

Resistencia y rigidez de arenas



Mecánica de Suelos y Geología
Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

Índice



virtualuniversity.issmge.org

- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- El estado crítico
- Efecto de la presión media
- Efecto de la trayectoria de tensiones
- Relación tensión-deformación
- Ensayos drenados y no drenados de arenas

International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering

Compressibility and Consolidation of Clays:
From Lab to Field Conditions

Part of ISSMGE's webinar series **11th April 2017 @ 12 noon GMT**

Delivered by:
Serge Leroueil, PhD, Retired Professor
Department of Civil and Water Engineering
Laval University

A two day Q&A session will follow the presentation on the ISSMGE website!

Ángulo de fricción interna de volumen constante ϕ_{cv}



- Experiencia: la botella con arena
- Experiencia: el ángulo de reposo



Las formas de la arena cuando se mueve: siempre es ϕ_{cv}



Introducción al concepto de dilatancia



Los materiales friccionales cambian su volumen cuando son sometidos a tensiones de corte

Dilatancia: acoplamiento entre $\Delta\tau$ y $\Delta\epsilon_v$

Caminando en la playa

- El pie “**comprime**” la arena
- La arena se “seca” alrededor del pie (por un ratito)
- ¿Qué ocurre? **La arena aumenta su volumen** (dilata) y absorbe agua en el proceso



3.bp.blogspot.com/.../Dilatant+Sand
+Bastendorf+Beach+Oregon.jpg



La teoría tensión-dilatancia y la mecánica de suelos de estado crítico

La mecánica de suelos moderna se basa en relacionar resistencia con cambio de volumen

- Interpretación incorrecta: $\tau/\sigma = \tan[\phi]$
 - **Los suelos resisten más cuando dilatan**

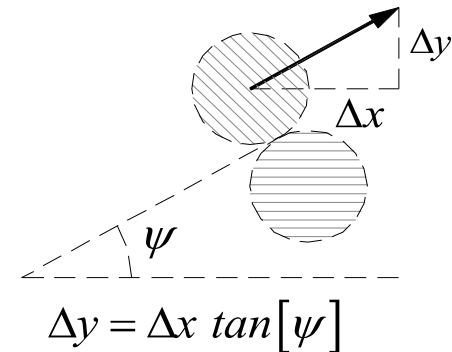
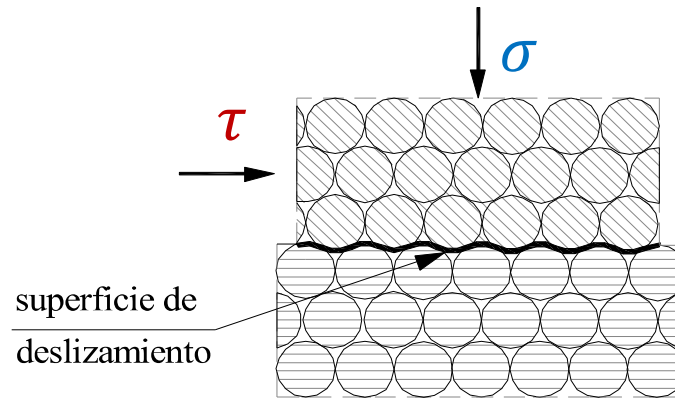
- Balance de trabajo:
 $\tau\Delta x = \mu\sigma\Delta x + \sigma\Delta y$

- Dividiendo por σ :
 $\tau/\sigma = \mu + \Delta y/\Delta x$

- Entonces

$$\tan[\phi] = \tan[\phi_{cv}] + \tan[\psi]$$

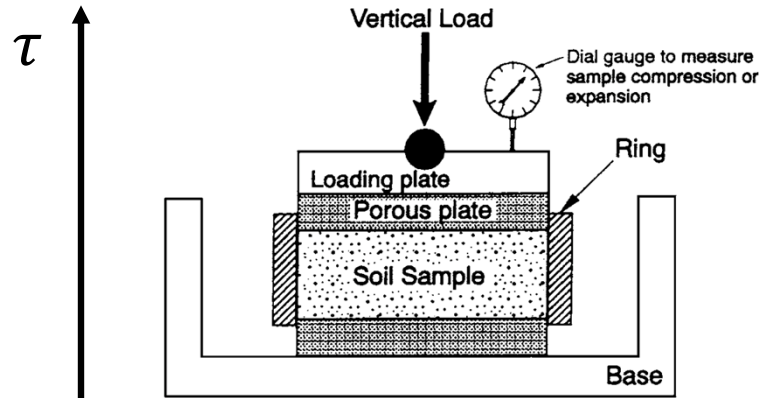
- **Los suelos resisten más porque dilatan**



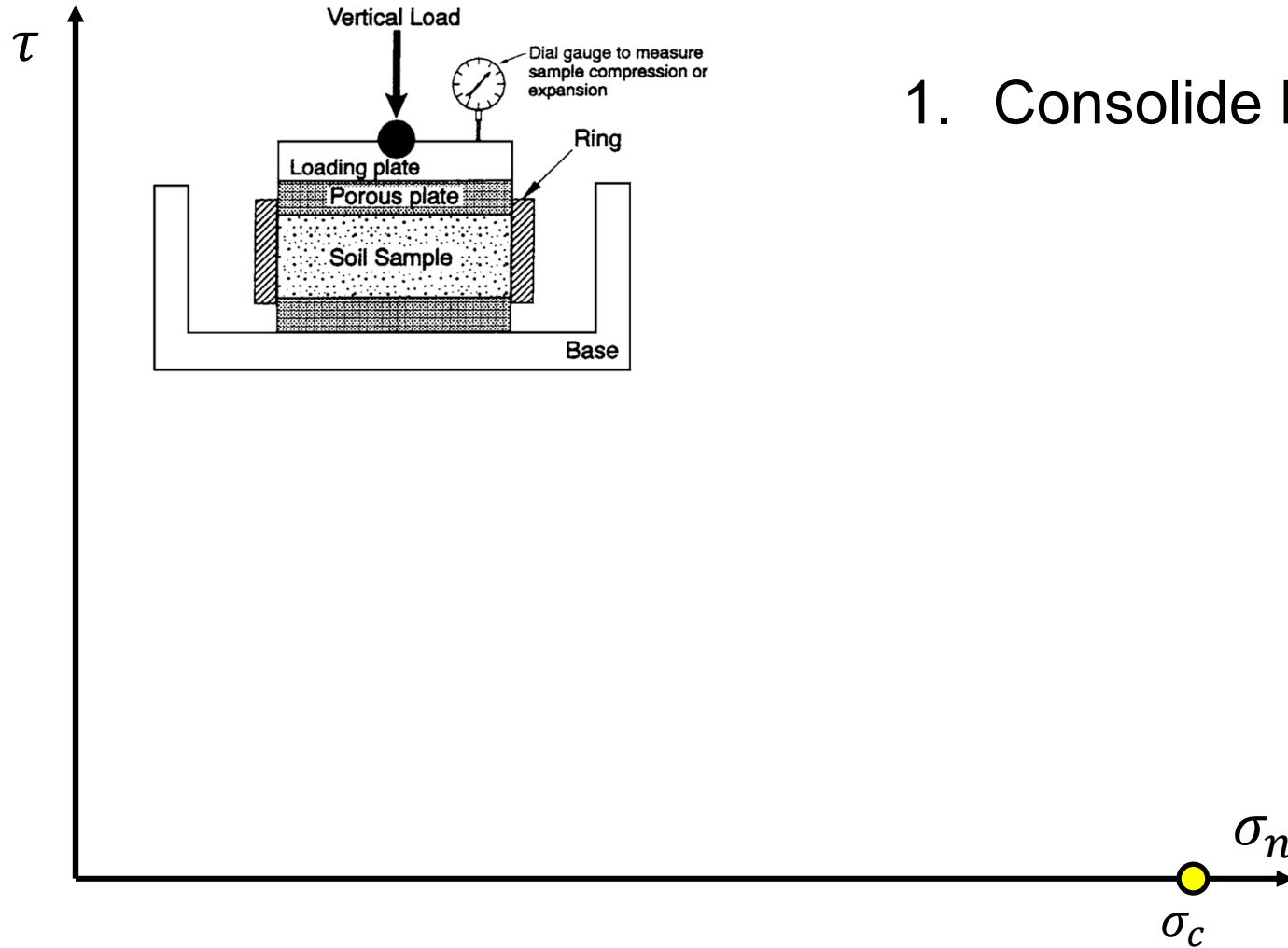
$$\Delta y = \Delta x \tan[\psi]$$

(Taylor 1948)

Interpretación correcta del ensayo de corte directo

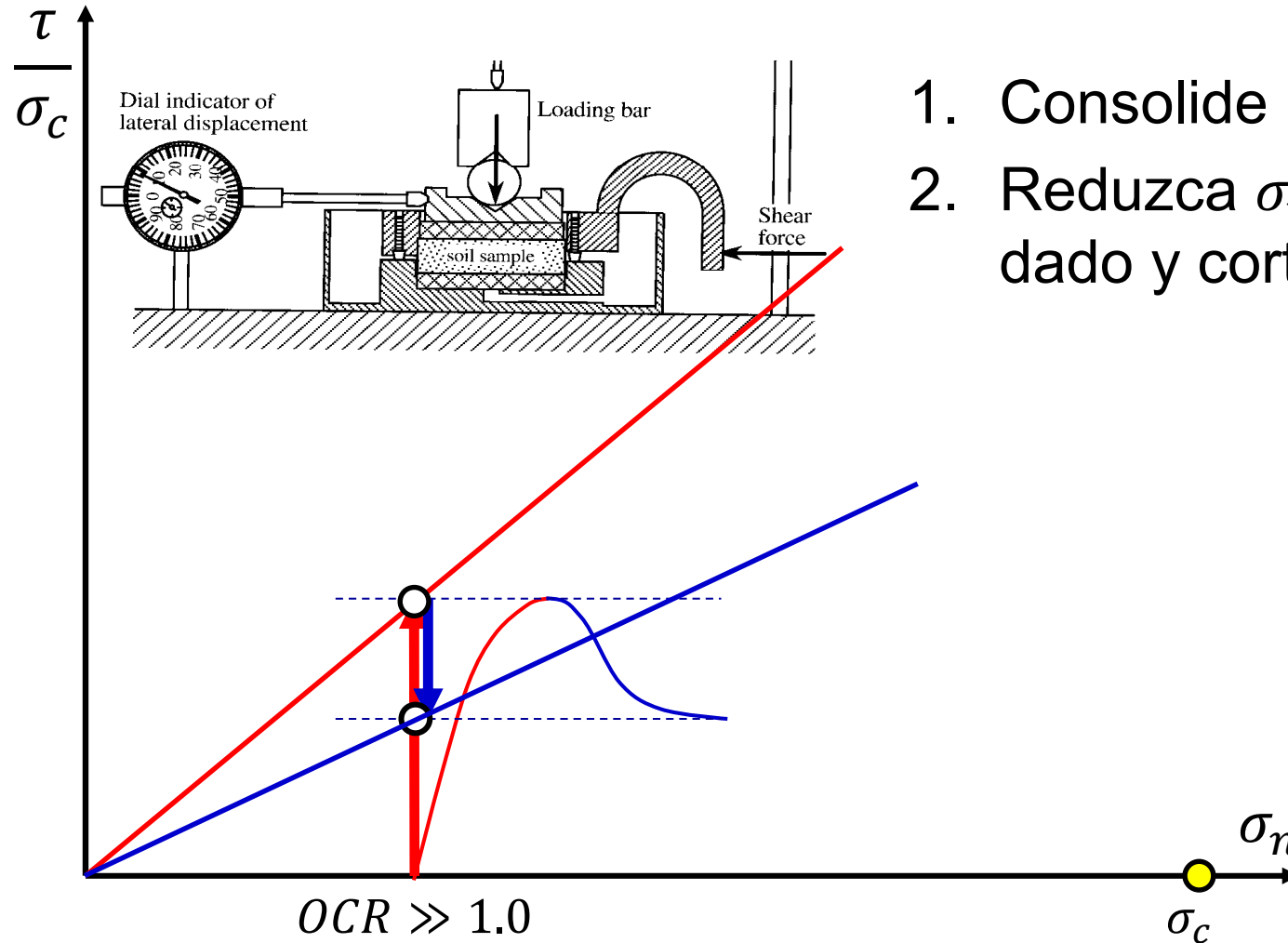


1. Consolide hasta σ_c



(Mitchell 1996)

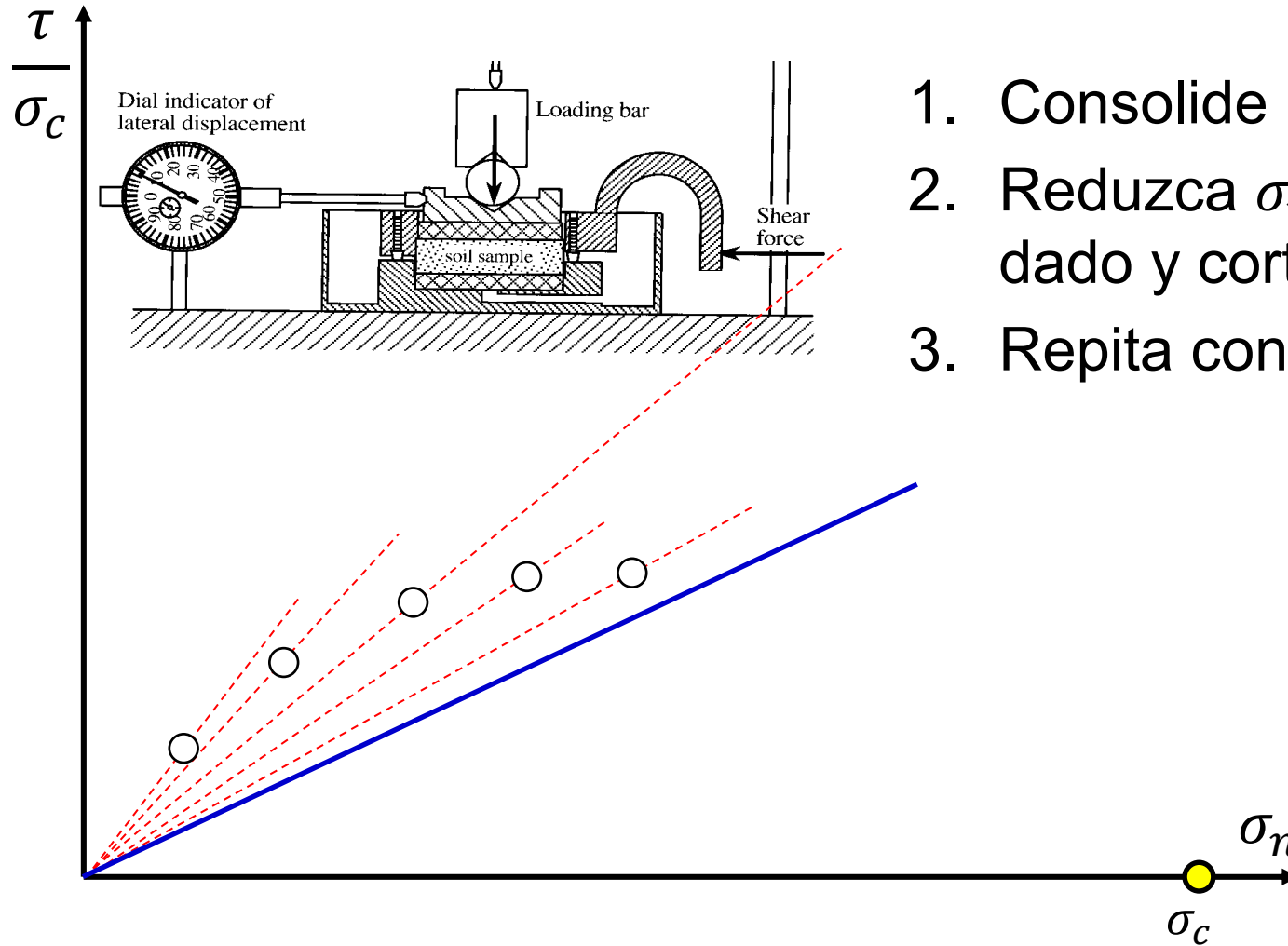
Interpretación correcta del ensayo de corte directo



1. Consolide hasta σ_c
2. Reduzca σ_n hasta un OCR dado y corte hasta la falla

(Mitchell 1996)

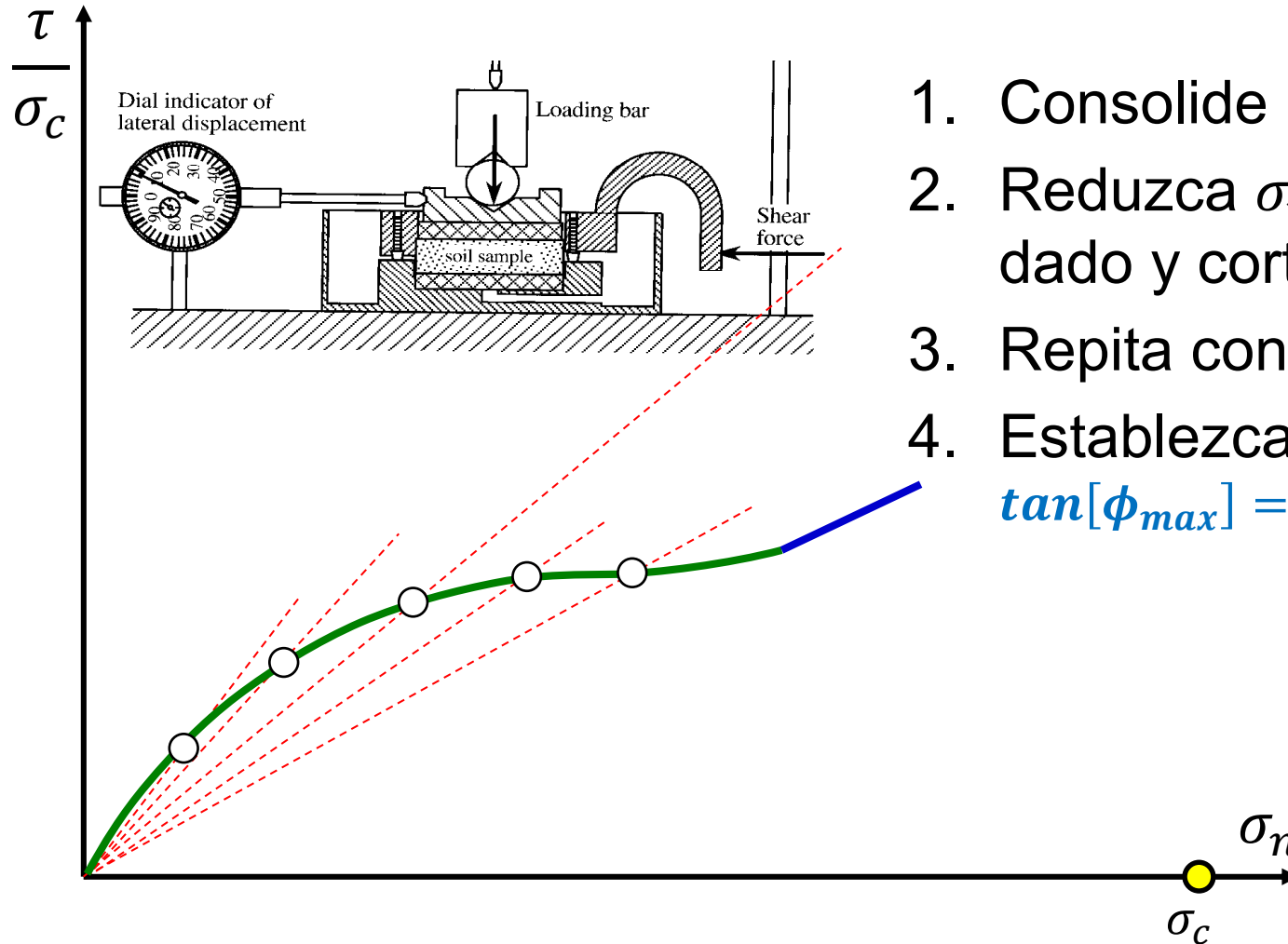
Interpretación correcta del ensayo de corte directo



1. Consolide hasta σ_c
2. Reduzca σ_n hasta un OCR dado y corte hasta la falla
3. Repita con distintos OCR

(Mitchell 1996)

