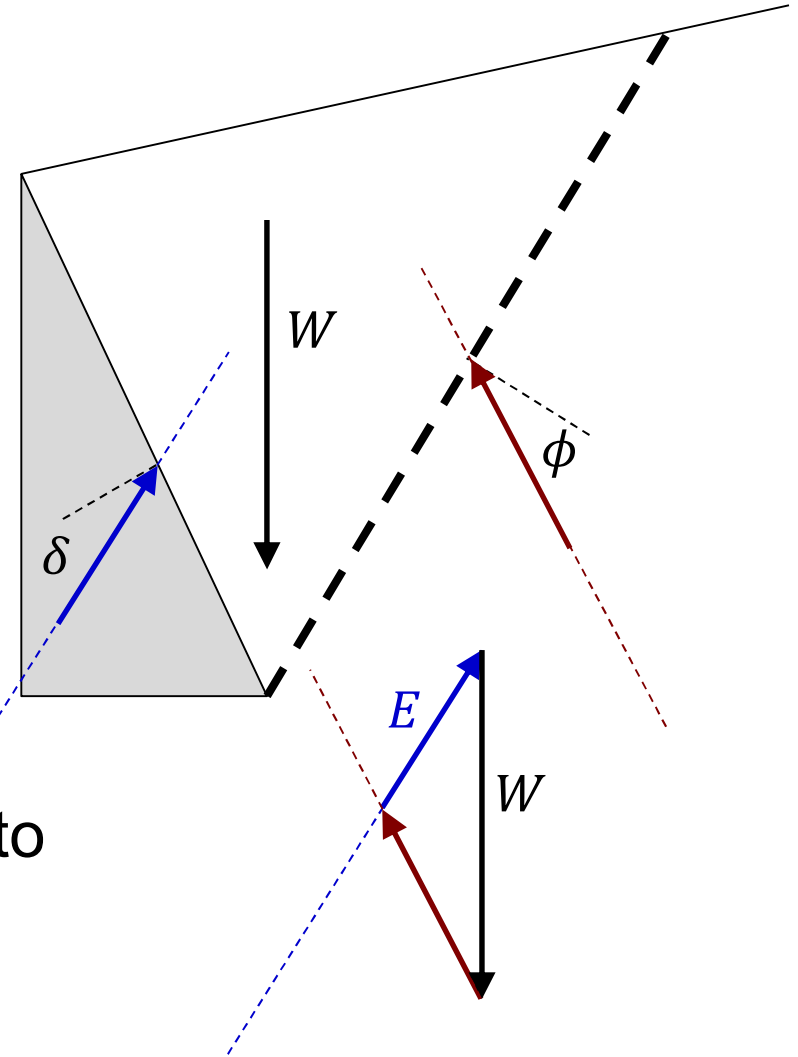


# Método de Coulomb (teorema cinemático)



## Sólo se calculan fuerzas en un plano de potencial deslizamiento

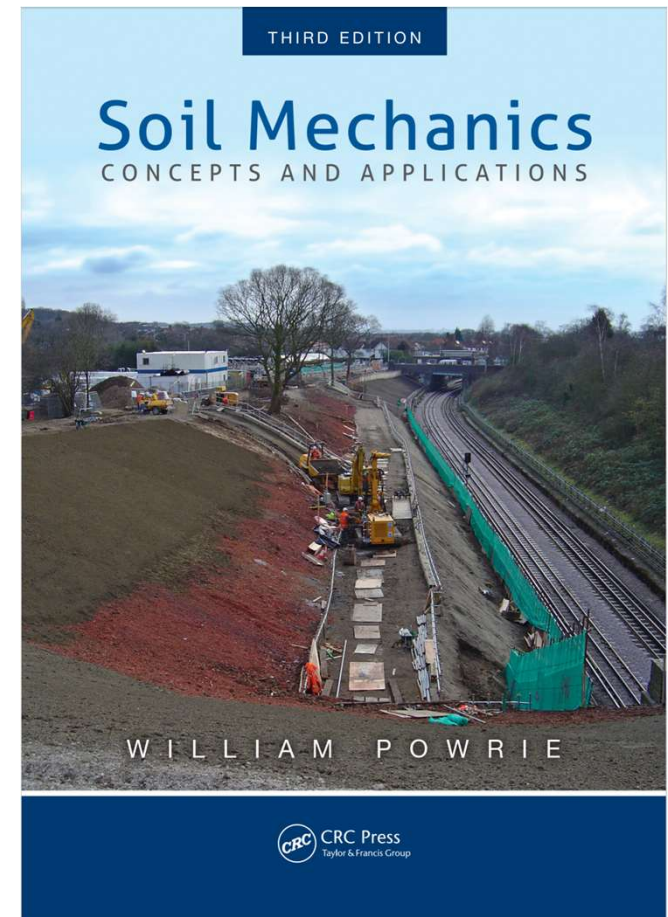
- Se plantea un plano
- Se forma el polígono de fuerzas
  - Peso propio
  - Dirección de la fricción ( $\phi$ )
  - Dirección del empuje ( $\delta$ )
- Se determina el empuje  $E$  para ese plano de potencial deslizamiento
- Se cambia el plano y se busca el empuje máximo



