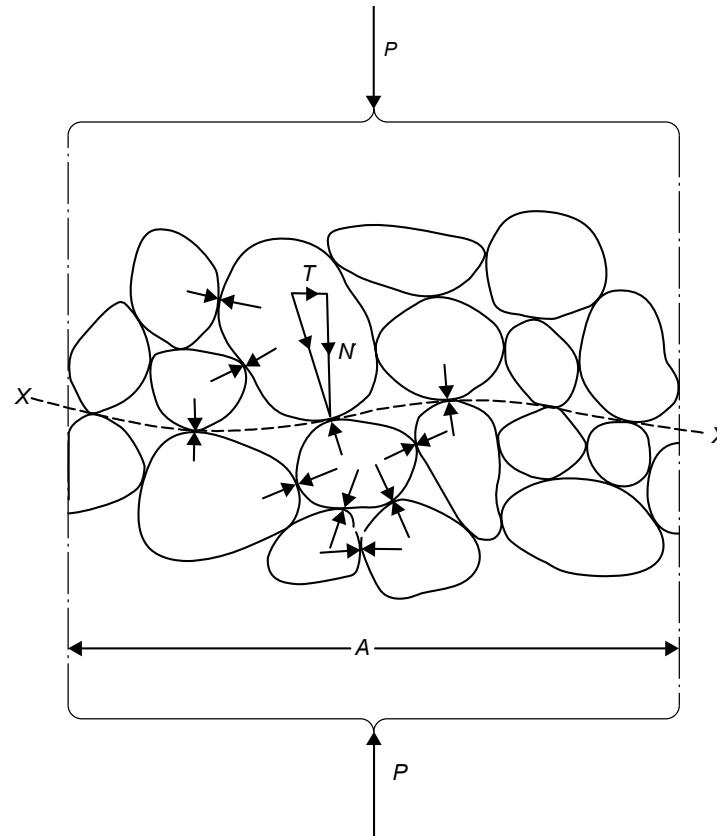


# Las presiones efectivas



Mecánica de Suelos y Geología  
Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

# Índice



- Presiones totales ( $\sigma$ ), de poros ( $u$ ) y efectivas ( $\sigma'$ )
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico

# Principio de Arquímedes



Un cuerpo, total o parcialmente sumergido en un fluido estático, será empujado con una fuerza ascendente igual al peso del fluido desplazado