Interpretación correcta del ensayo de corte directo

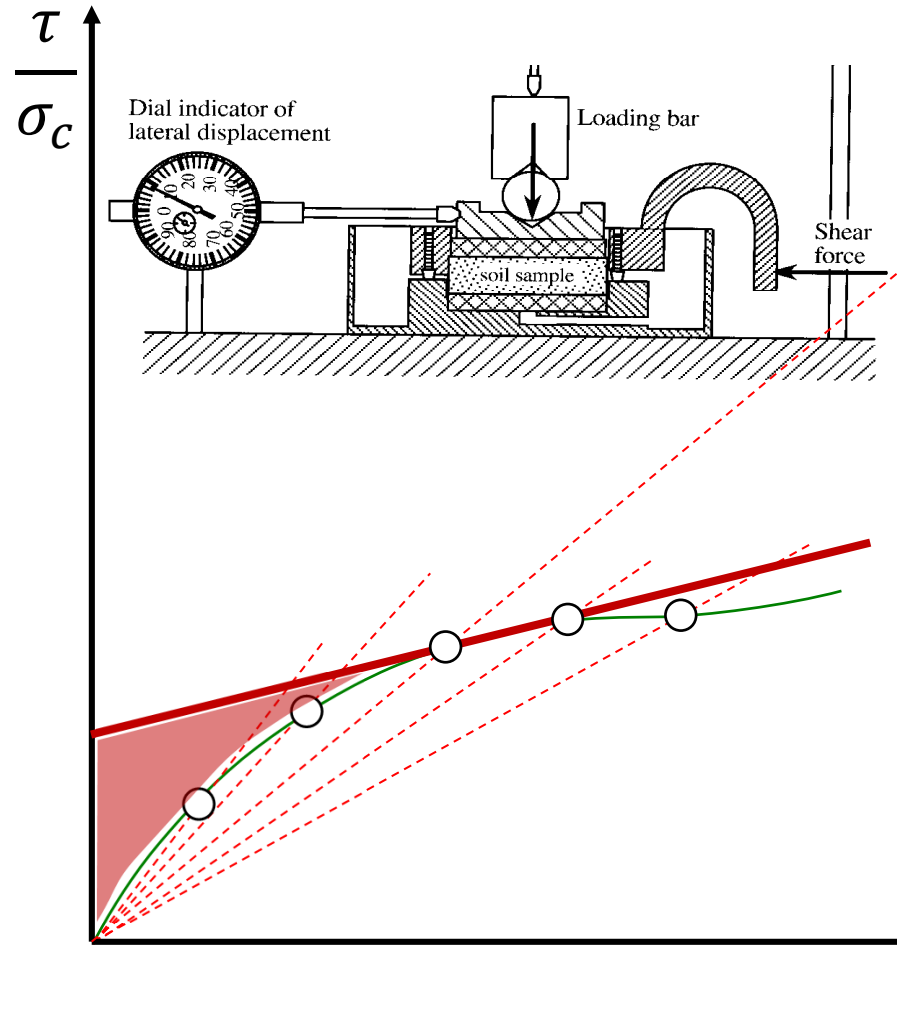


1. Consolide hasta σ_c
2. Reduzca σ_n hasta un OCR dado y corte hasta la falla
3. Repita con distintos OCR
4. Establezca la relación
 $\tan[\phi_{max}] = \tan[\phi_{cv}] + \tan[\psi]$

(Mitchell 1996)



Interpretación **incorrecta** de ensayo de corte directo



1. Consolide hasta σ_c
2. Reduzca σ_n hasta un OCR dado y corte hasta la falla
3. Repita con distintos OCR
4. Establezca la relación $\tan[\phi_{max}] = \tan[\phi_{cv}] + \tan[\psi]$
5. **¡No haga esto! El área sombreada es inalcanzable para los suelos**

(Mitchell 1996)

El modelo de bloque aserrado

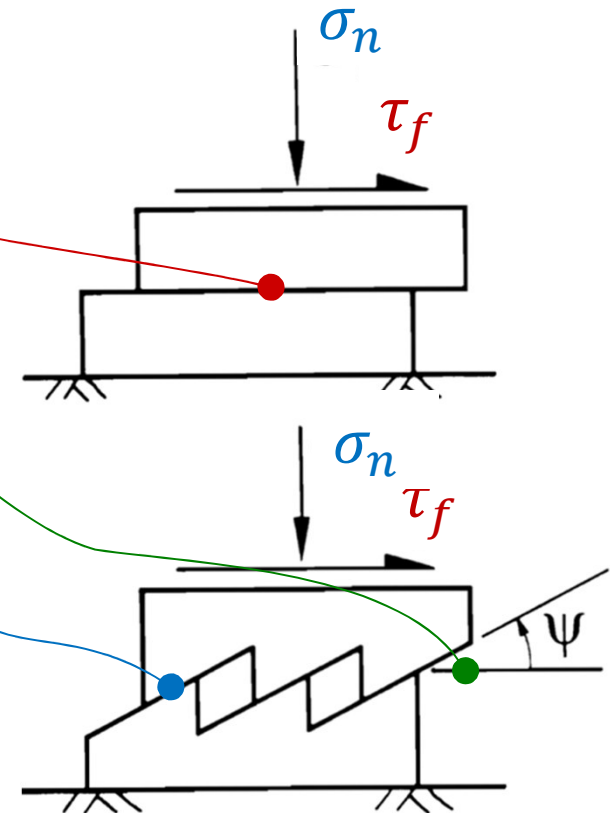


La resistencia al corte se puede calcular con cualquiera de los dos esquemas

- Bloque aserrado: ϕ_{cv} y ψ
- Bloque liso "equivalente": ϕ

$$\tau_f = \sigma_n \cdot \tan[\phi] = \sigma_n \cdot \tan[\phi_{cv} + \psi]$$

Los suelos resisten mas porque dilatan



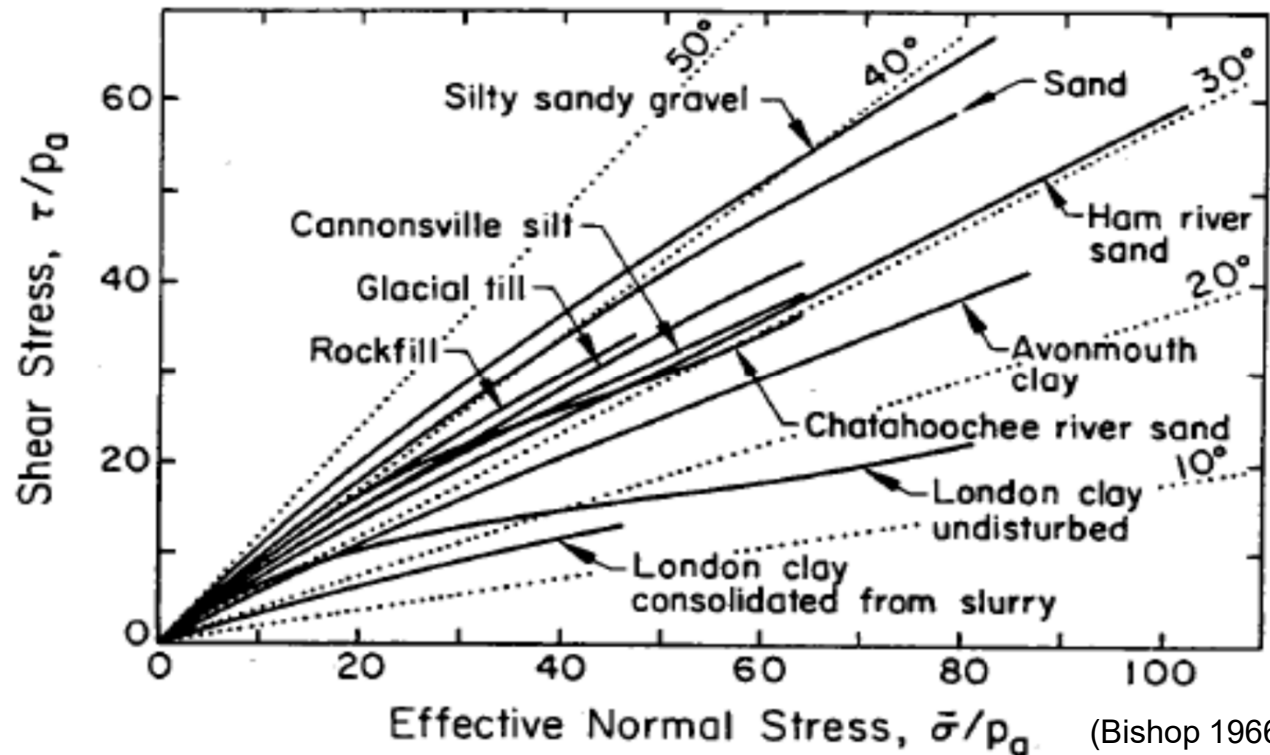
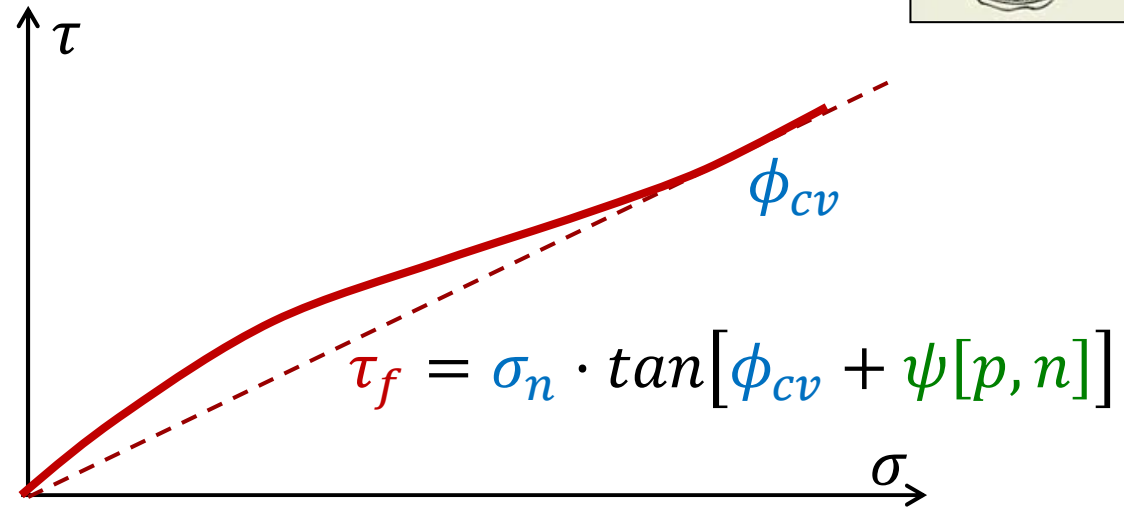
La fórmula de Bolton (1986)



Bolton propuso

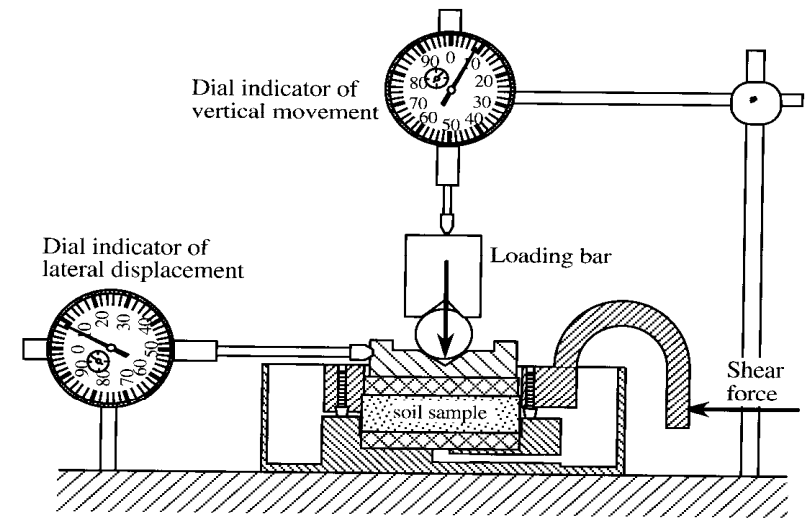
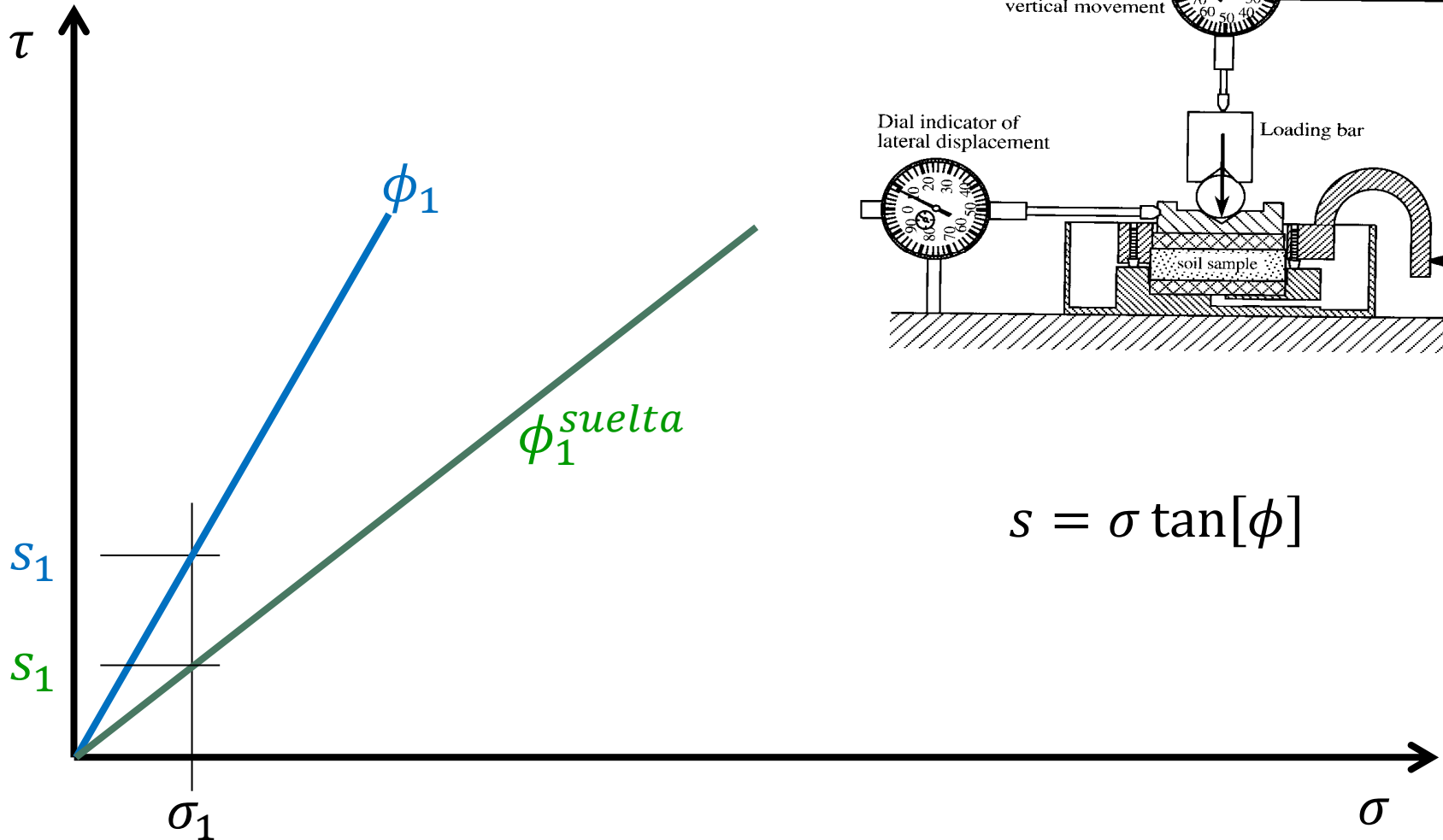
$$\phi[p, n] = \phi_{cv} + \psi[p, n]$$

- Basado en bloque aserrado
- Suelo denso
 - $\psi > 0$
 - $\phi > \phi_{cv}$
- Suelo suelto
 - $\psi = 0$
 - $\phi = \phi_{cv}$



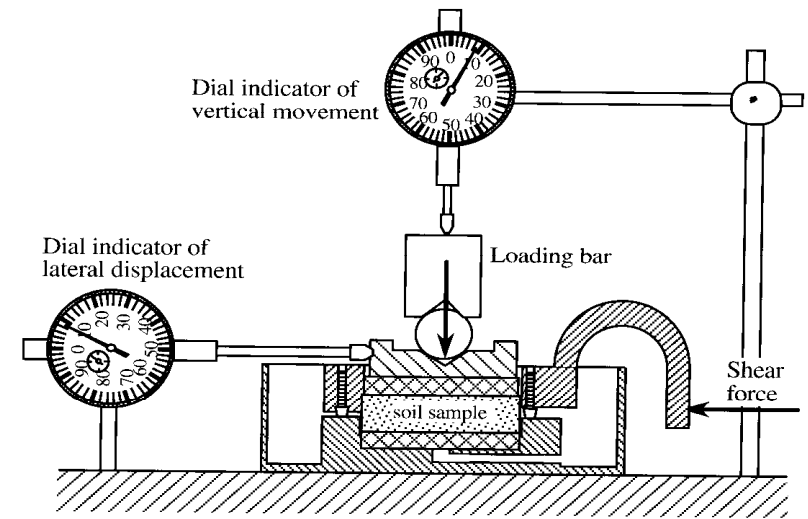
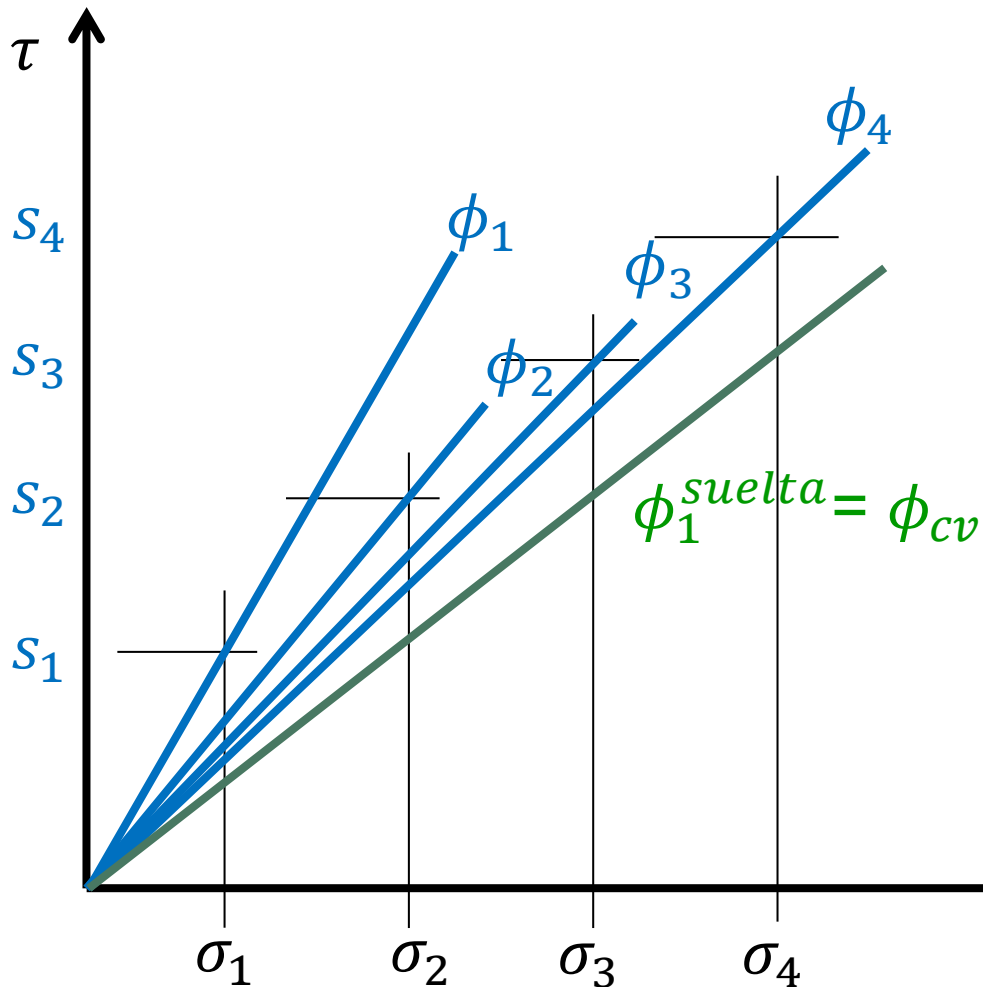
(Bishop 1966)

Ensayo de corte directo de una arena densa y una suelta



$$s = \sigma \tan[\phi]$$

Ensayo de corte directo de una arena densa y una suelta



$$s = \sigma \tan[\phi]$$

$$\phi = \phi_{cv} + \psi[p, n]$$

Índice



- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- **El estado crítico**
- Efecto de la presión media
- Efecto de la trayectoria de tensiones
- Relación tensión-deformación
- Ensayos drenados y no drenados de arenas