# Índice



- Teoremas inf-sup
- Aplicación a capacidad de carga de fundaciones
- Aplicación a empuje de suelos
- Saltos en desplazamientos y líneas características

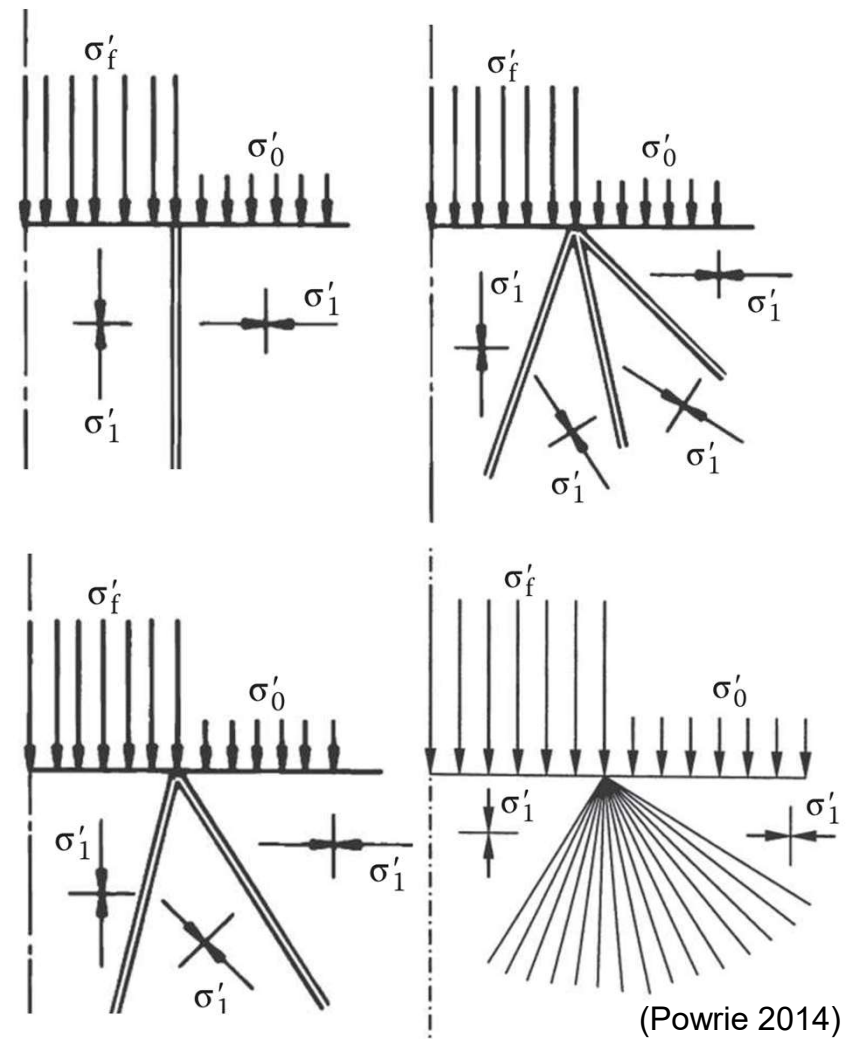
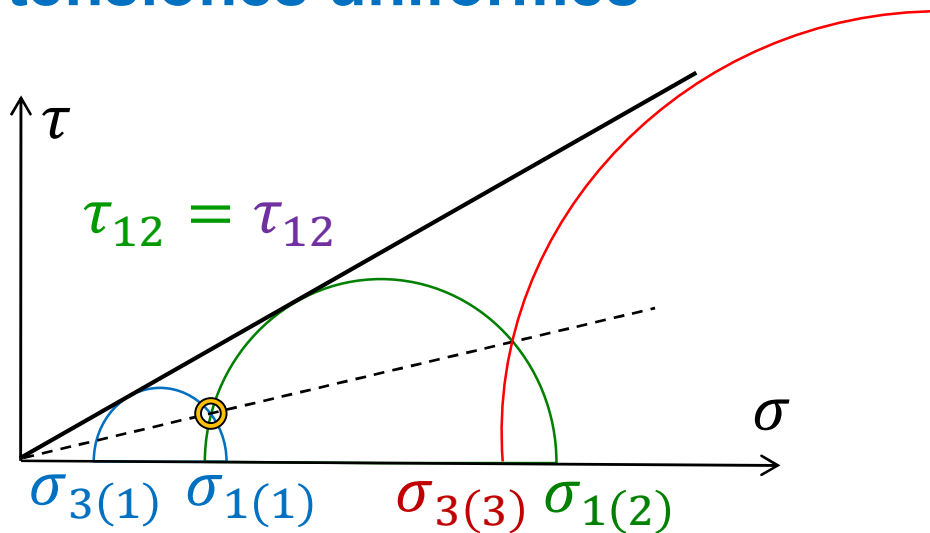