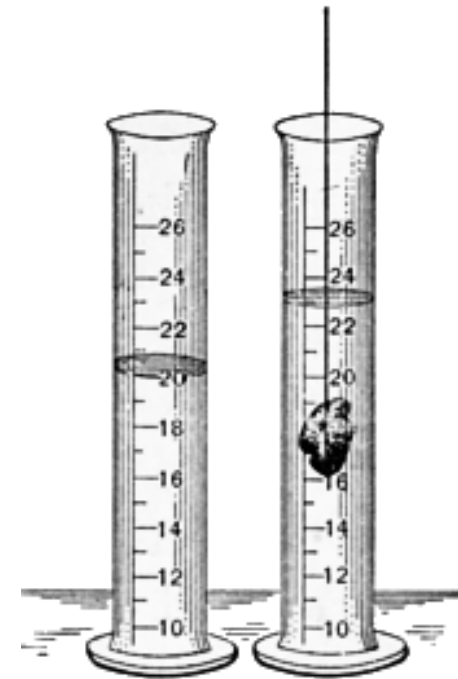
$$E = mg = \rho_f \cdot V \cdot g$$

Donde

$\rho_f$  es la densidad del fluido

$V$  es el volumen del cuerpo

$g$  es la aceleración de la gravedad

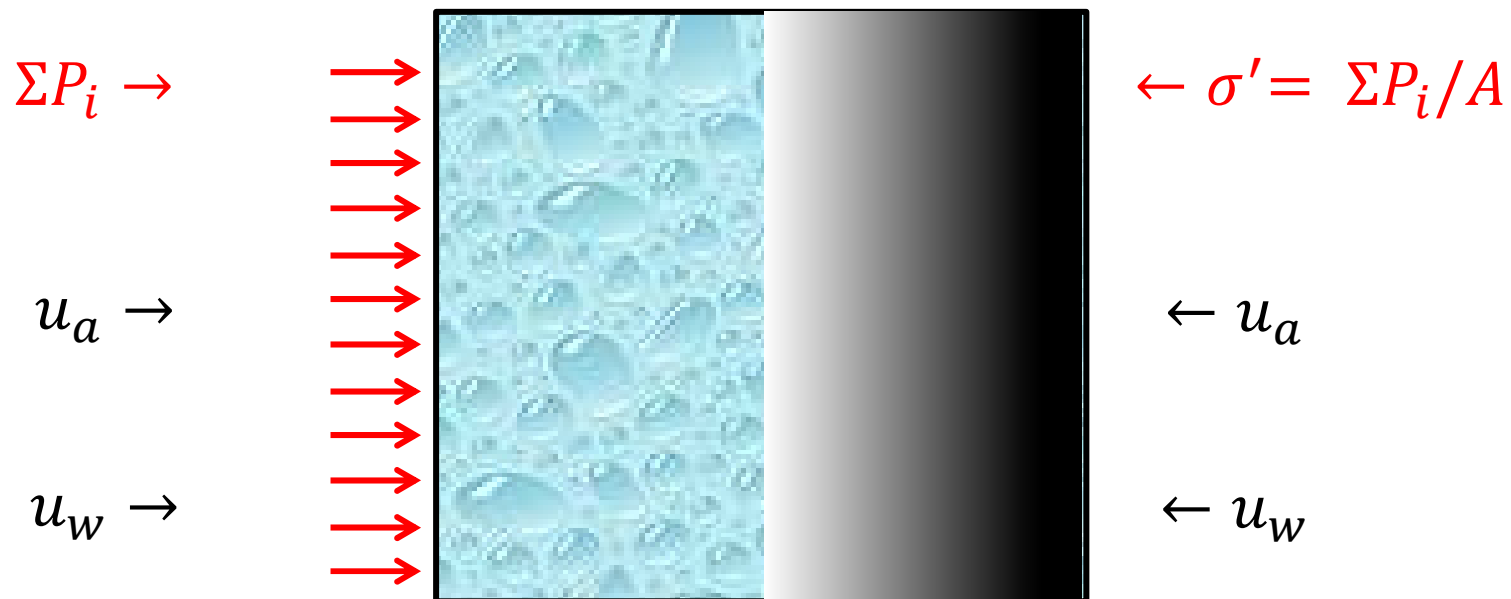




# La definición de “tensión” en un medio poroso

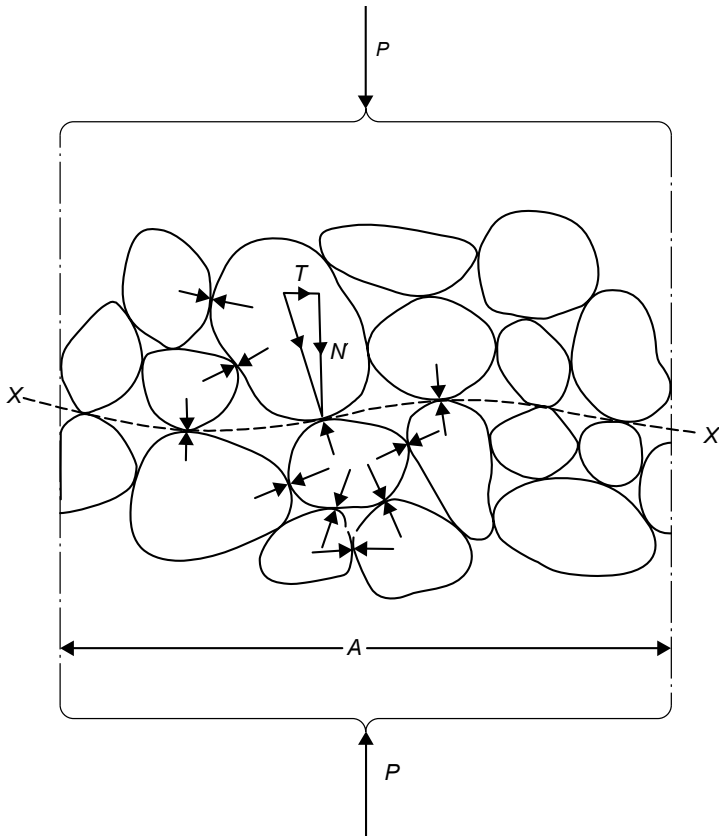
Las fuerzas concentradas que se transmiten de grano a grano (a través de sus contactos) se “convierten” en una “tensión integranular” que actúa en toda la superficie

( $u_a$ : tensión de la fase aire -  $u_w$ : tensión de la fase agua)