Densidad y dilatancia

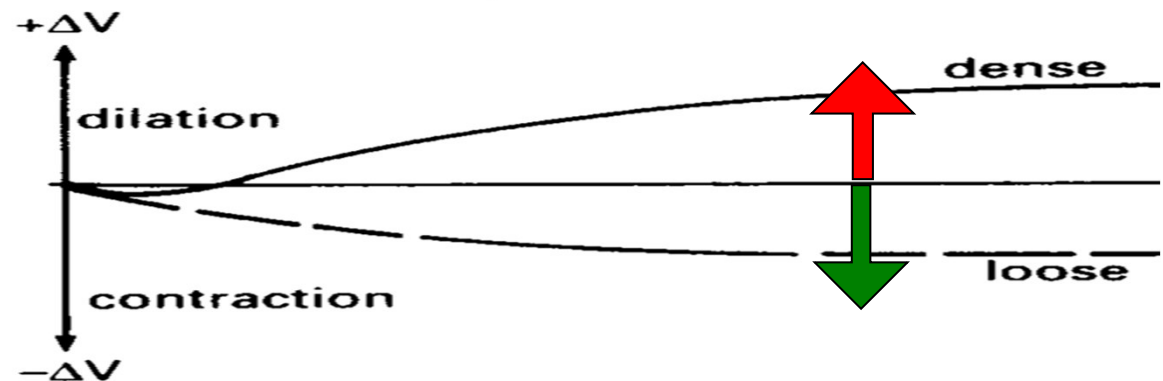
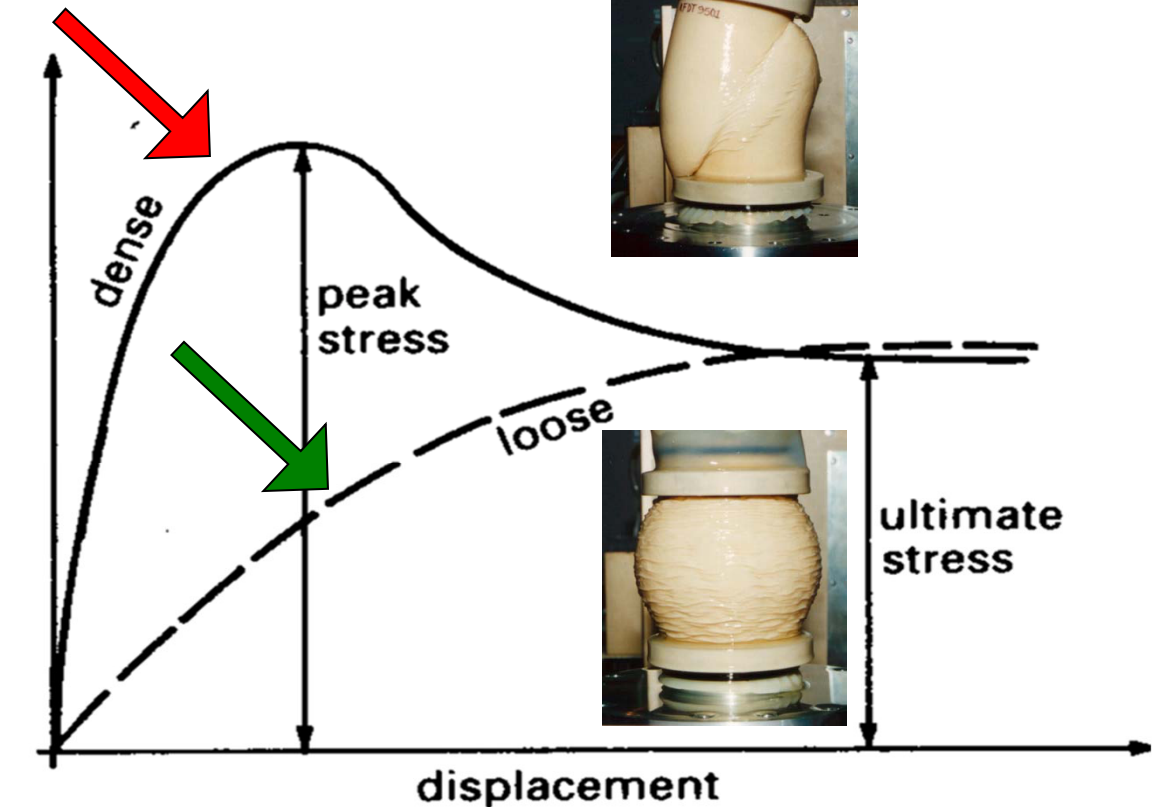


- **Suelo denso**

- Alta rigidez
- Alta resistencia
- Dilata

- **Suelo suelto**

- Baja rigidez
- Baja resistencia
- Contrae



Densidad y dilatancia: estado crítico



- **Suelo denso**

- Alta rigidez
- Alta resistencia
- Dilata

Deformación

- **Suelo (no tan) denso**

- Baja su rigidez
- Baja su resistencia
- Deja de dilatar
- **Estado crítico**

- **Suelo suelto**

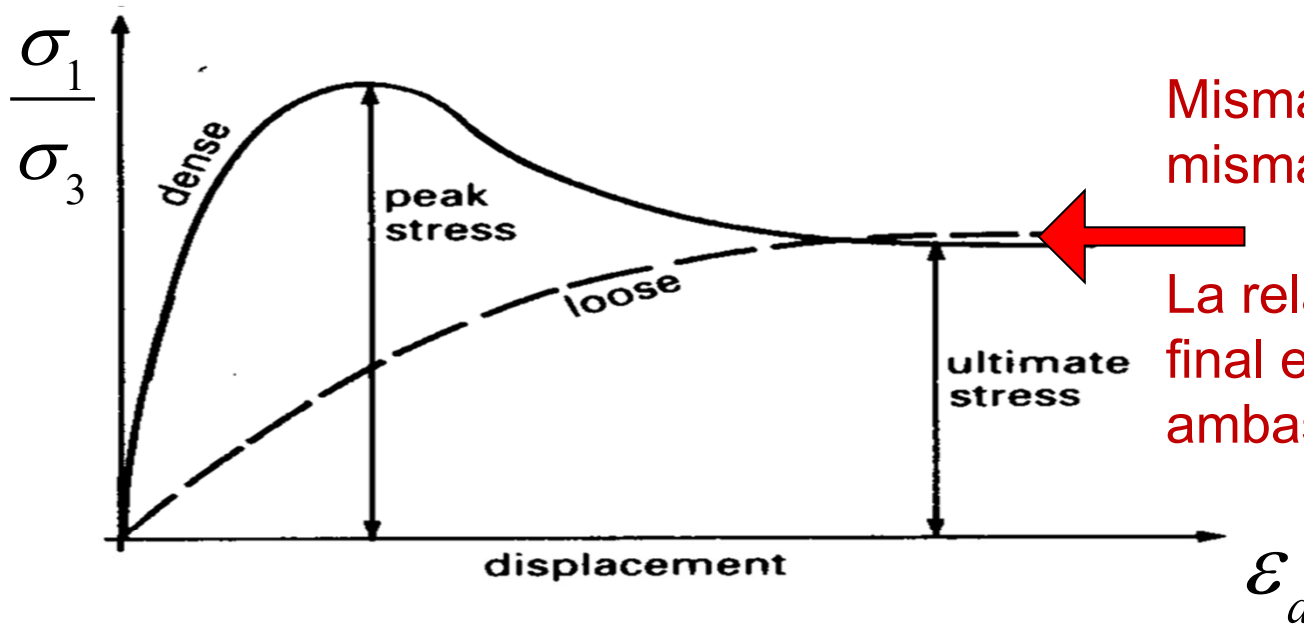
- Baja rigidez
- Baja resistencia
- Contrae

Deformación

- **Suelo (no tan) suelto**

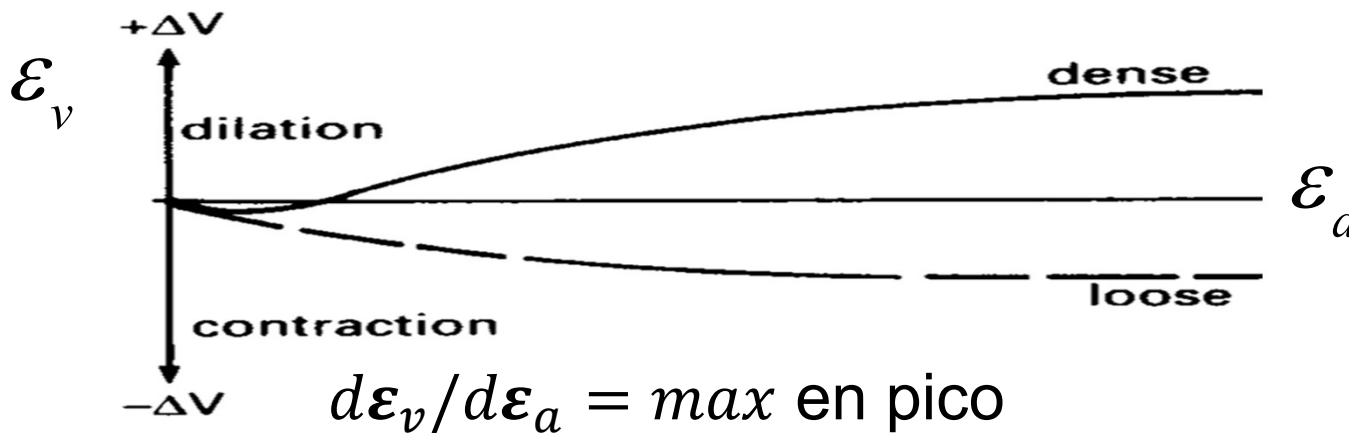
- Sube su rigidez
- Sube su resistencia
- Deja de contraer
- **Mismo estado crítico**

Los suelos densos y sueltos alcanzan el mismo estado crítico



Misma densidad final:
misma resistencia final

La relación de vacíos
final es la misma para
ambas muestras



Densidad constante:
curvas horizontales

$$d\epsilon_v/d\epsilon_a = 0$$

Pregunta ¿Esta arena era contractiva o dilatante?



Índice



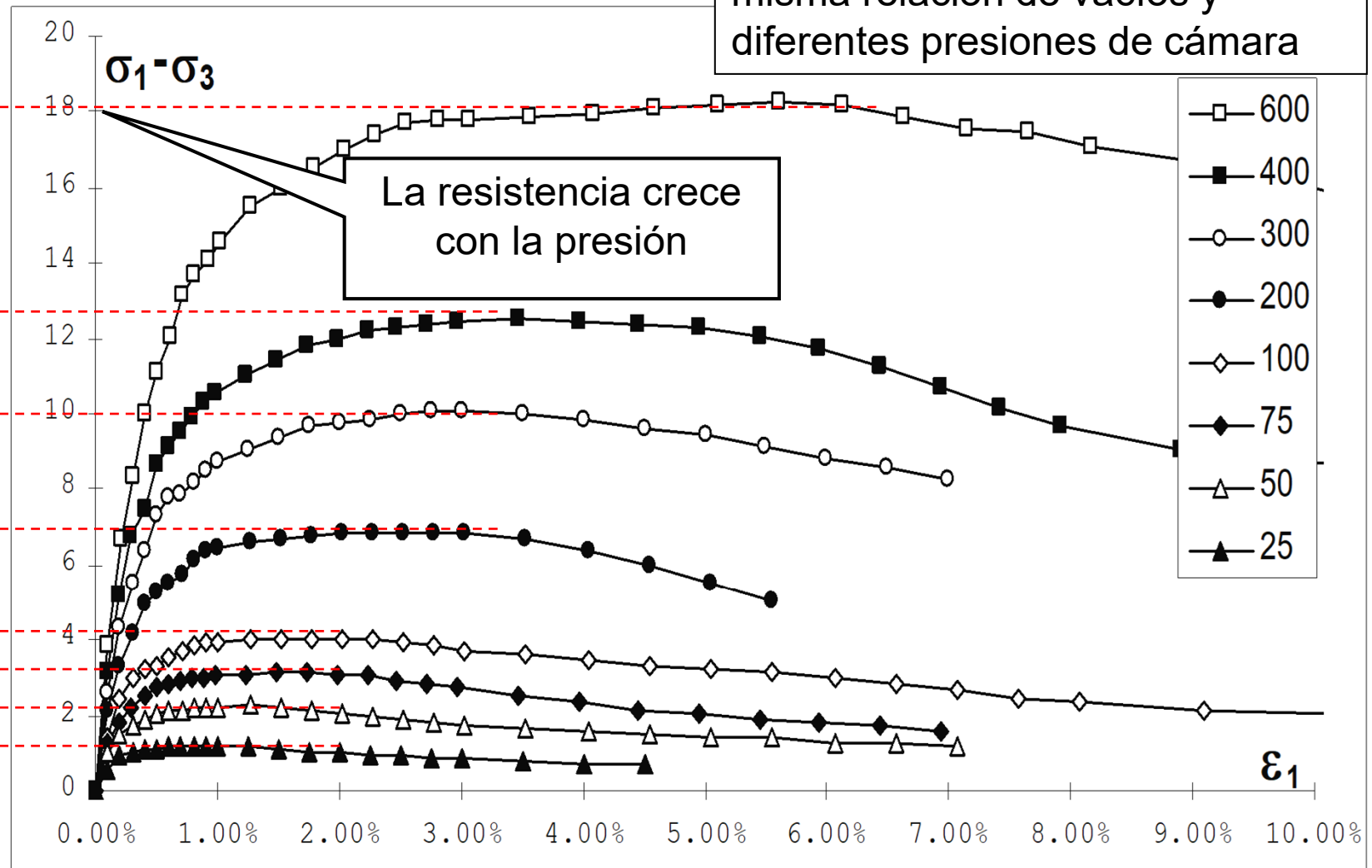
- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- El estado crítico
- **Efecto de la presión media**
- Efecto de la trayectoria de tensiones
- Relación tensión-deformación
- Ensayos drenados y no drenados de arenas

$\sigma_1 - \sigma_3$ crece con la presión



(S1-S3)/100kPa

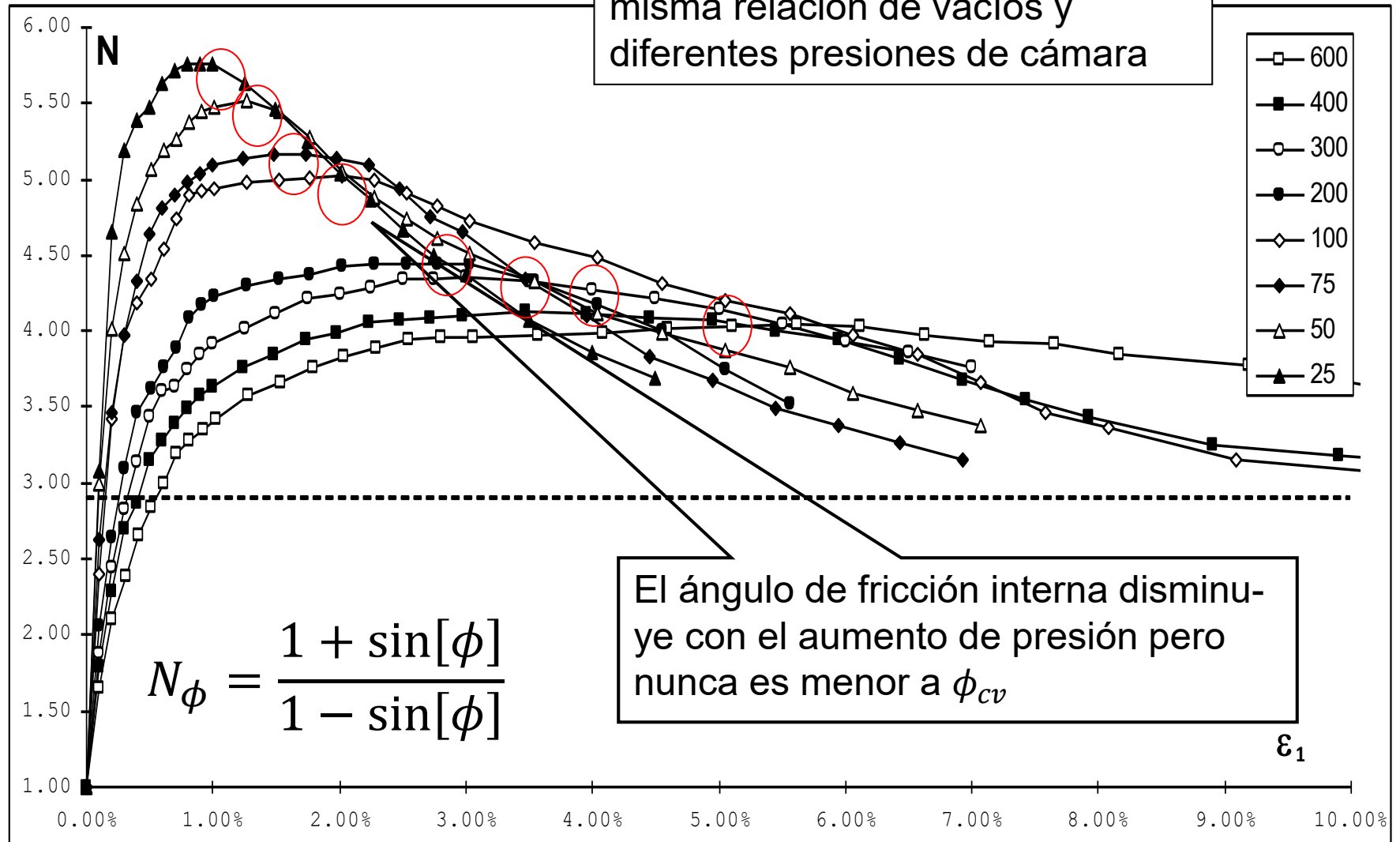
Todas las muestras tienen la misma relación de vacíos y diferentes presiones de cámara



ϕ decrece con la presión

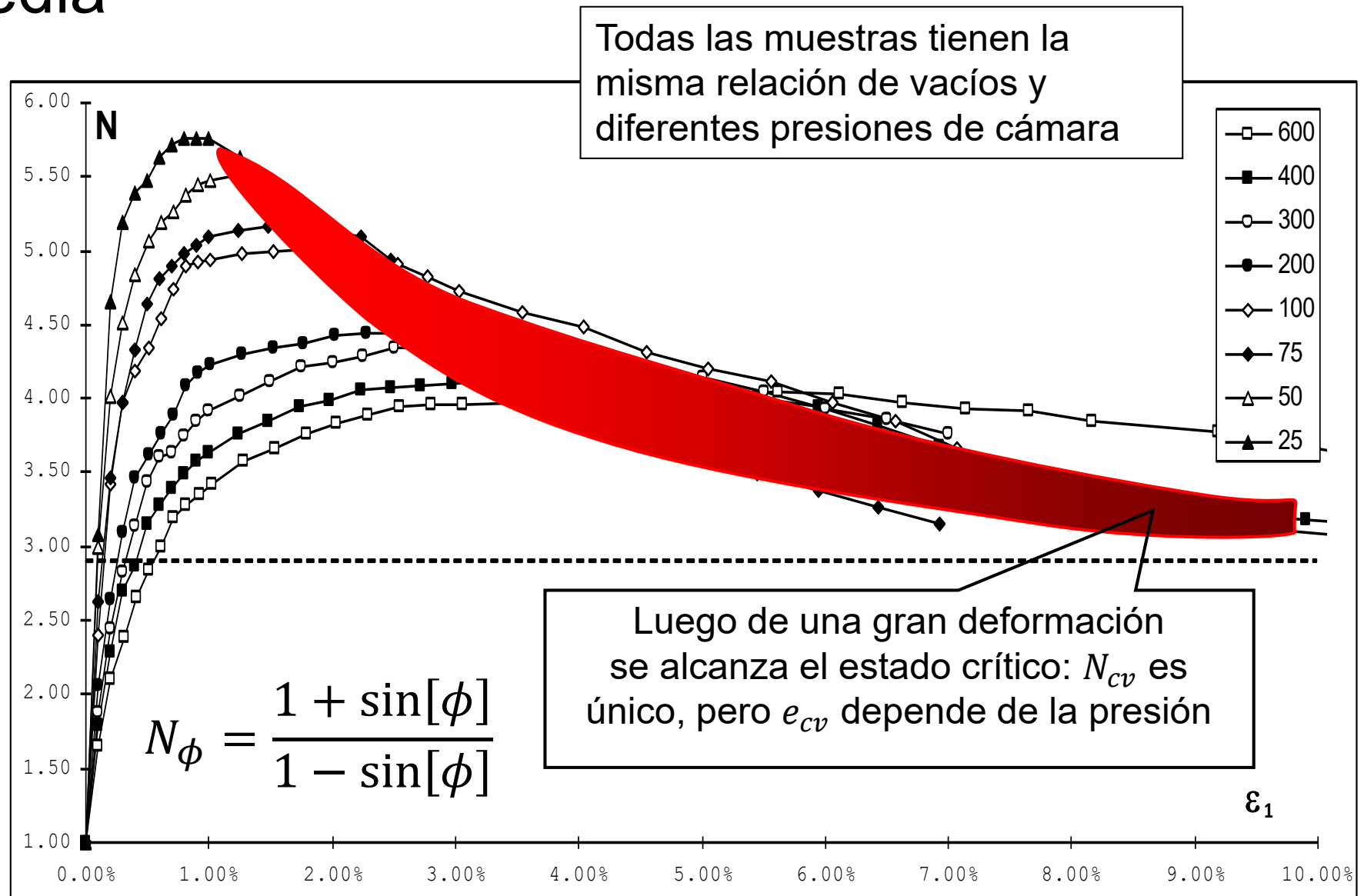


Todas las muestras tienen la misma relación de vacíos y diferentes presiones de cámara