# Saltos en el campo de desplazamientos



## Líneas de discontinuidad cinemática

- Continuidad de tensiones
- Desplazamiento relativo
- **Separa zonas con tensiones uniformes**



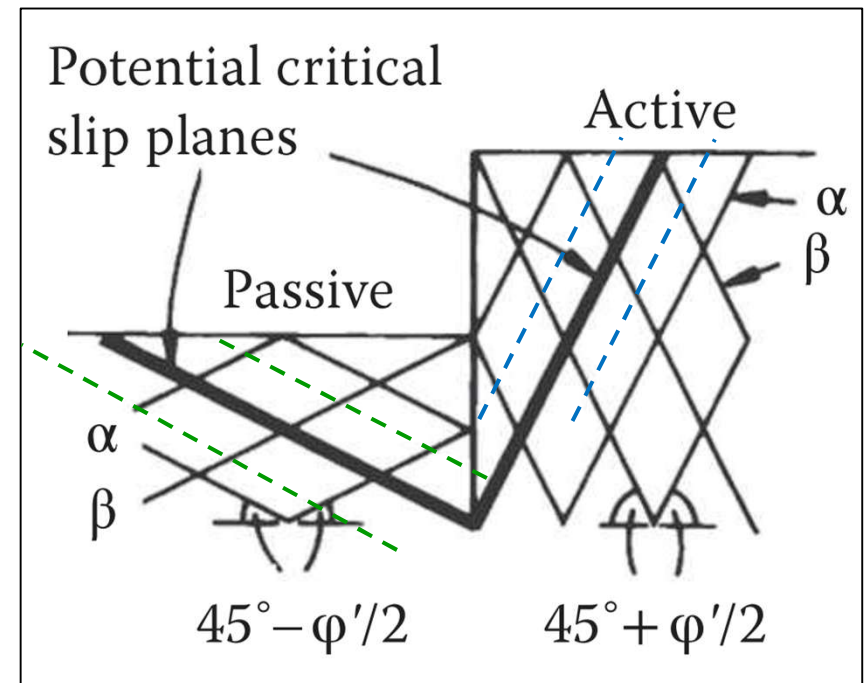
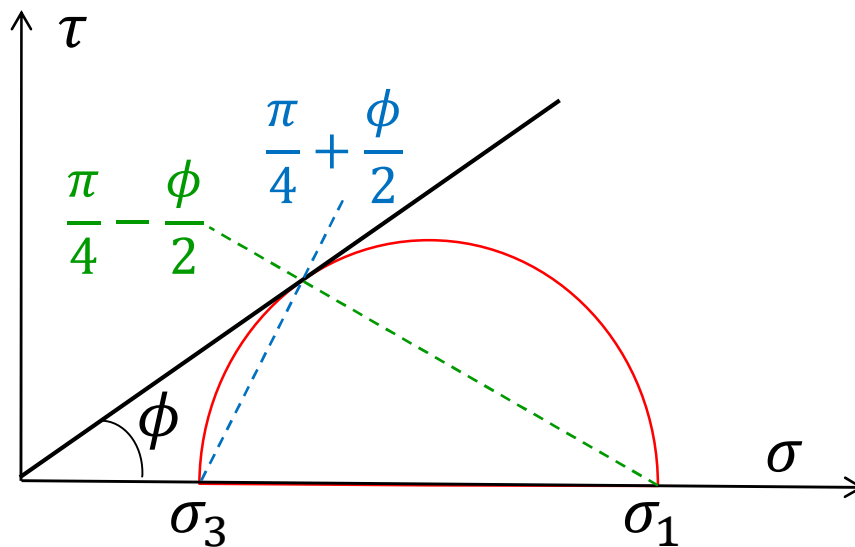
(Powrie 2014)