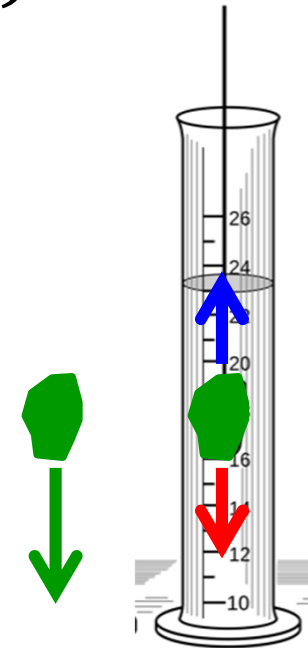
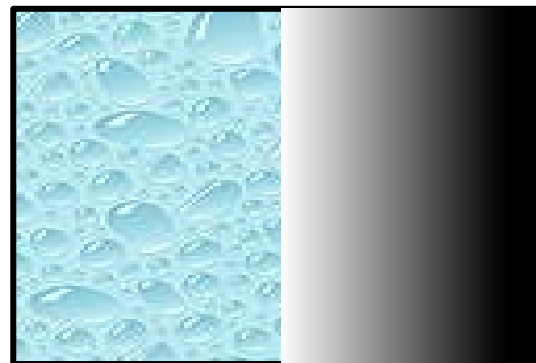
# El principio de Arquímedes en un medio poroso saturado: tensión efectiva ( $\sigma'$ )



$$\Sigma P_i \sim \Sigma N_i$$

Las fuerzas normales en cada contacto son  $N_i$  (se asume equivalente a  $P_i$ )

$$\frac{\Sigma P_i}{A} + u_w = \sigma = \frac{P}{A} \rightarrow$$

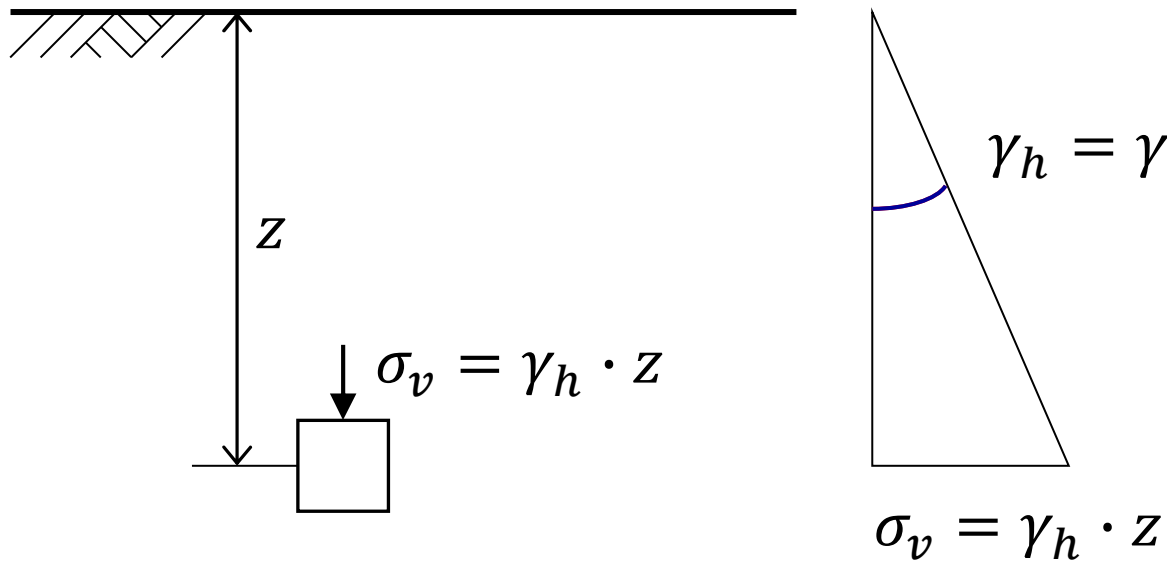


$$\sigma' = \frac{\Sigma P_i}{A} = \sigma - u_w$$



# Presión total vertical ( $\sigma_v$ ) en terreno horizontal: suelo no saturado ( $\gamma < \gamma_{sat}$ )

En un suelo no saturado los vacíos tienen agua y aire, el peso promedio es mas bajo que cuando está saturado