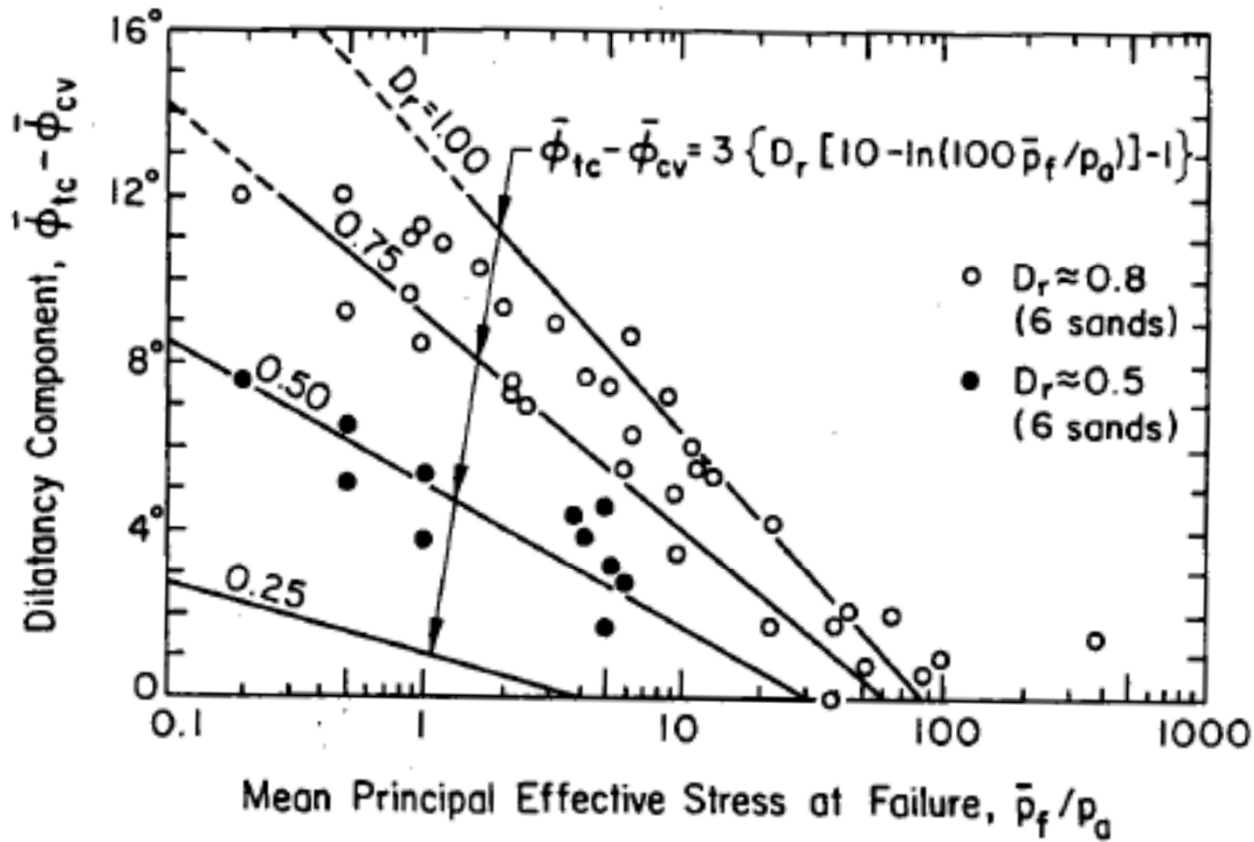




ϕ tiende a ϕ_{cv} para cualquier presión media



Ecuación de Bolton



Q	Grain type
10	Quartz and feldspar
8	Limestone
7	Anthracite
5.5	Chalk

$$\phi - \phi_{cv} = 3^\circ D_r \left(Q - \ln \left[100 \frac{p}{p_{atm}} \right] \right) - 3^\circ$$

Ejercicio



Se ejecuta un ensayo triaxial con $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$

La rotura se alcanza cuando $\sigma_1 = 500 \text{ kPa}$

Luego de una gran deformación, $\sigma_1 = 300 \text{ kPa}$

- Calcule ϕ , ψ , ϕ_{cv}

Escriba una planilla de cálculo con la ecuación de Bolton

- Dibuje $\phi = f[p, D_r]$
- Asumiendo $Q = 10$, ¿qué densidad relativa debe tener la muestra para que cumpla con la Ec. de Bolton? ¿y con $Q = 5.5$?

$$\phi - \phi_{cv} = 3^\circ D_r \left(Q - \ln \left[100 \frac{p}{p_{atm}} \right] \right) - 3^\circ$$

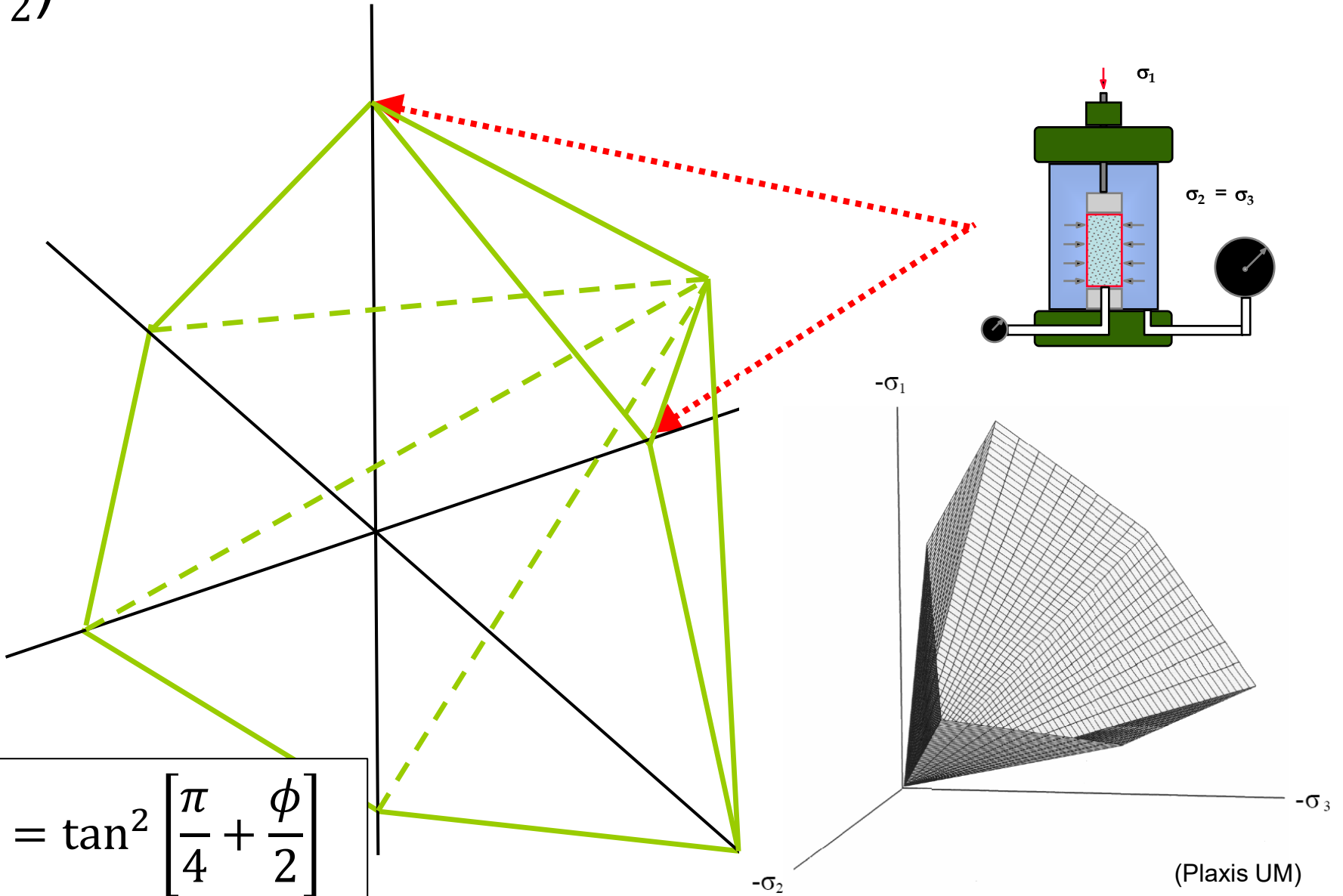
Índice



- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- El estado crítico
- Efecto de la presión media
- **Efecto de la trayectoria de tensiones**
- Relación tensión-deformación
- Ensayos drenados y no drenados de arenas



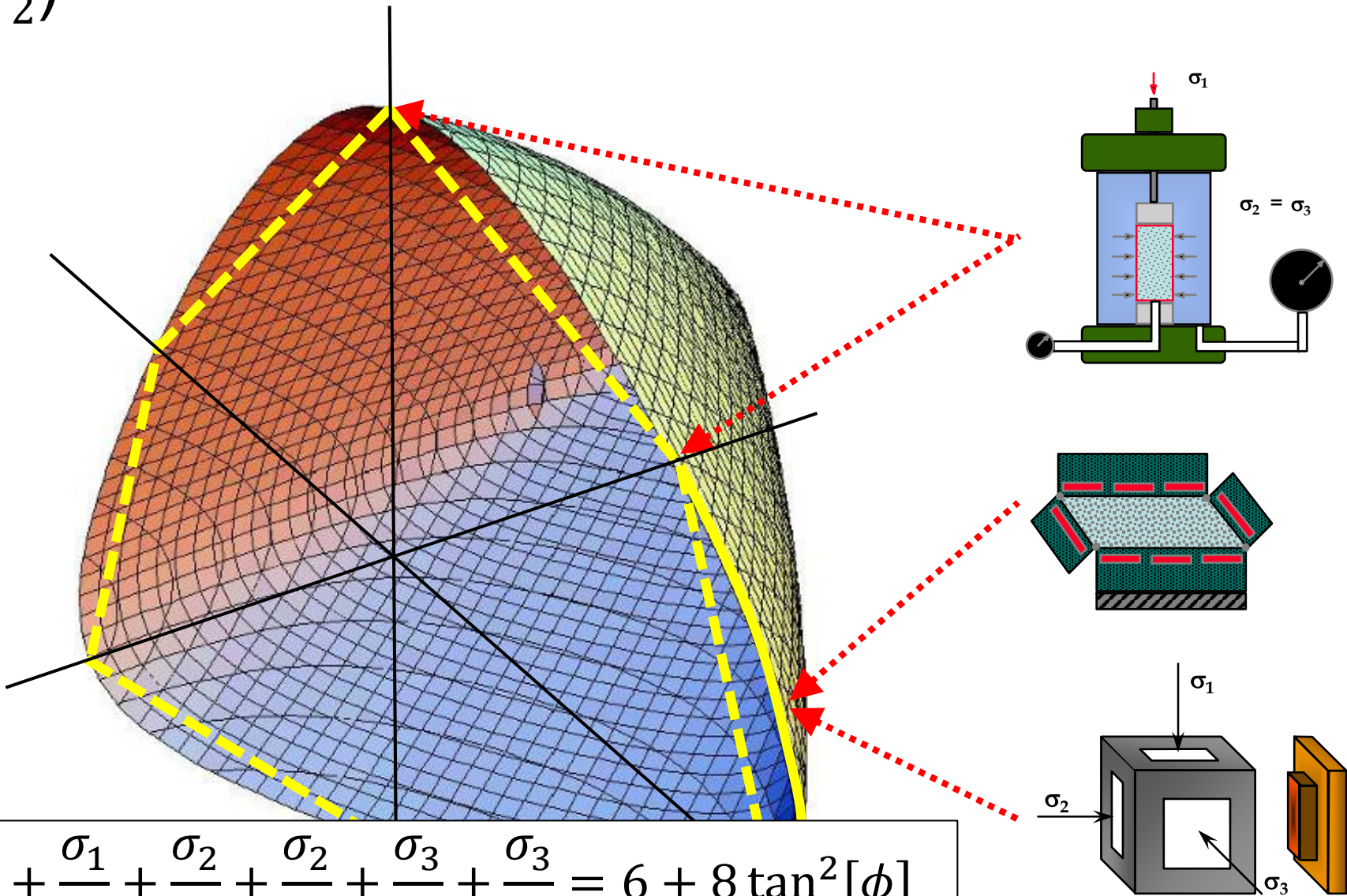
Influencia de la trayectoria de tensiones (σ_2)



$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right]$$



Influencia de la trayectoria de tensiones (σ_2)



$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} + \frac{\sigma_3}{\sigma_1} + \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = 6 + 8 \tan^2[\phi]$$

“Ángulos de fricción interna” distintos para cada trayectoria

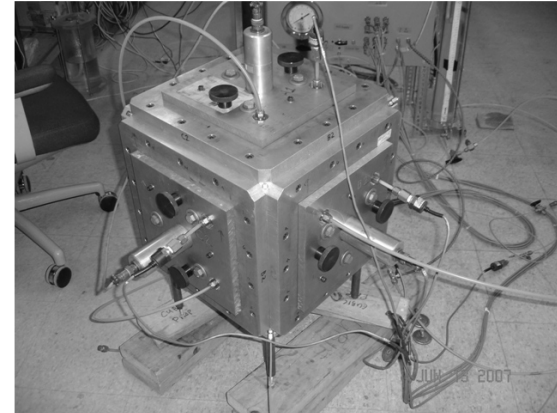
Compresión triaxial $\phi_{tc} = 1.00 \phi$

Extensión triaxial $\phi_{te} = 1.22 \phi_{tc}$

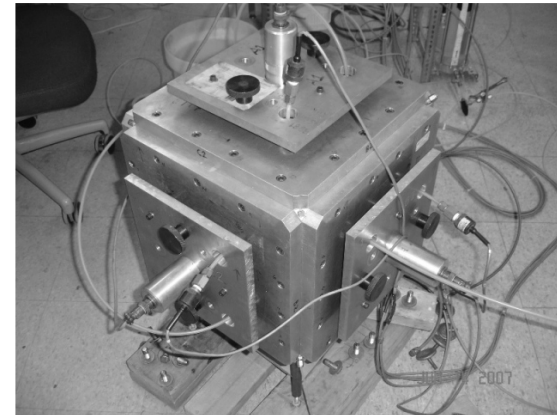
Compresión plana $\phi_{psc} = 1.10 \phi_{tc}$

Extensión plana $\phi_{pse} = 1.34 \phi_{tc}$

Corte directo $\tan[\phi_{ds}] = \tan[\phi_{psc}] \cos[\phi_{cv}]$



(a)

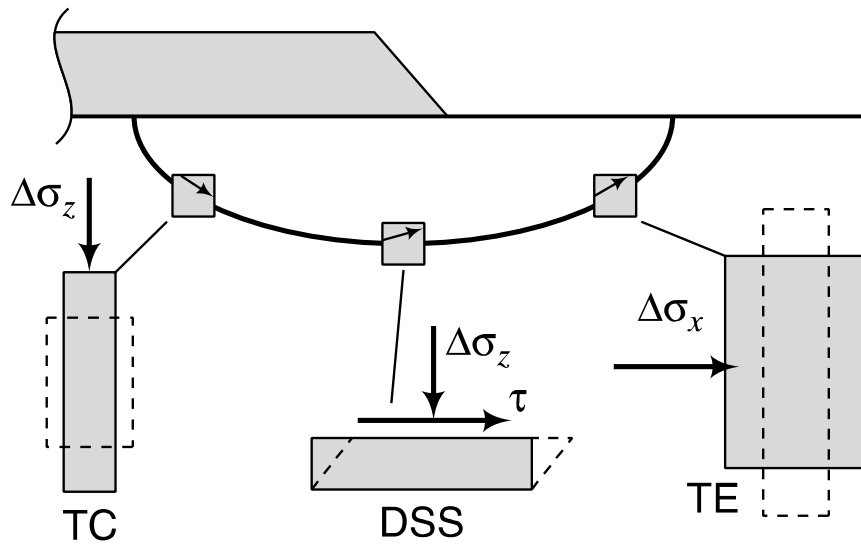


(b)

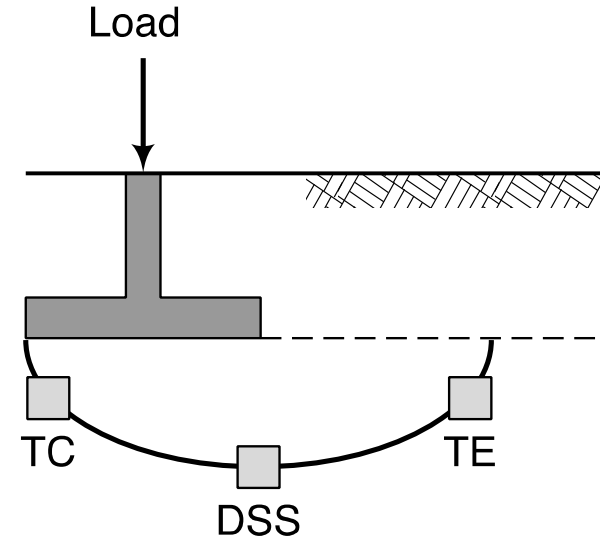
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{??}}{2} \right]$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} + \frac{\sigma_3}{\sigma_1} + \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = 6 + 8 \tan^2[\phi]$$

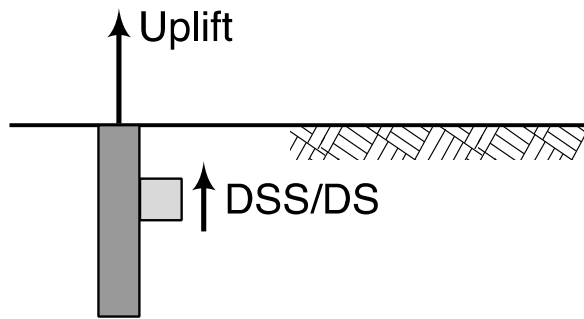
Efecto de trayectoria de tensiones



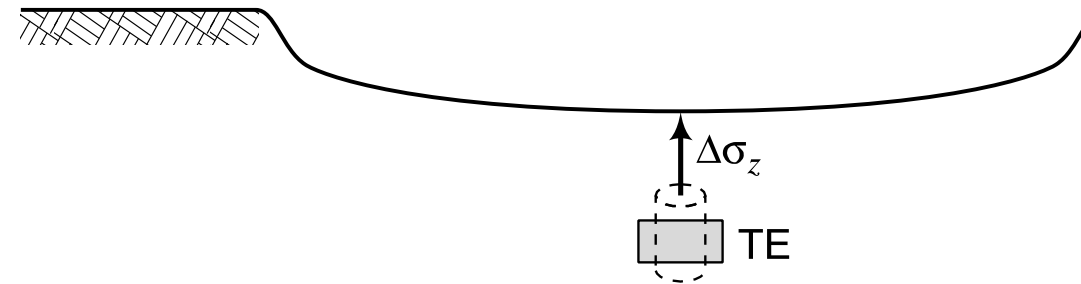
(d) Embankment



(e) Spread footing



(g) Pile supporting tensile load



(h) Excavation

Resumen de definiciones



- ϕ (máximo) Coincide con máxima dilatancia
- ϕ_{cv} (crítico) El material fluye a volumen constante
- ϕ_r (residual) Reorientación de partículas planas (relevante para arcillas)
- ϕ_{tc} Triaxial
- ϕ_{psc} Deformación plana
- ϕ_{ds} Corte directo



TC



TE



DS



DSS



PSC



PSE

Ejercicio



- Se ejecuta un ensayo de def. plana $\sigma_3 = 100kPa$
- La rotura se alcanza cuando $\sigma_1 = 600kPa$
- Luego de una gran deformación, $\sigma_1 = 350kPa$
- Calcule ϕ_{ps}
- Estime ϕ, ψ, ϕ_{cv}

Índice



virtualuniversity.issmge.org

- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- El estado crítico
- Efecto de la presión media
- Efecto de la trayectoria de tensiones
- **Relación tensión-deformación**
- Ensayos drenados y no drenados de arenas

International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering

Compressibility and Consolidation of Clays:
From Lab to Field Conditions

Part of ISSMGE's webinar series **11th April 2017 @ 12 noon GMT**

Delivered by:
Serge Leroueil, PhD, Retired Professor
Department of Civil and Water Engineering
Laval University

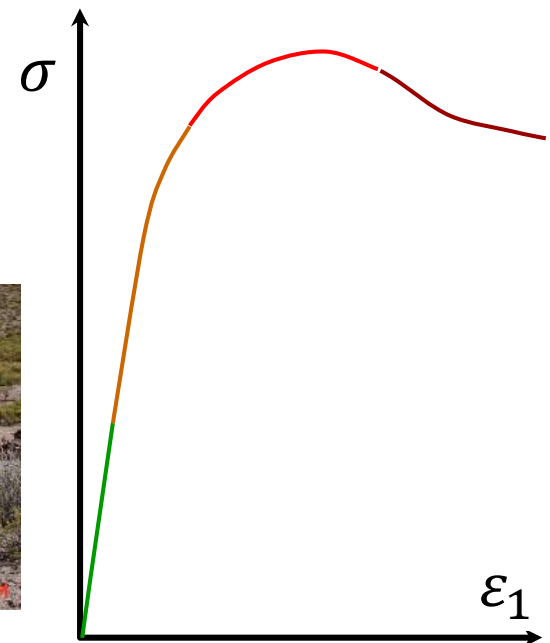
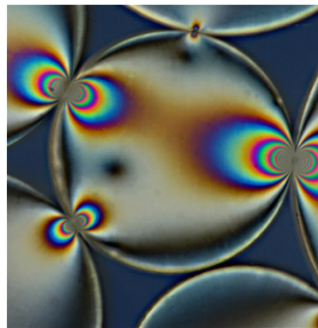
A two day Q&A session will follow the presentation on the ISSMGE website!