# Líneas características



A lo largo de estas líneas el material está en fluencia

- **Patrón continuo en toda la zona plastificada**
- Más restrictiva que saltos de desplazamiento



(Powrie 2014)

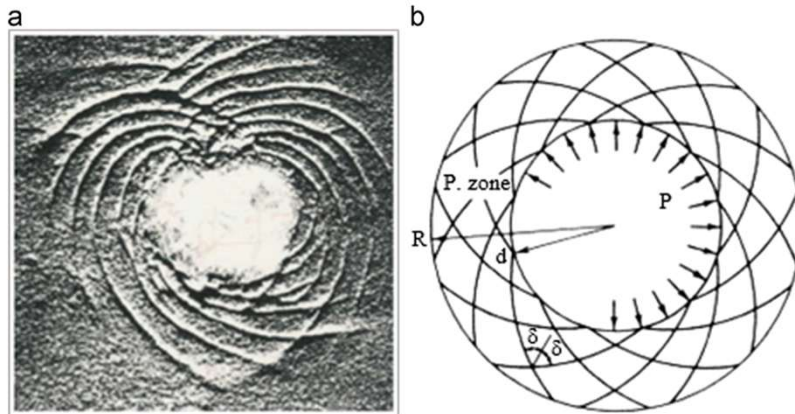


# Líneas características vs saltos de desplazamientos

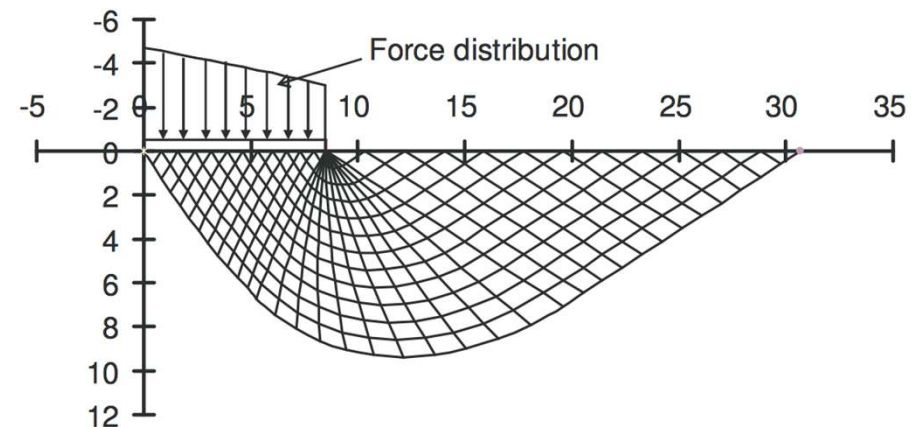
Líneas características: solución rigurosa de ecuaciones diferenciales de plasticidad

Saltos de desplazamiento: técnica analítica para cálculo de soluciones por teorema estático