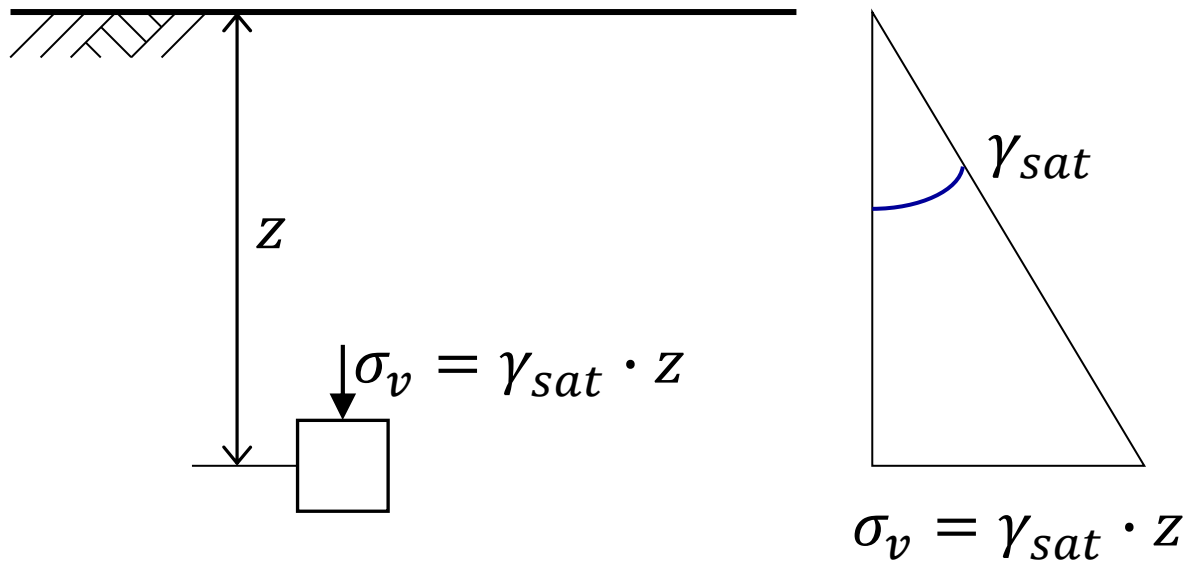


(nota:  $\gamma_h = \gamma$ , el subíndice "h" indica húmedo)



# Presión total vertical ( $\sigma_v$ ) en terreno horizontal: suelo saturado ( $\gamma = \gamma_{sat}$ )

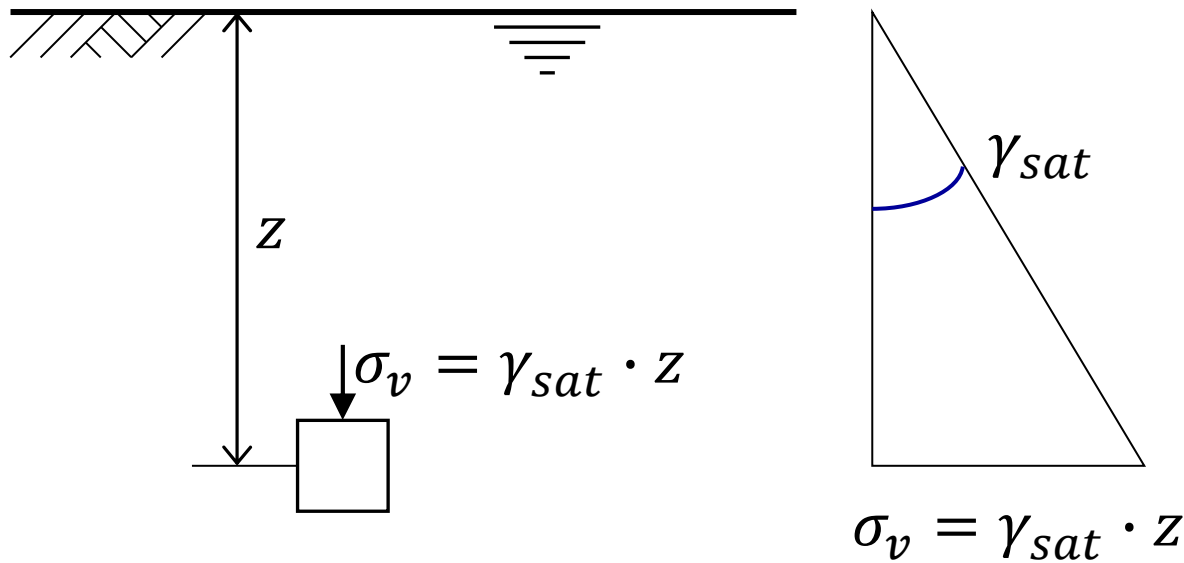
En un suelo saturado, el peso unitario no depende de la presión del agua (que puede ser positiva o negativa)





# Presión total vertical ( $\sigma_v$ ) en terreno horizontal: suelo sumergido ( $\gamma = \gamma_{sat}$ )

Un suelo saturado y sumergido tienen el mismo peso unitario, lo que cambia es la presión del agua (+/-)