Rangos de deformación en trayectoria de tensiones de corte: arenas

La relación tensión – deformación tiene cuatro rangos

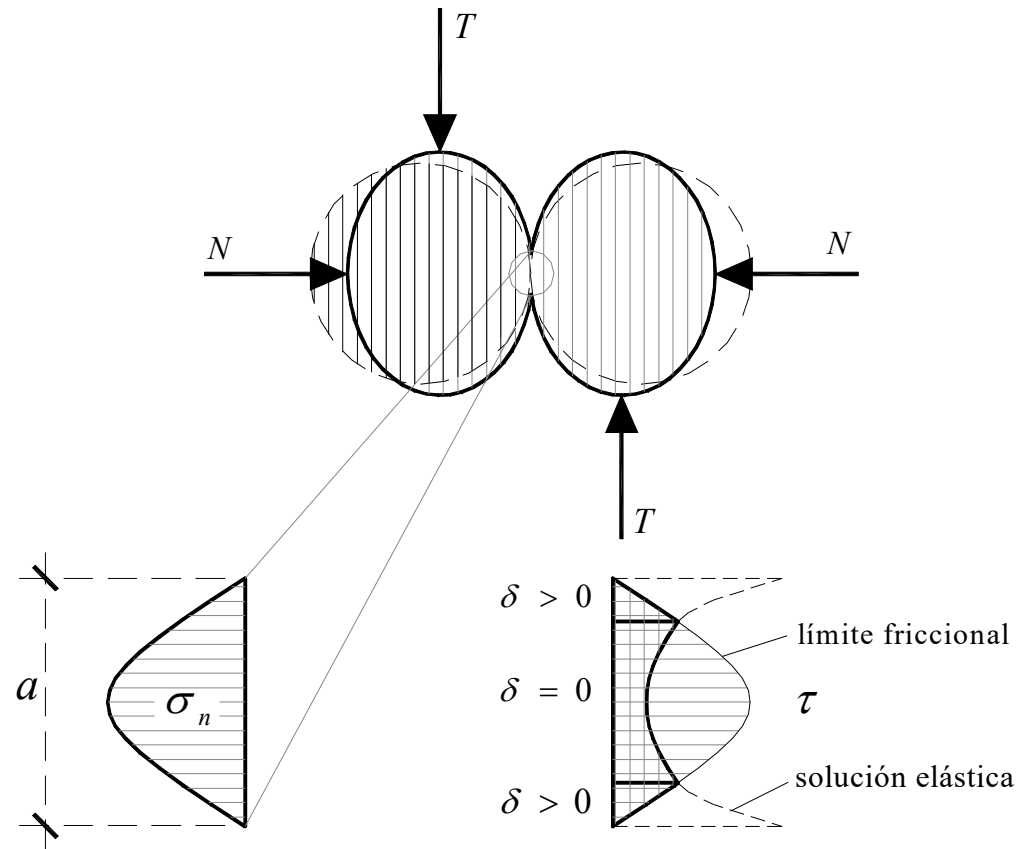
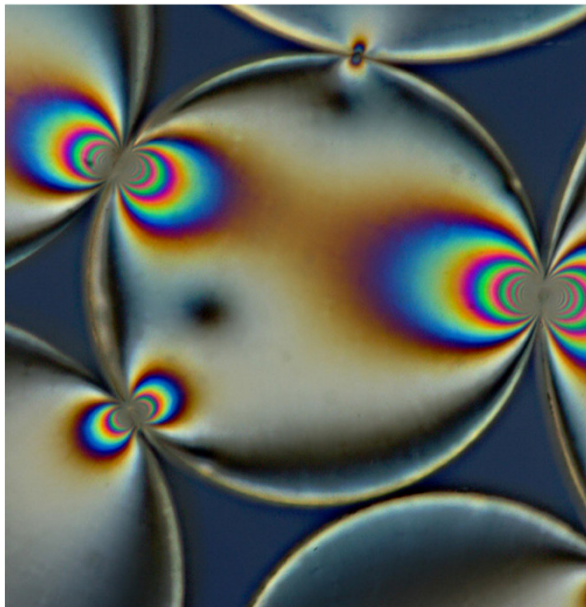
- anterior al deslizamiento de partículas (volveremos)
- deslizamiento de algunos granos
- resistencia pico: reorientación de contactos
- ablandamiento: estado crítico



Módulo de corte inicial: Teoría de contacto elástico



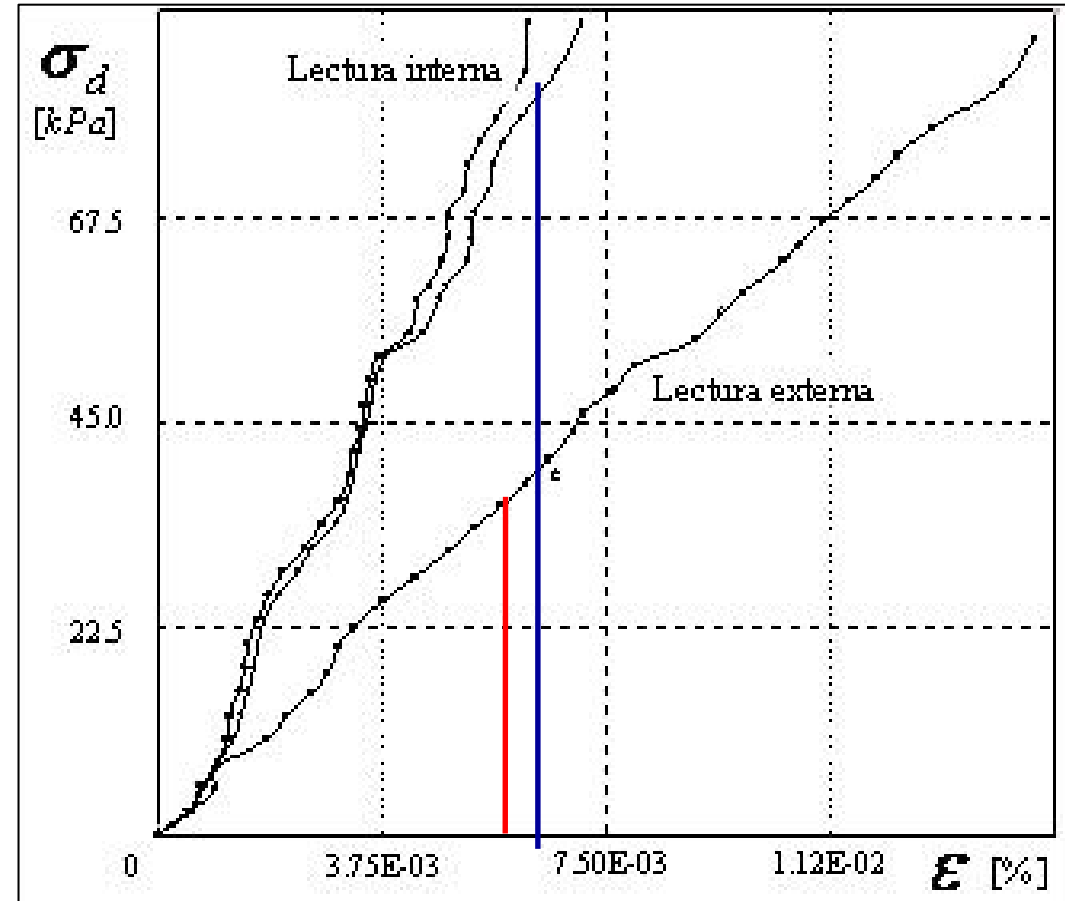
La rigidez elástica es proporcional a la presión y densidad
Hay disipación de energía en todo el rango de deformación



Rigidez elástica: medición en la cámara triaxial

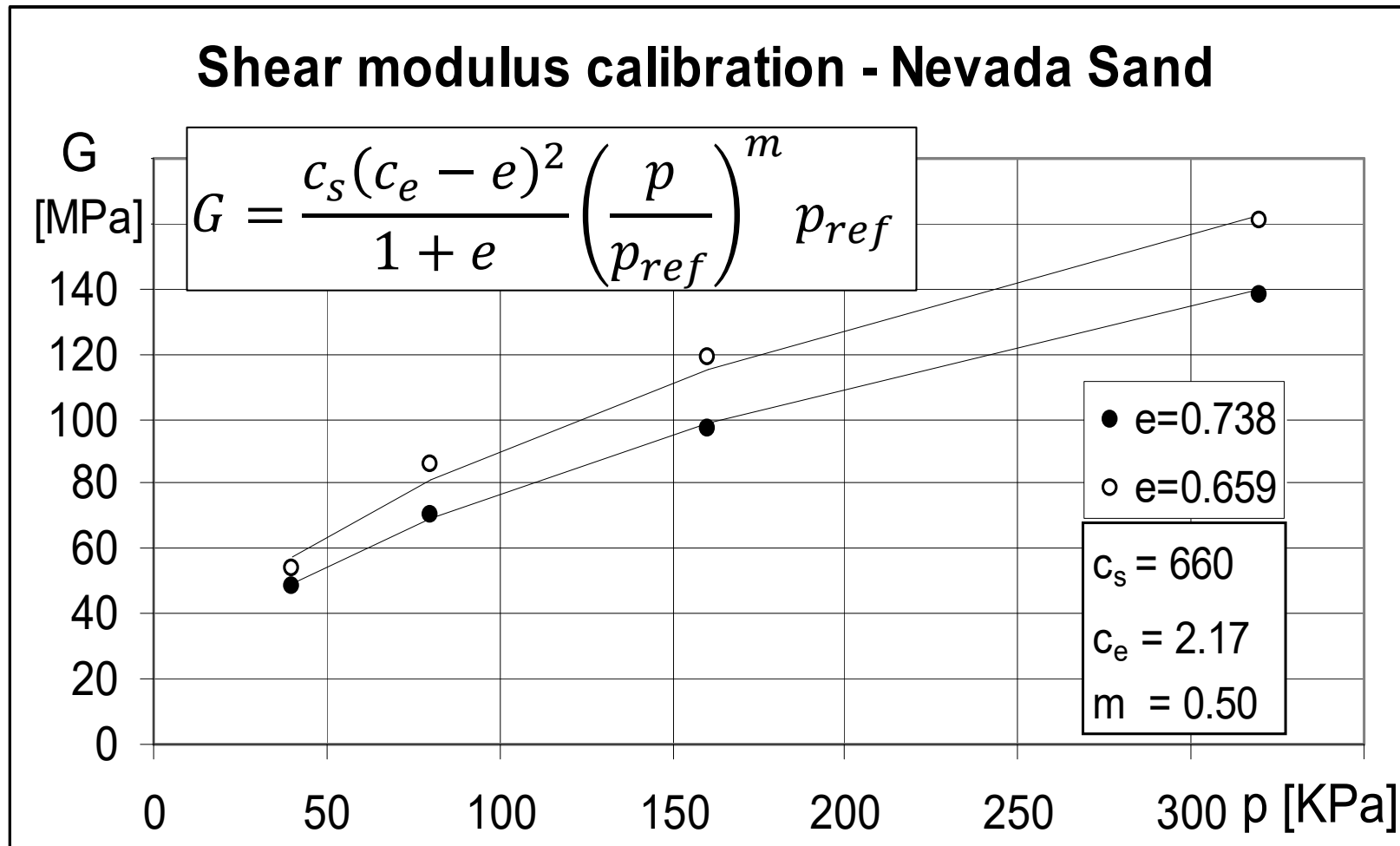


(montaje LDTs sobre membrana)



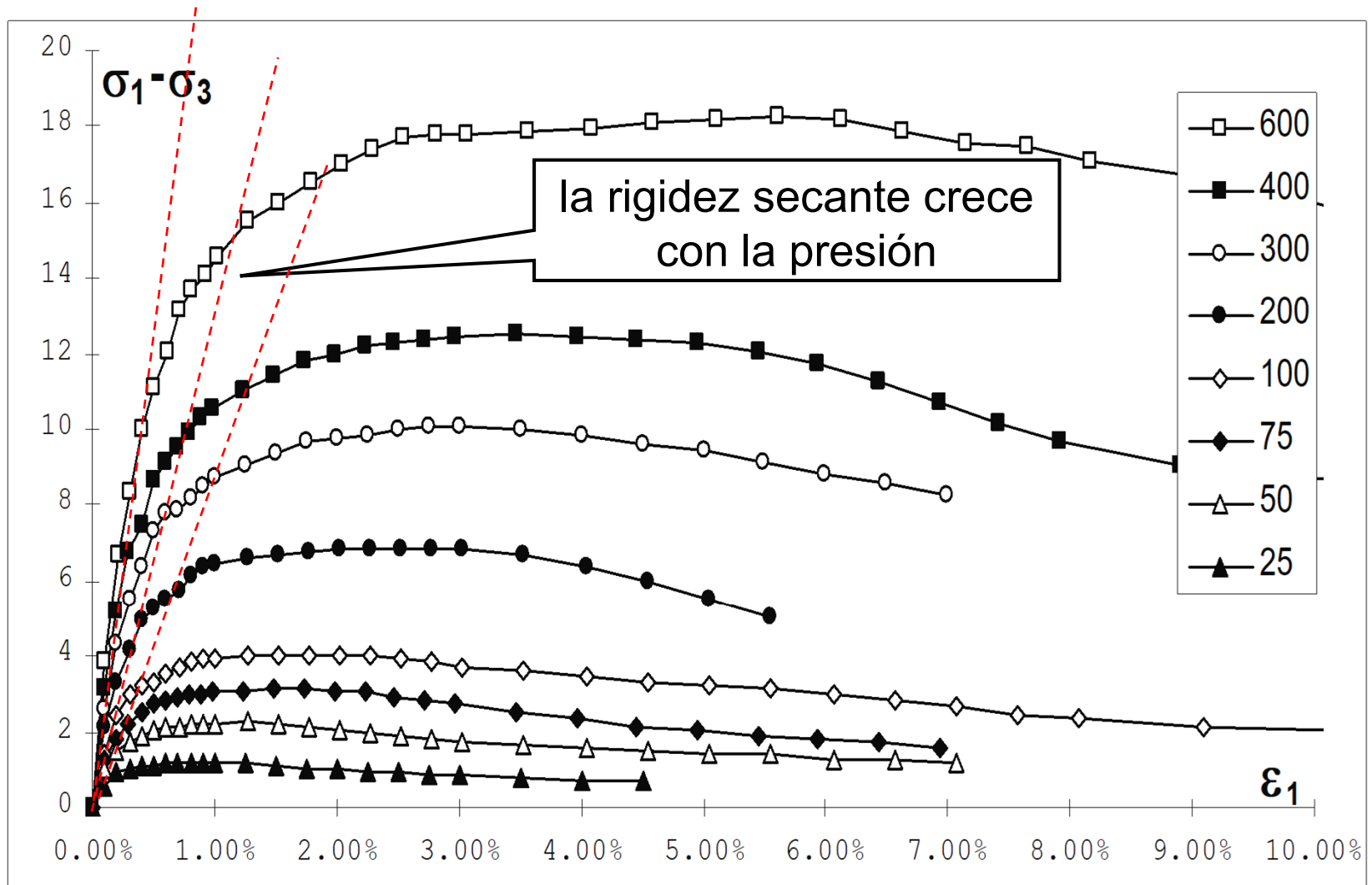
(Sagüés 2007)

Módulo de corte inicial: crece con la presión y con la densidad

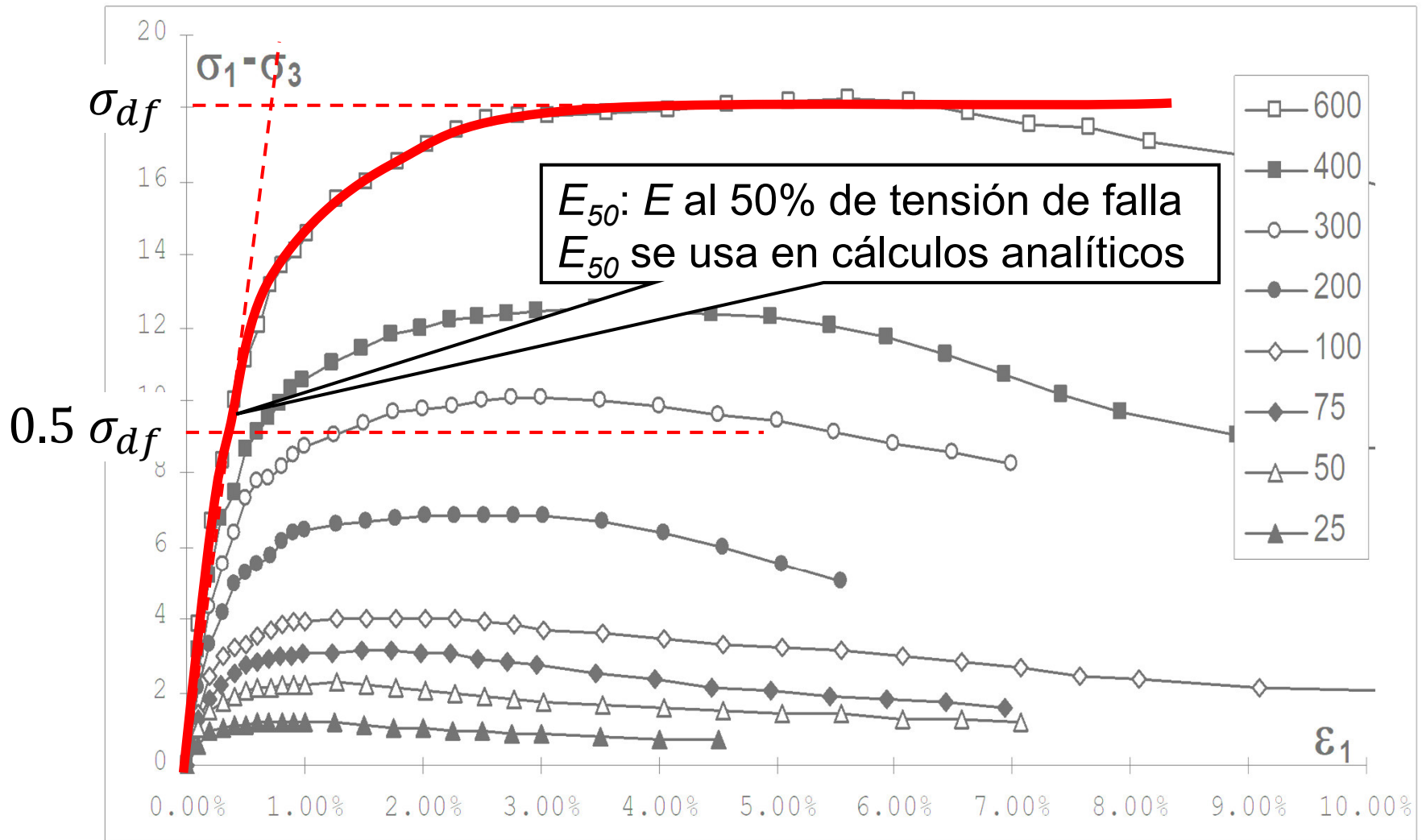


(Arulmoli 1992)

E_i : Módulo de Young secante “cercano” al origen



E_{50} : Módulo de Young al 50% de la tensión de falla





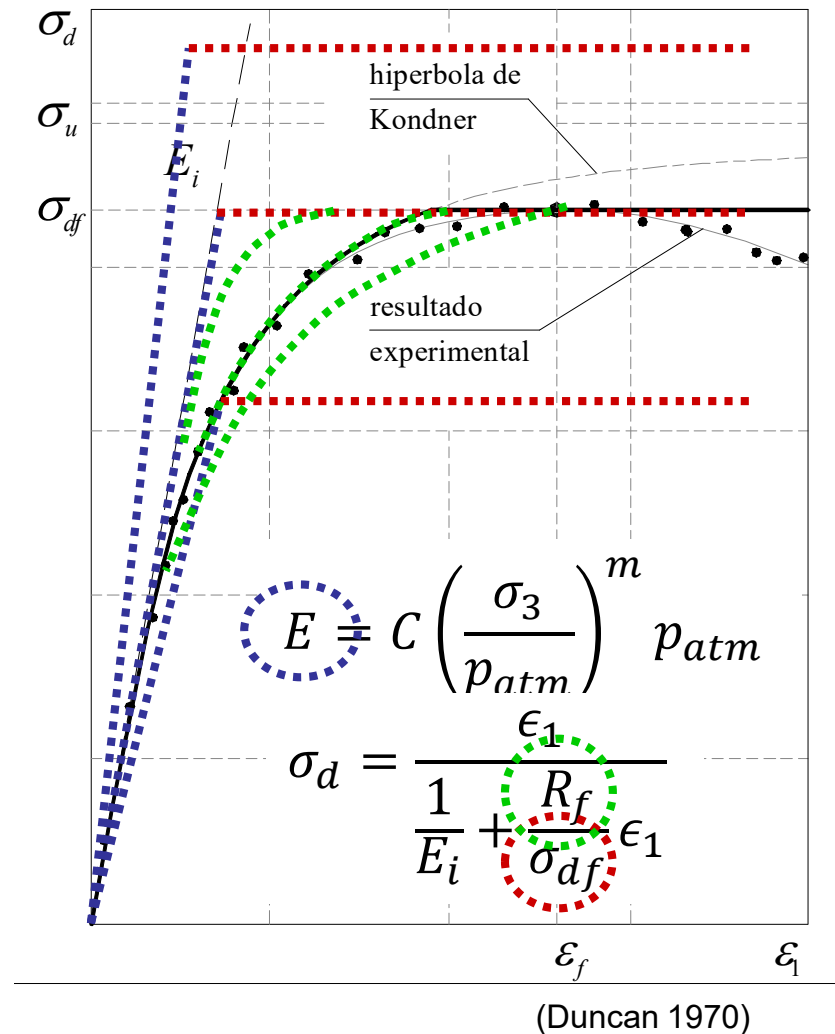
El modelo hiperbólico

Es una curva $\sigma - \epsilon$ para condiciones triaxiales

Si aumenta la presión

- la resistencia crece linealmente
- la rigidez crece más débilmente

Los parámetros dependen de la densidad



El modelo hiperbólico en función de D_r para arenas



$$\sigma_d = \frac{\epsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{R_f}{\sigma_{df}} \epsilon_1}$$