**Solución exacta: líneas características = infinitos “saltos” de desplazamiento**

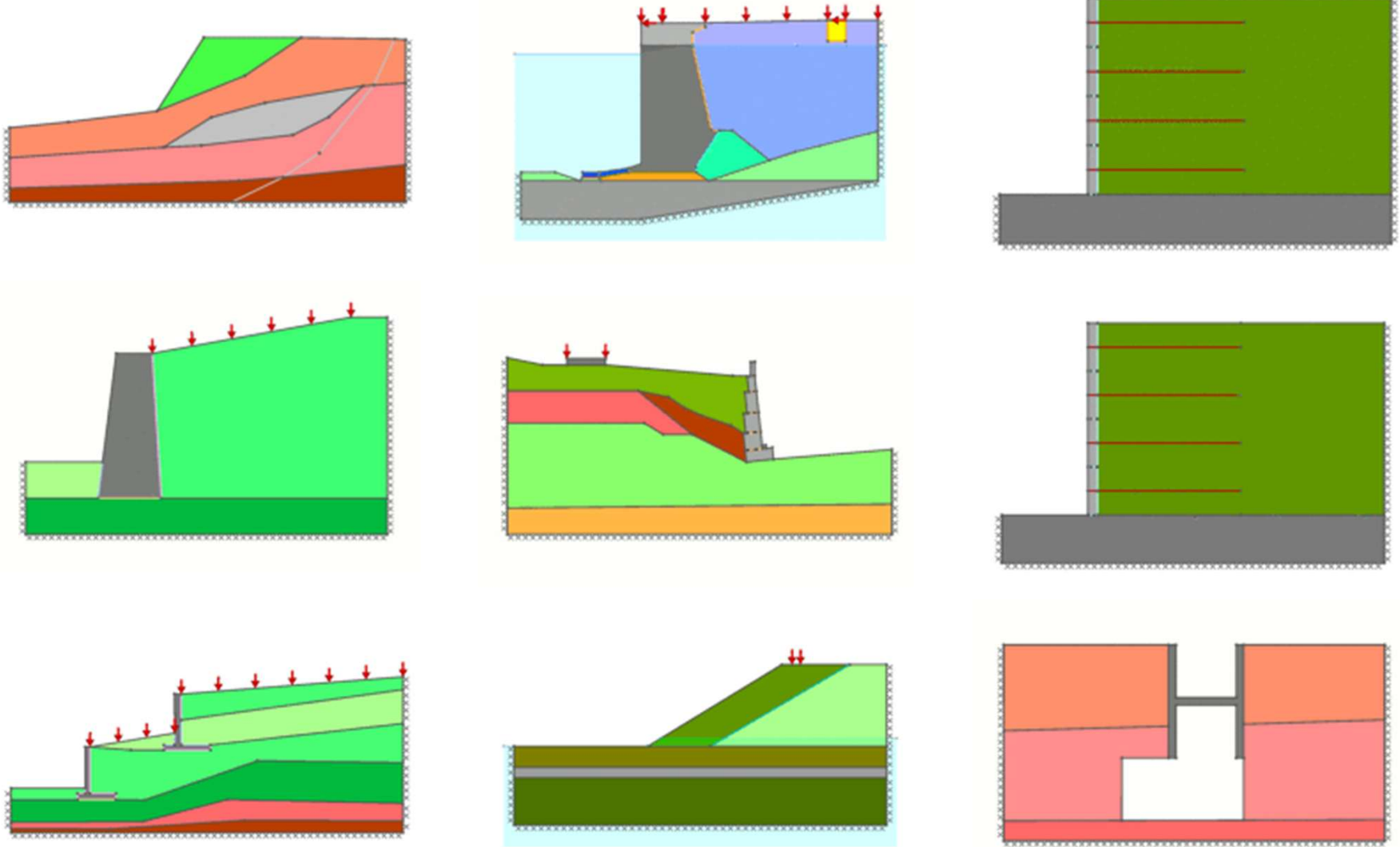


(Miller et al 2014)



(Wang 2008)

# Soluciones numéricas mediante método de líneas características



# Bibliografía



## Básica

- Powrie, W. Soil Mechanics. Concepts and Applications. 2ª Ed. Spon Press.
- Jimenez Salas et al. Geotecnia y Cimientos. Rueda

## Complementaria

- Chen, W y Liu, X. Limit analysis in soil mechanics. Elsevier
- Potts y Zdracovic. Finite element analysis in geotechnical engineering. Theldord.
- Zienkiewicz et al. Computational geomechanics. Wiley.