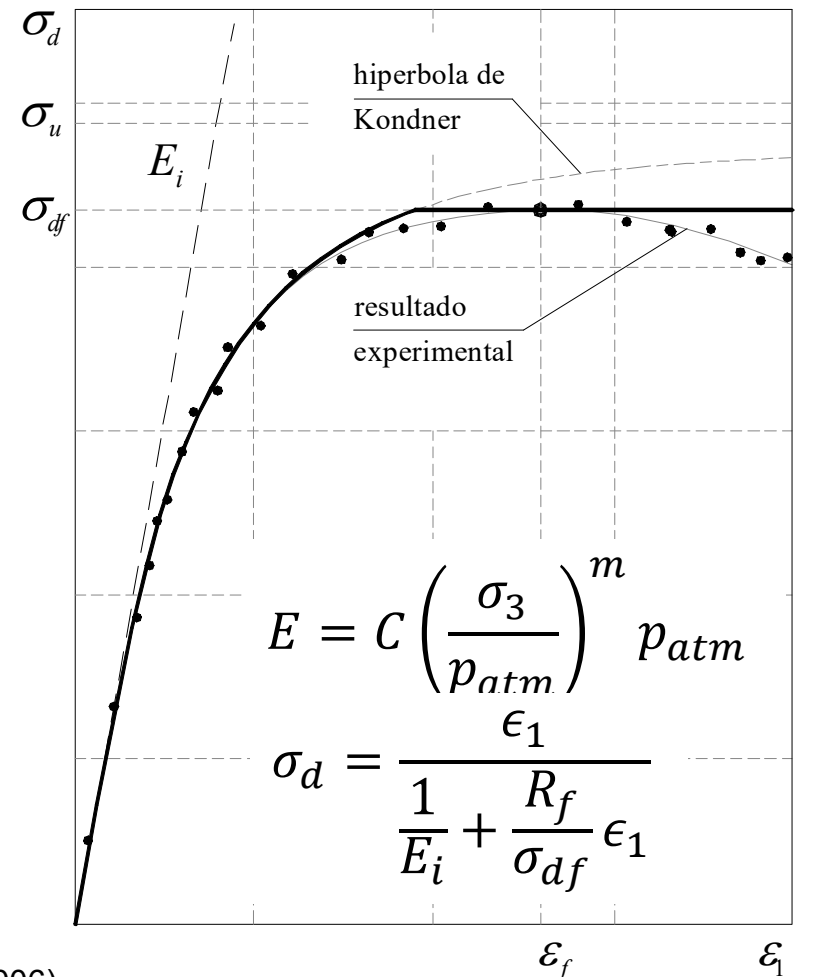
$$E_i = C \left(\frac{\sigma_3}{p_{atm}} \right)^m p_{atm}$$

$$C \cong 100 + 1000(D_r + D_r^2)$$

$$m \cong 2 - 0.5 \log[C]$$

$$R_f \cong 0.7 + 0.1D_r$$

$$E_s = E_i \left(1 - R_f \frac{\sigma_d}{\sigma_{df}} \right)$$



(Núñez 1993, 2006)

Ejercicios



Desarrollemos una planilla para determinar la curva tensión – deformación de arenas mediante el modelo hiperbólico

Índice



- Ángulo de fricción interna y dilatancia
- El estado crítico
- Efecto de la presión media
- Efecto de la trayectoria de tensiones
- Relación tensión-deformación
- Ensayos drenados y no drenados de arenas

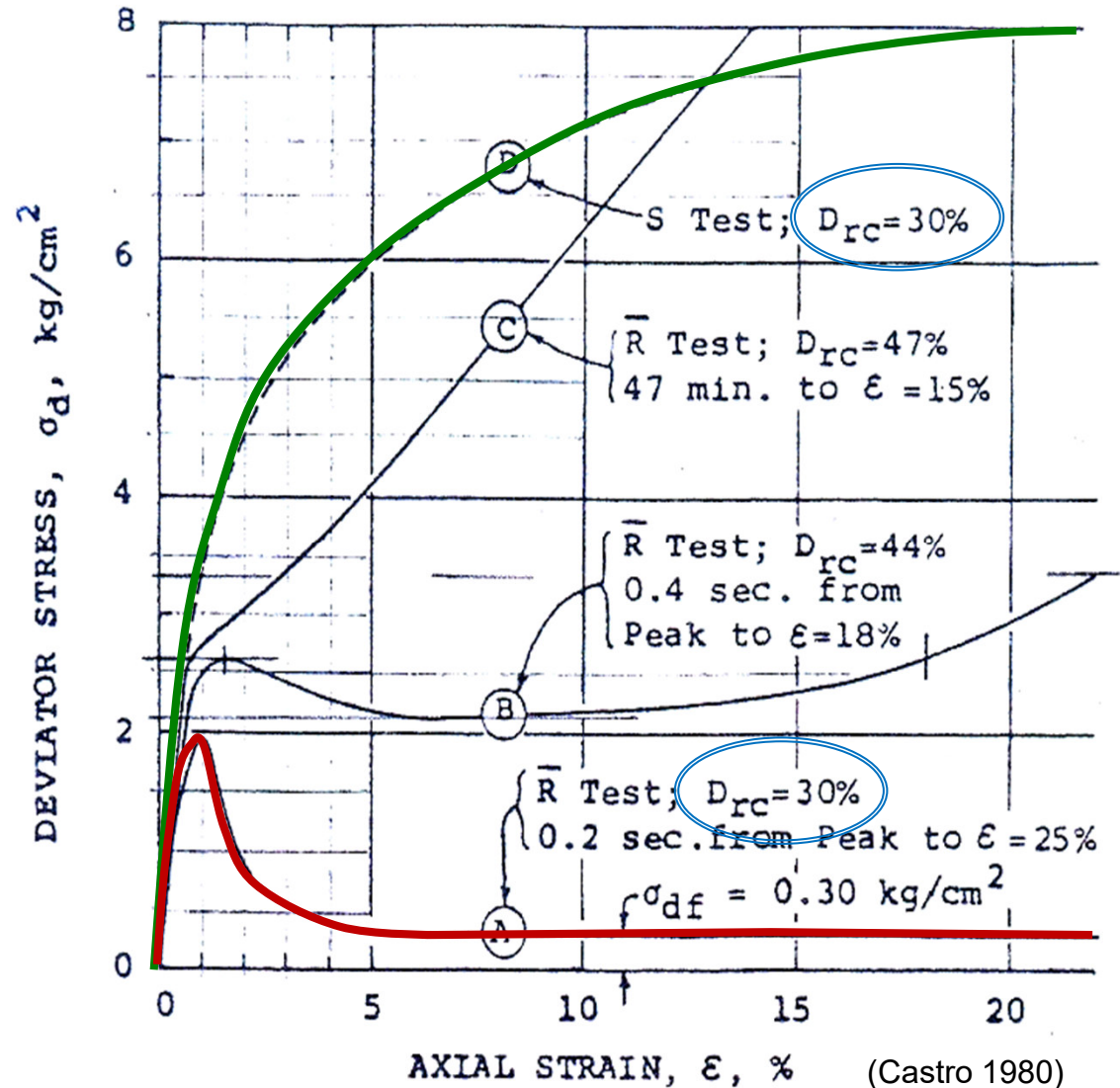
Ensayo triaxial drenado y no drenado de arenas



Drenado: el agua fluye a presión constante

No drenado: el agua no fluye, cambia de forma a volumen constante

Curvas muy diferentes, el mismo mecanismo:
Dilatancia dependiente de presión y porosidad

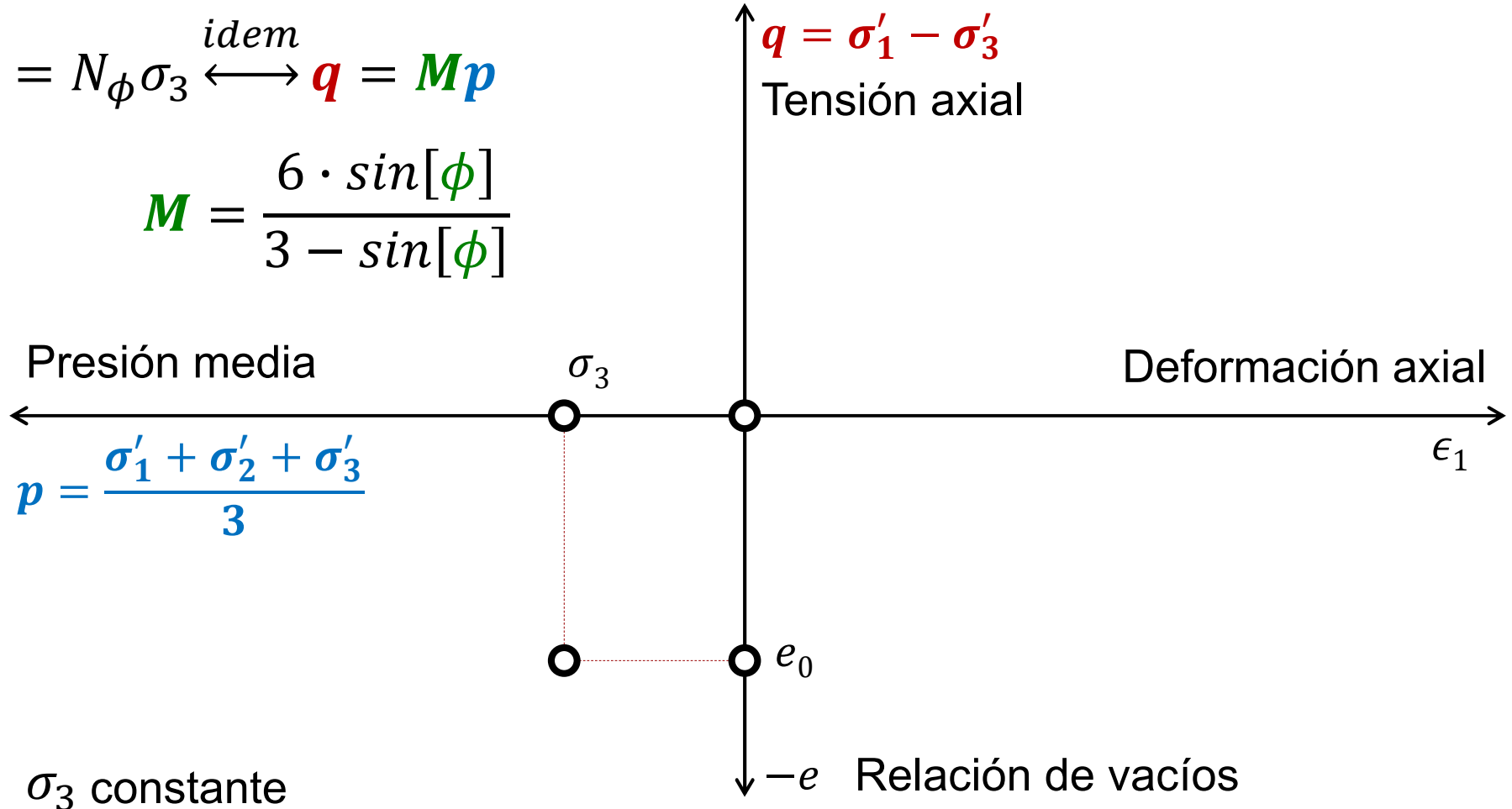




Comportamiento de una arena **densa** en el ensayo triaxial **drenado**

$$\sigma_1 = N_\phi \sigma_3 \xleftrightarrow{\text{idem}} q = Mp$$

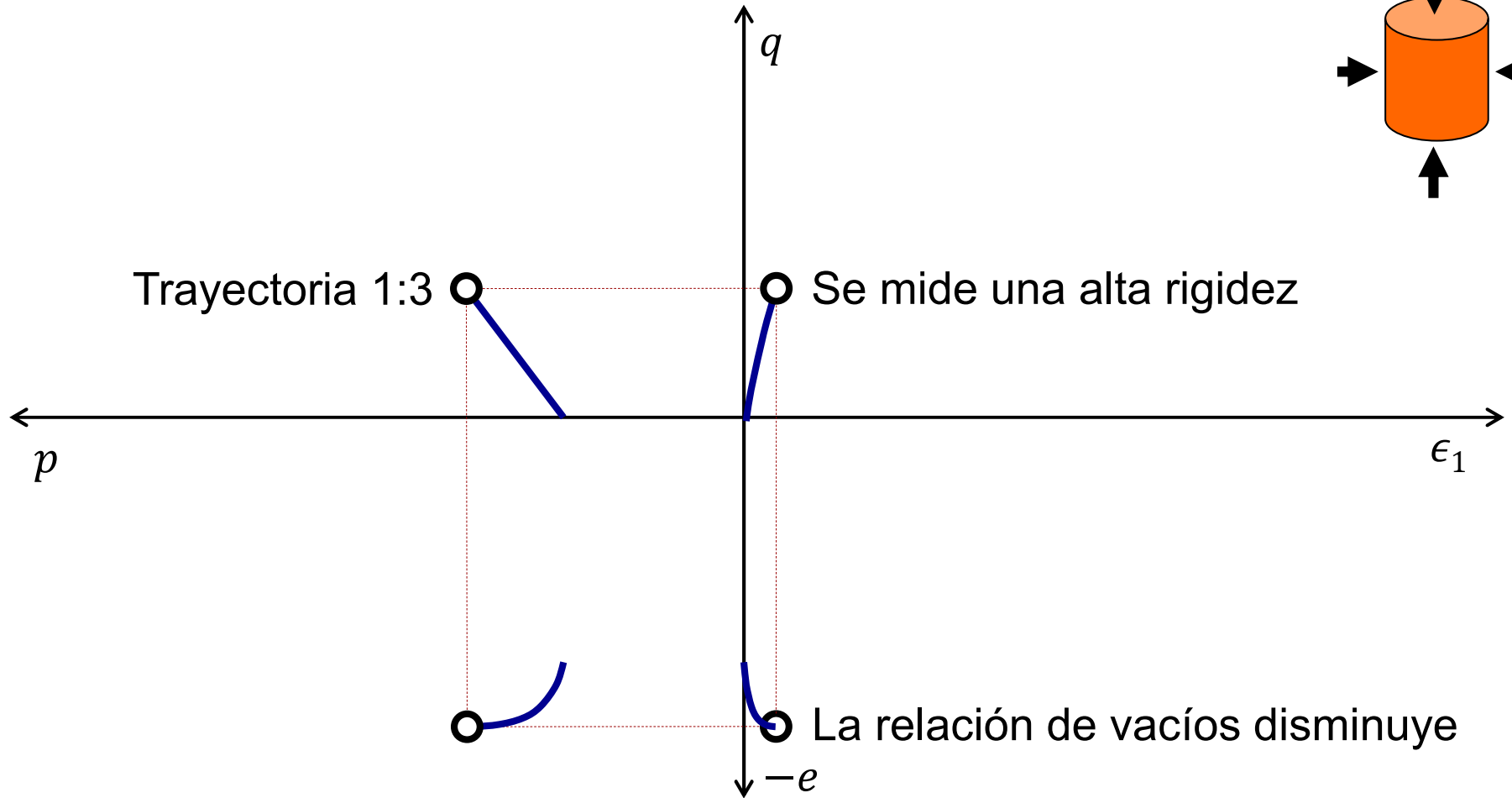
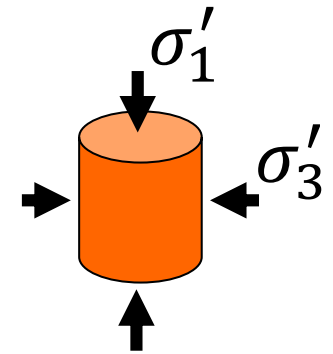
$$M = \frac{6 \cdot \sin[\phi]}{3 - \sin[\phi]}$$



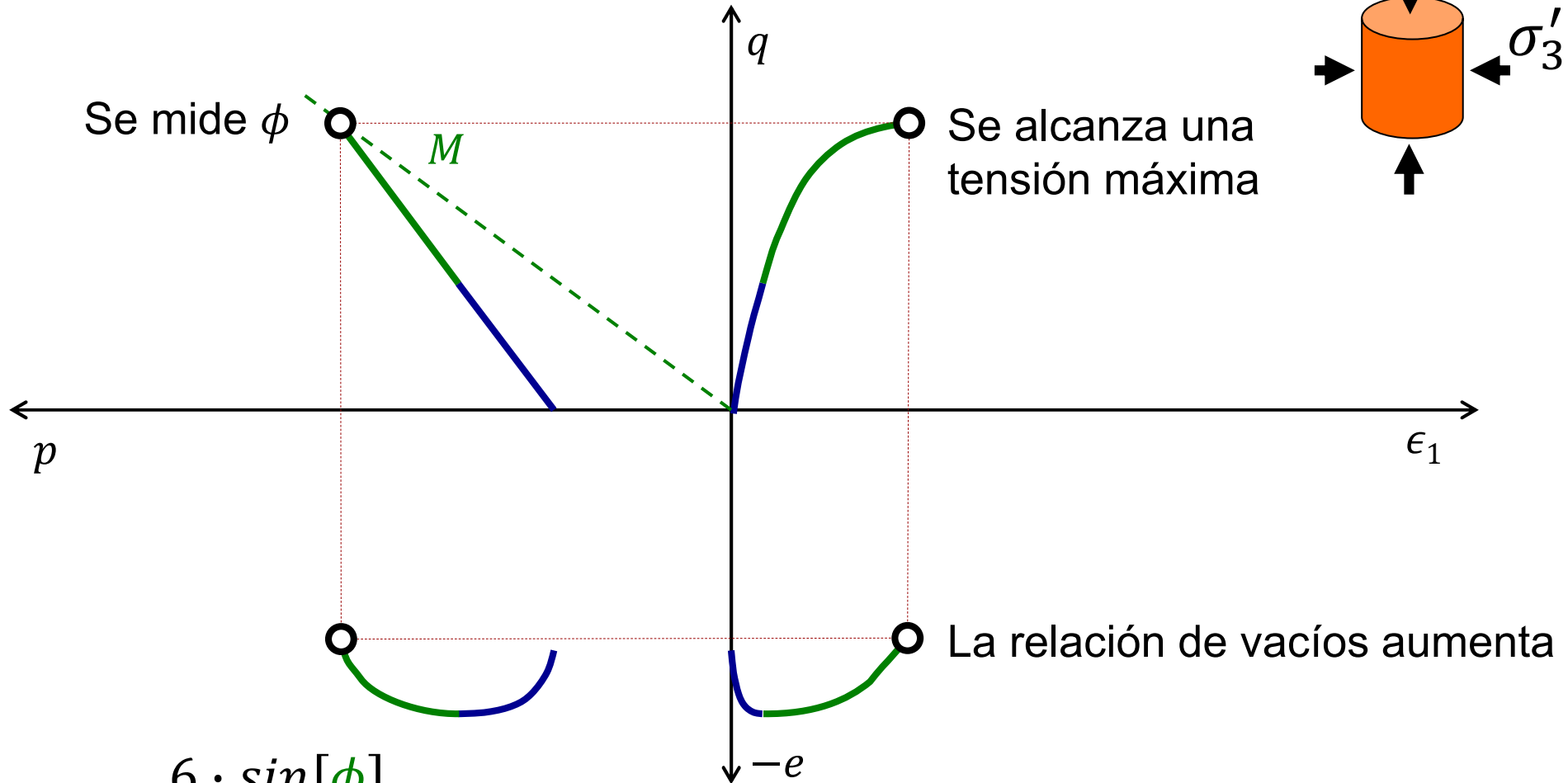
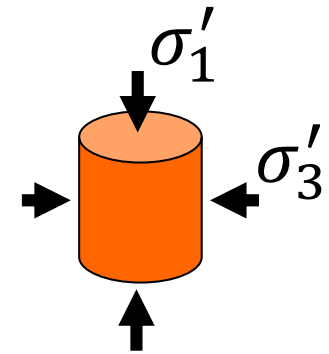
σ_3 constante

Comienza el ensayo con una presión de confinamiento y porosidad especificadas

Comportamiento de una arena **densa** en el ensayo triaxial **drenado**

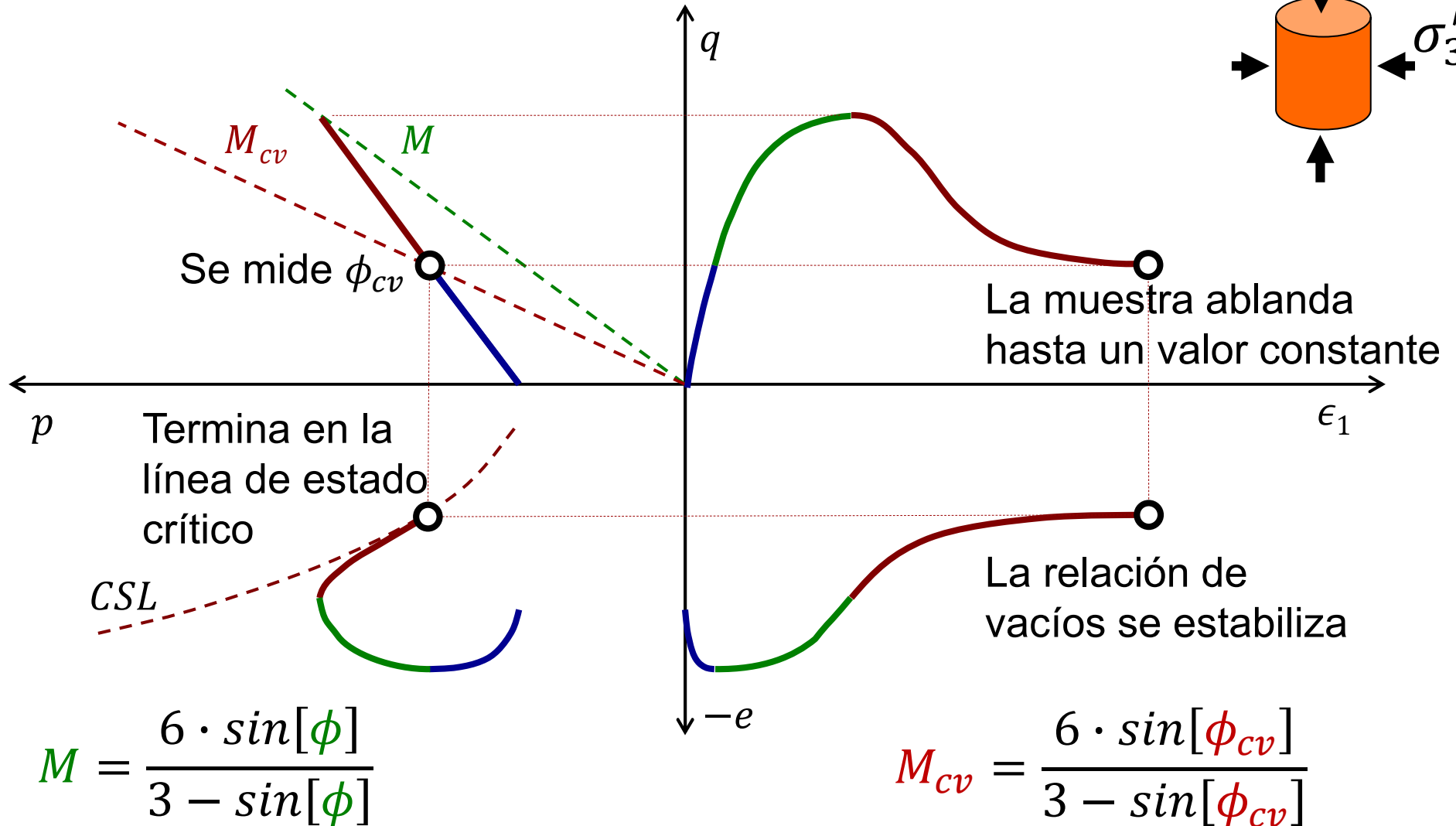
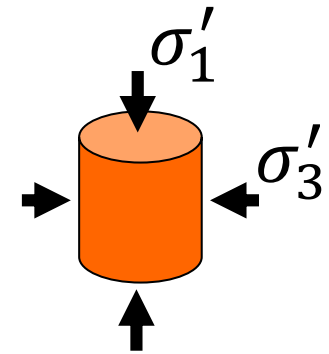


Comportamiento de una arena **densa** en el ensayo triaxial **drenado**

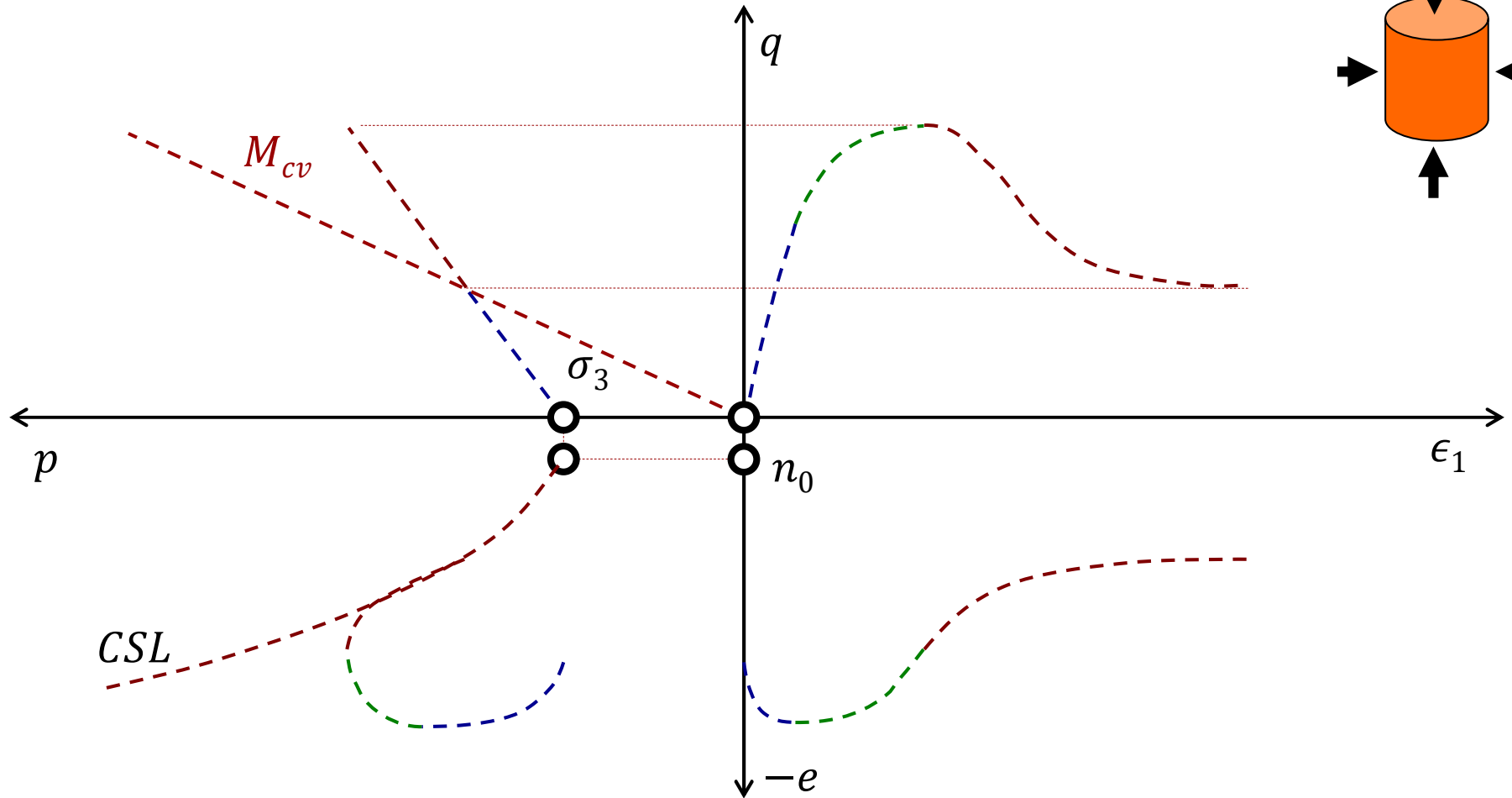
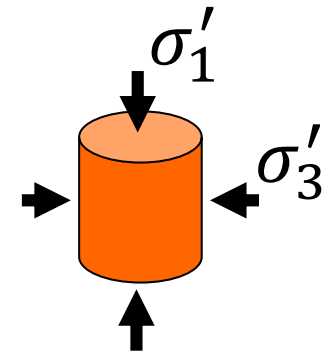


$$M = \frac{6 \cdot \sin[\phi]}{3 - \sin[\phi]}$$

Comportamiento de una arena densa en el ensayo triaxial drenado

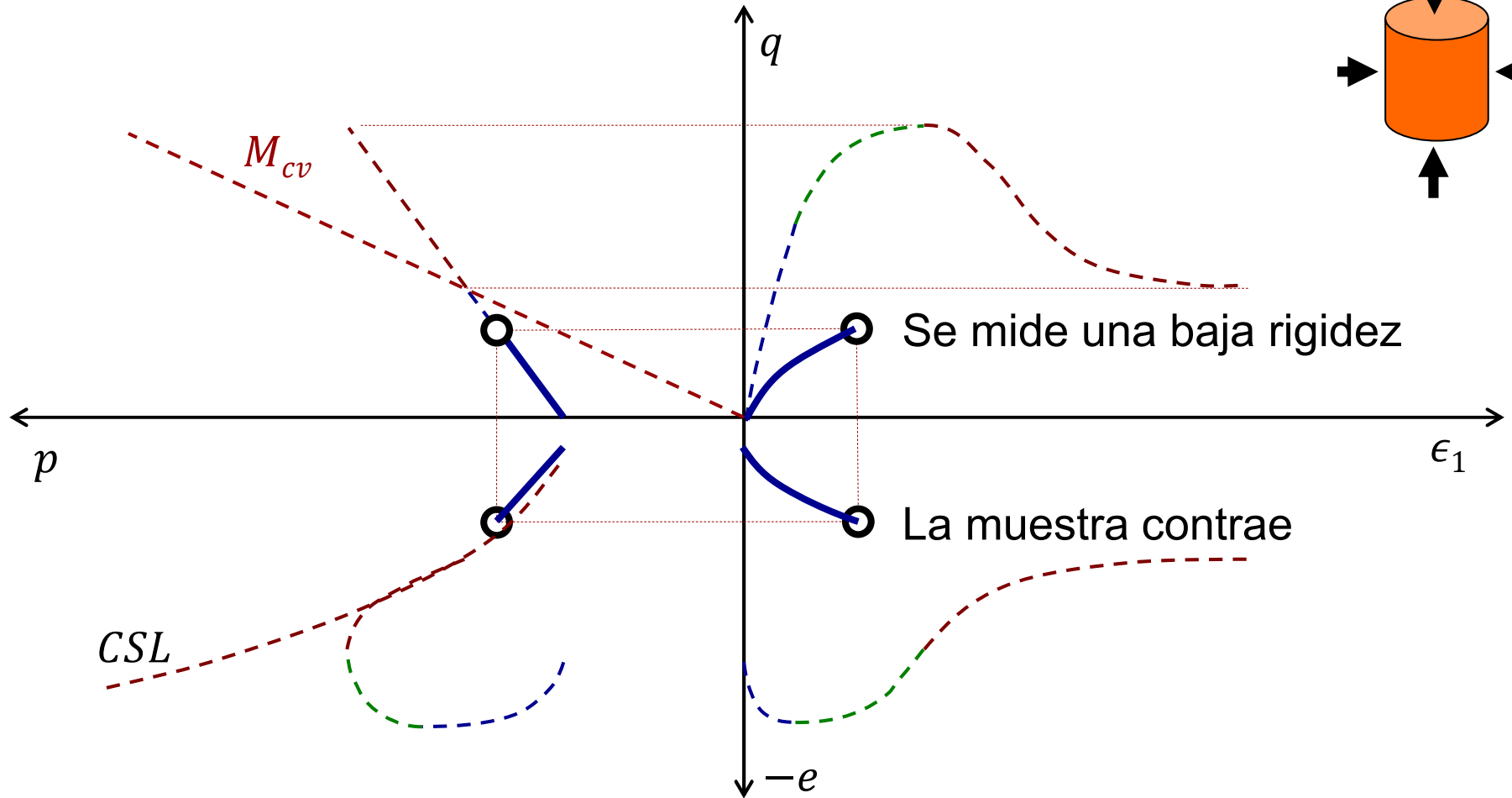
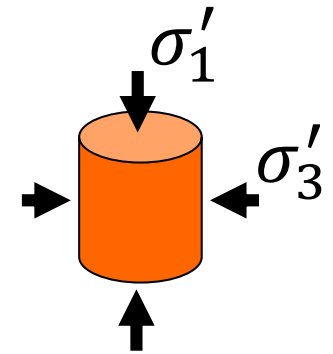


Comportamiento de una arena **suelta** en el ensayo triaxial **drenado**

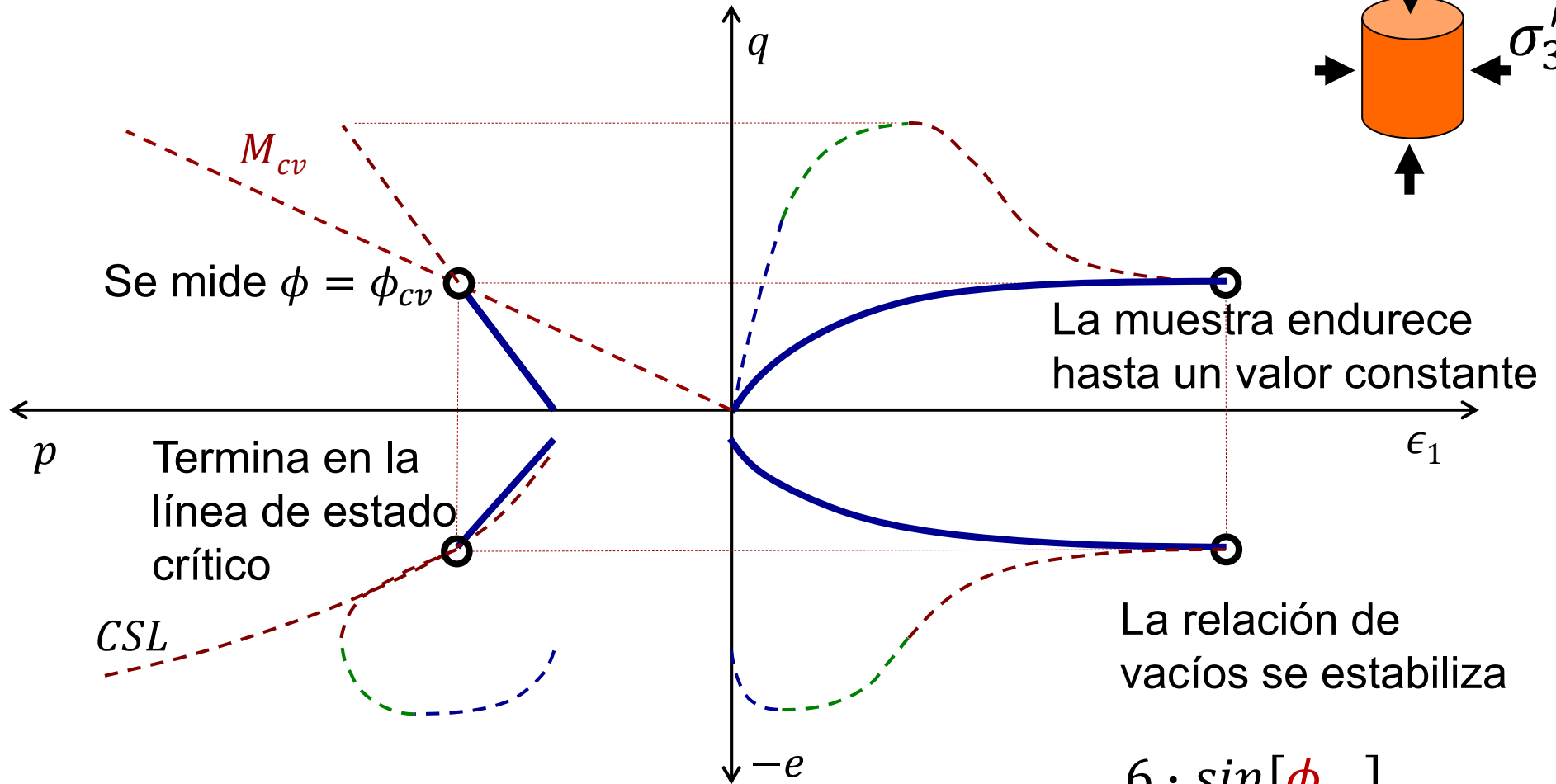
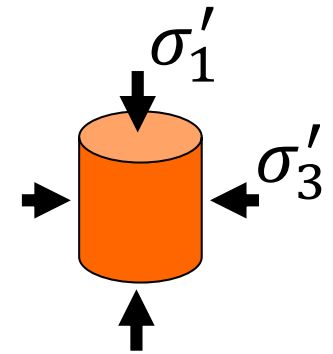


Comienza el ensayo con la misma presión y relación de vacíos

Comportamiento de una arena **suelta** en el ensayo triaxial **drenado**

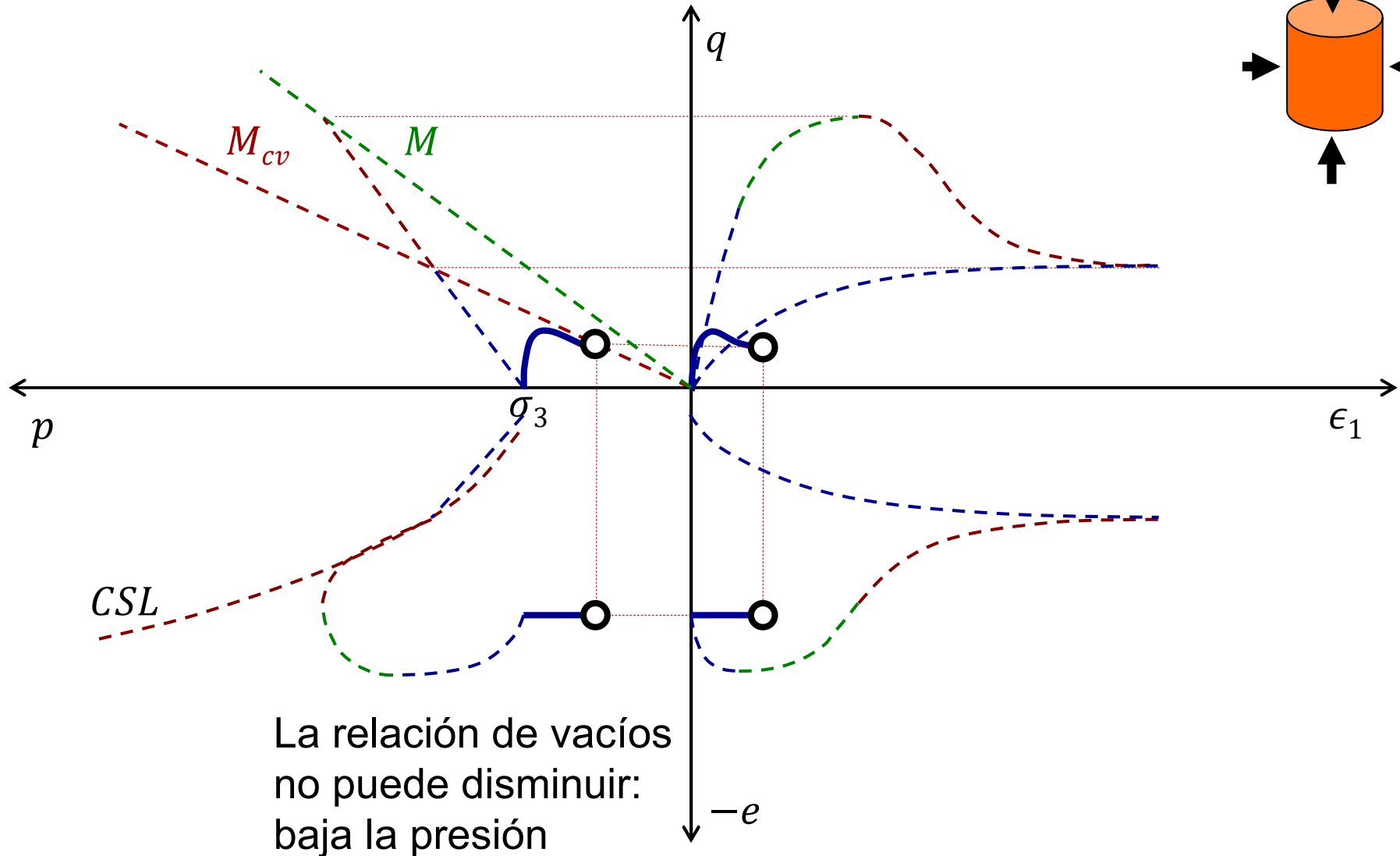
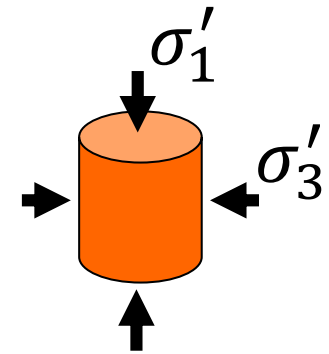


Comportamiento de una arena **suelta** en el ensayo triaxial **drenado**

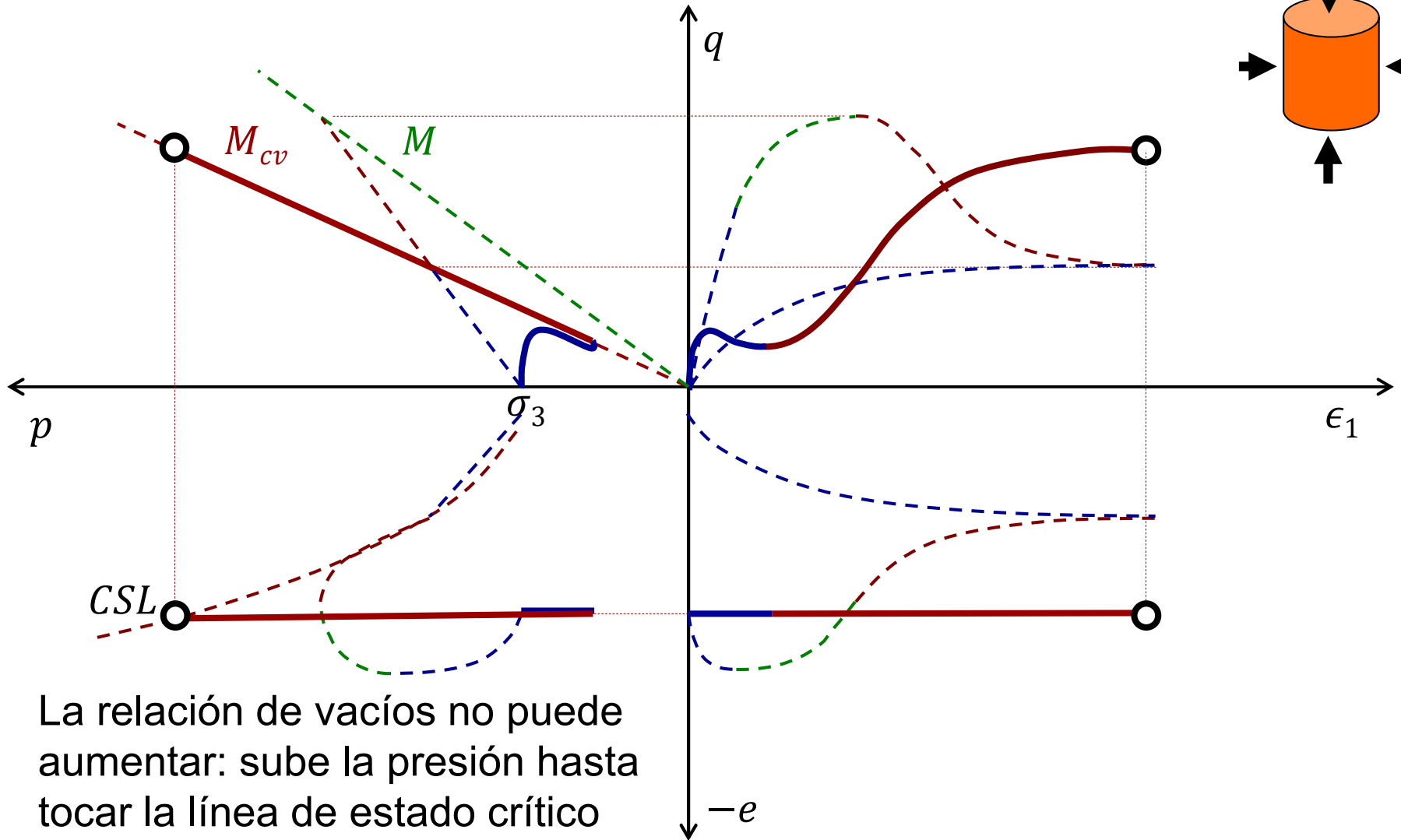
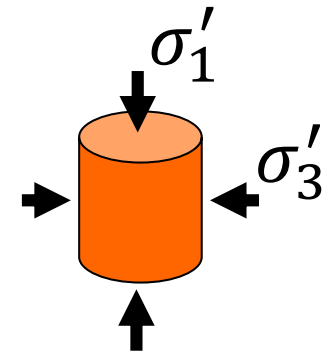


$$M_{cv} = \frac{6 \cdot \sin[\phi_{cv}]}{3 - \sin[\phi_{cv}]}$$

Comportamiento de una arena densa en el ensayo triaxial no drenado

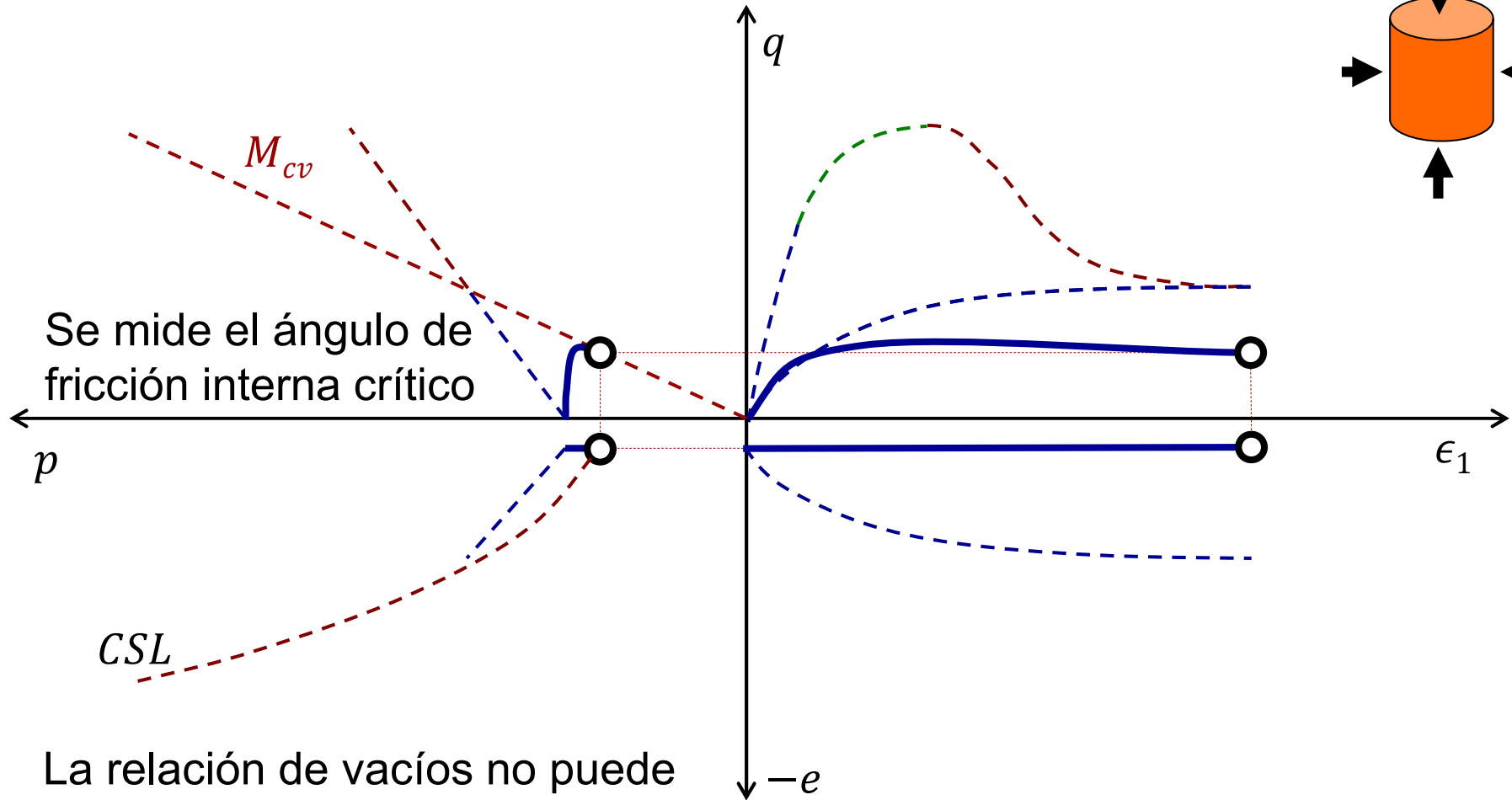
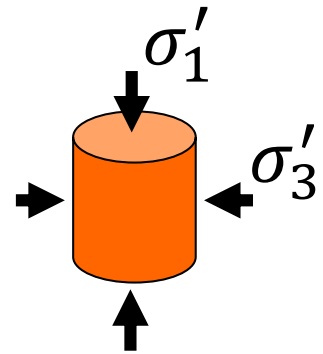


Comportamiento de una arena **densa** en el ensayo triaxial **no drenado**



La relación de vacíos no puede aumentar: sube la presión hasta tocar la línea de estado crítico

Comportamiento de una arena **suelta** en el ensayo triaxial **no drenado**



Se mide el ángulo de fricción interna crítico

La relación de vacíos no puede disminuir: baja la presión hasta tocar la línea de estado crítico

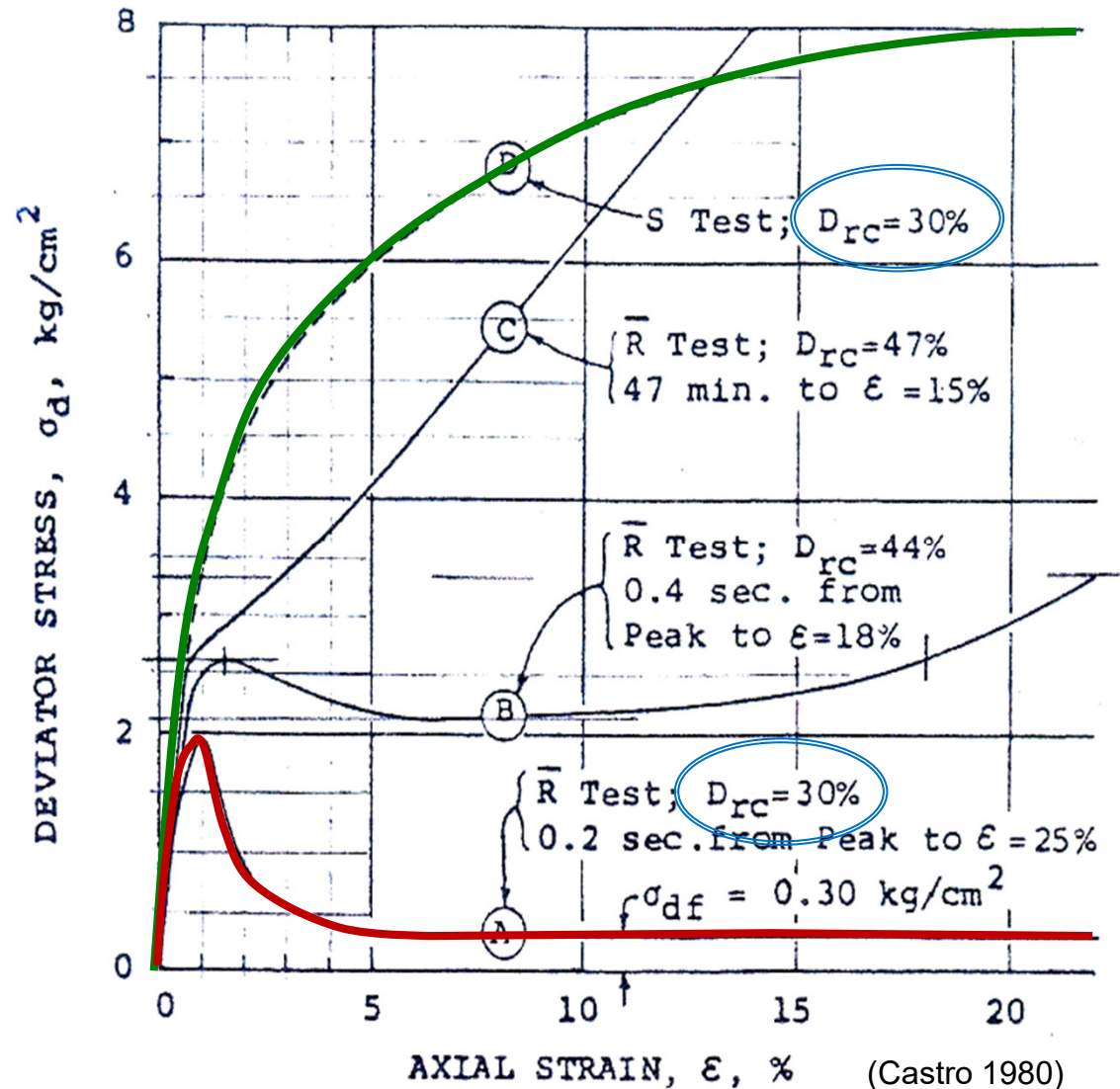


Ejercicio: imagine las trayectorias $p - q$ de los ensayos que se muestran en la figura

Drenado: el agua fluye a presión constante

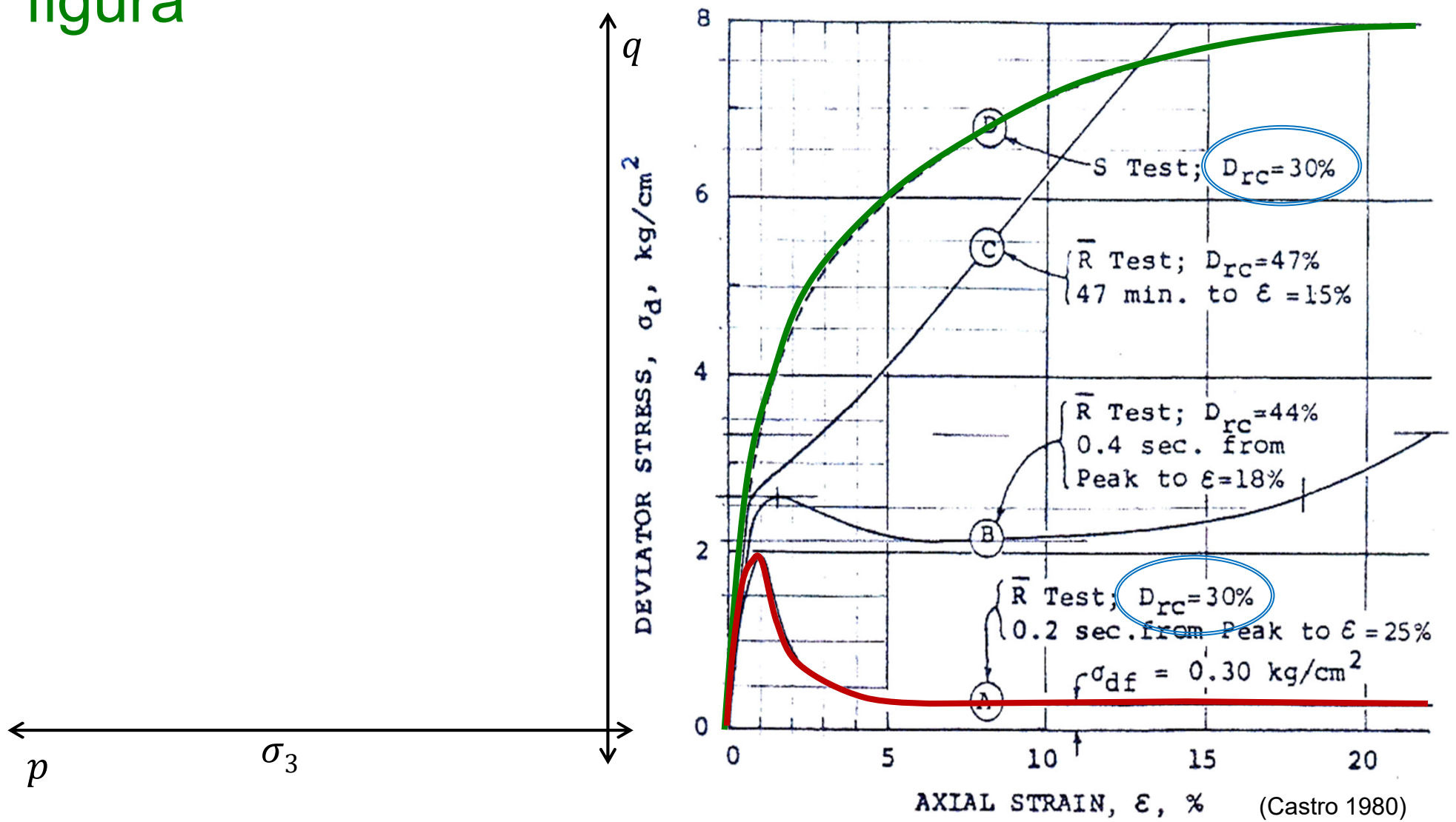
No drenado: el agua no fluye, cambia de forma a volumen constante

Curvas muy diferentes, el mismo mecanismo:
Dilatancia dependiente de presión y relación de vacíos

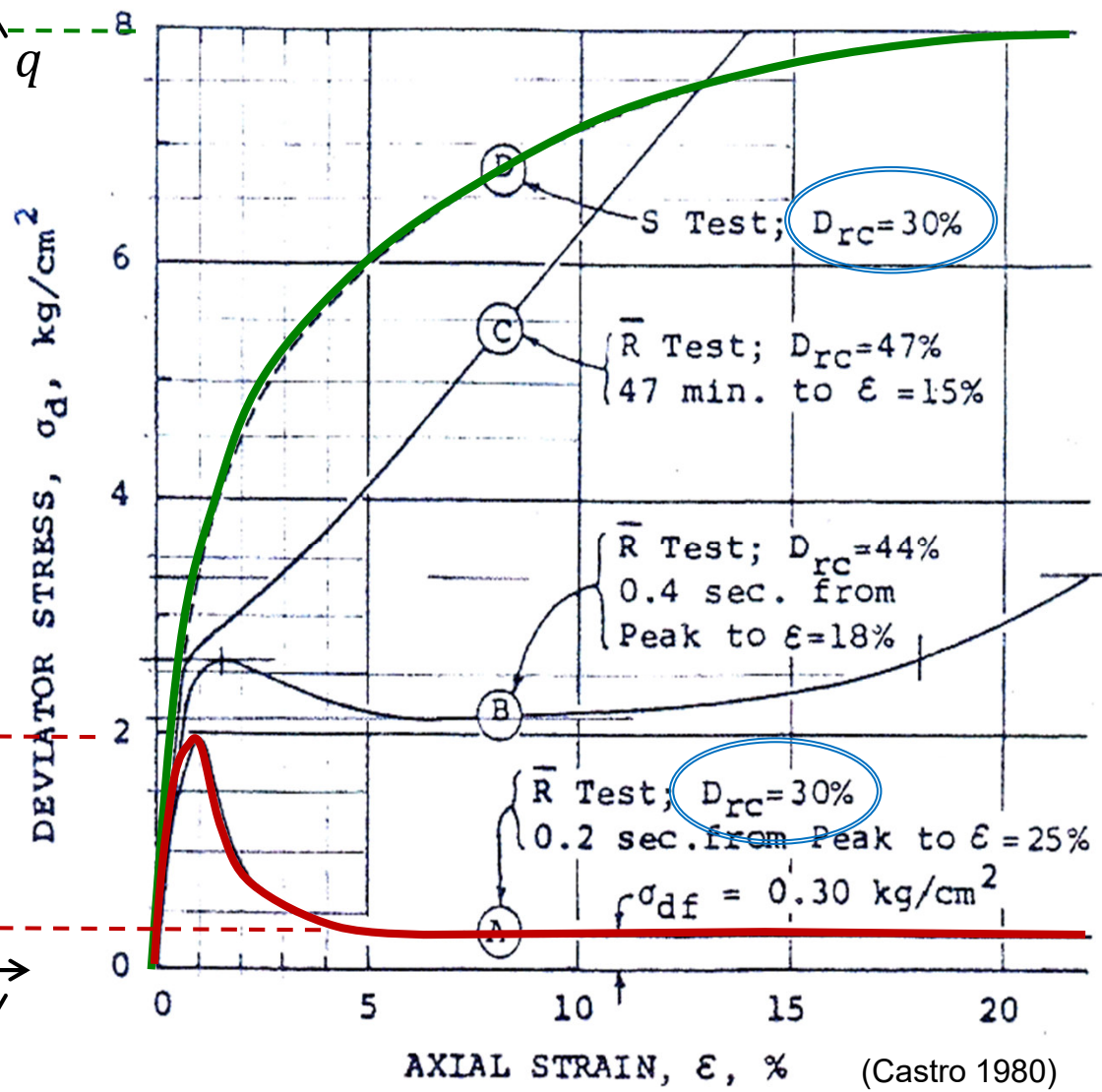
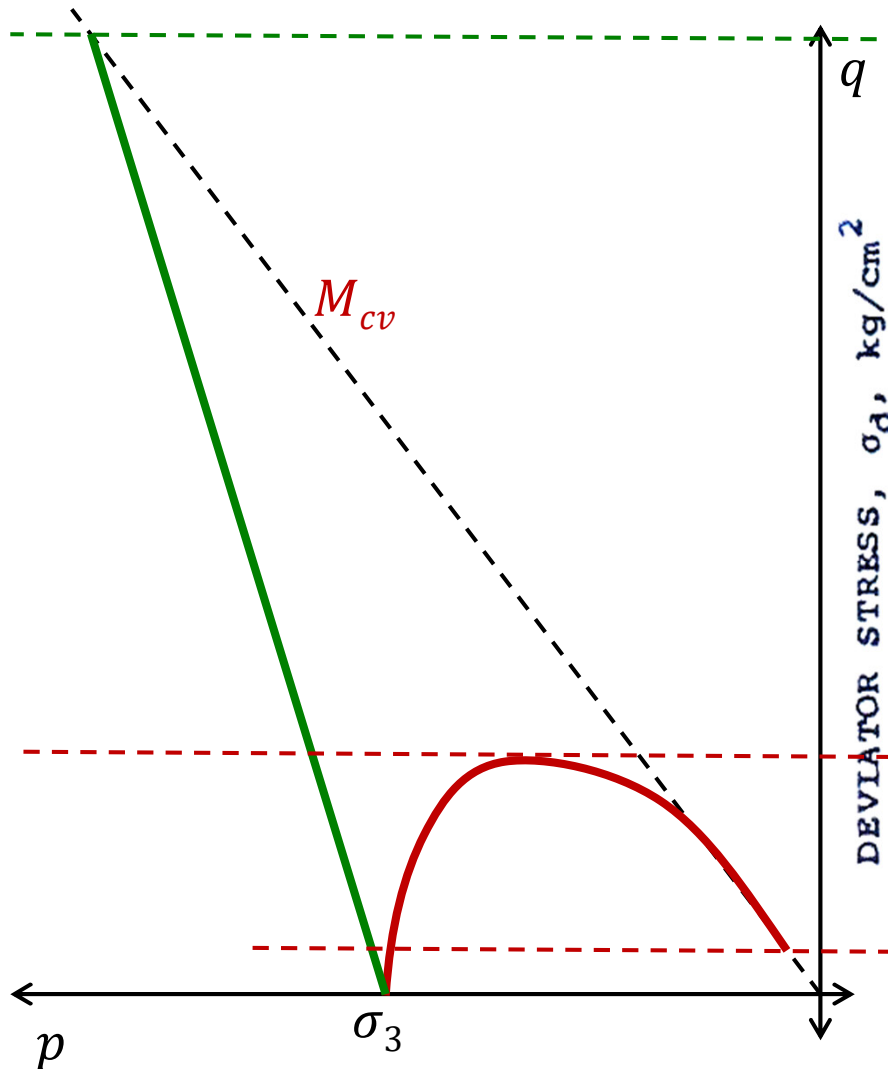




Ejercicio: imagine las trayectorias $p - q$ de los ensayos que se muestran en la figura



Ejercicio trayectorias $p - q$: solución



Bibliografía



Básica

- Powrie. Soil Mechanics. 3^{da} Ed. Spon Press
- Jiménez Salas y otros. Geotecnia y Cimientos I. Ed. Rueda

Complementaria

- Mitchell. Fundamentals of soil behavior. Wiley.
- Terzaghi, Peck y Mesri. Soil Mechanics in Engineering Practice. Wiley.
- Sfriso (2008). Caracterización de materiales constituidos por partículas. Tesis FIUBA.