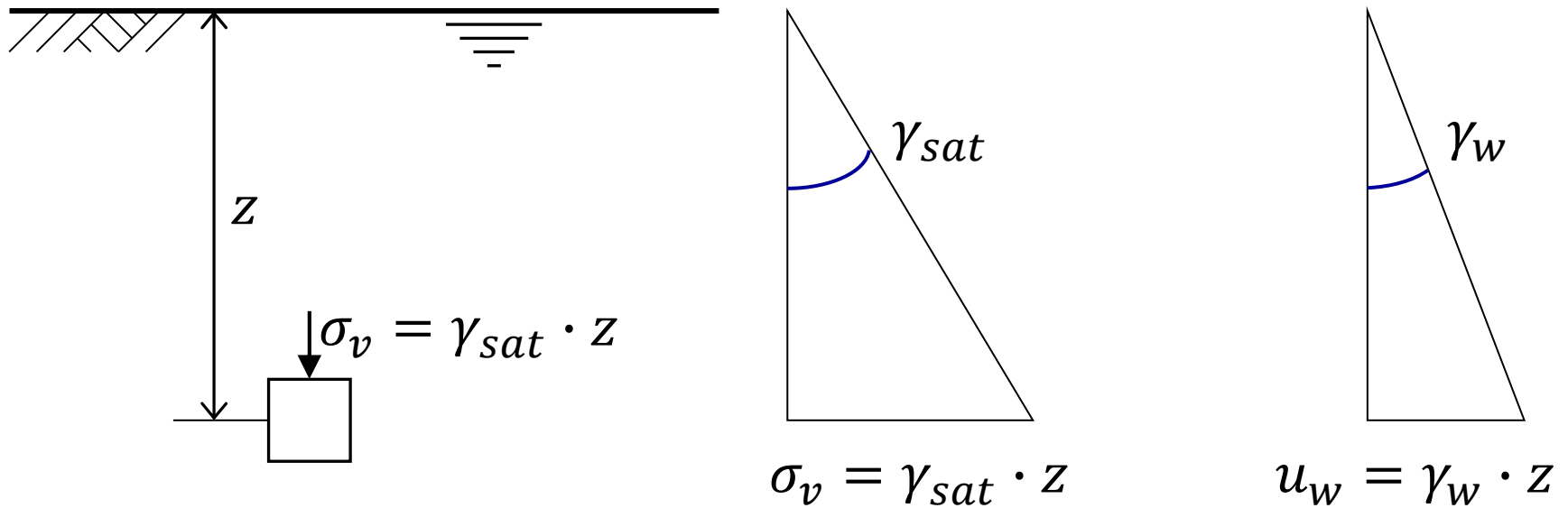






# Presión de poros ( $u$ ) en terreno horizontal: suelo sumergido ( $\gamma = \gamma_{sat}$ )

En este ejemplo, la presión del agua se asume cero en la superficie

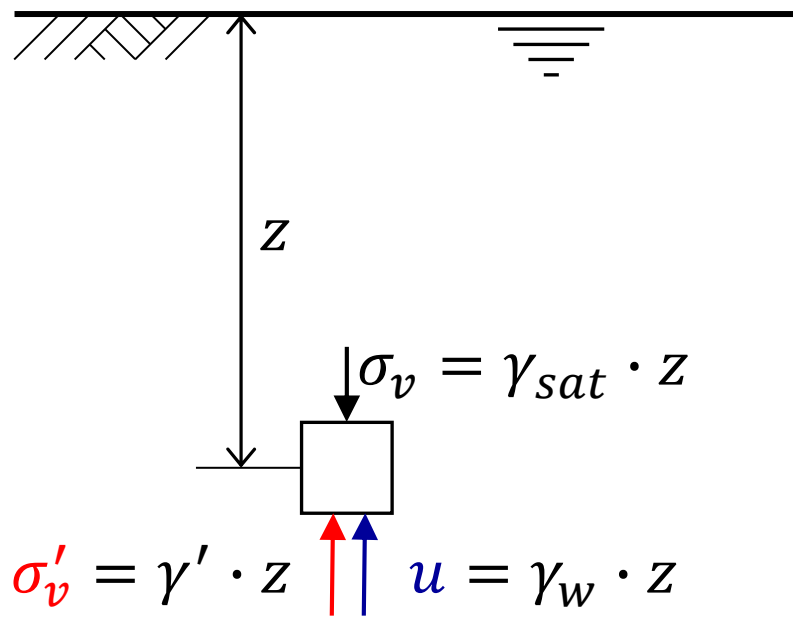


(nota: vamos de escribir generalmente  $u_w = u$ )

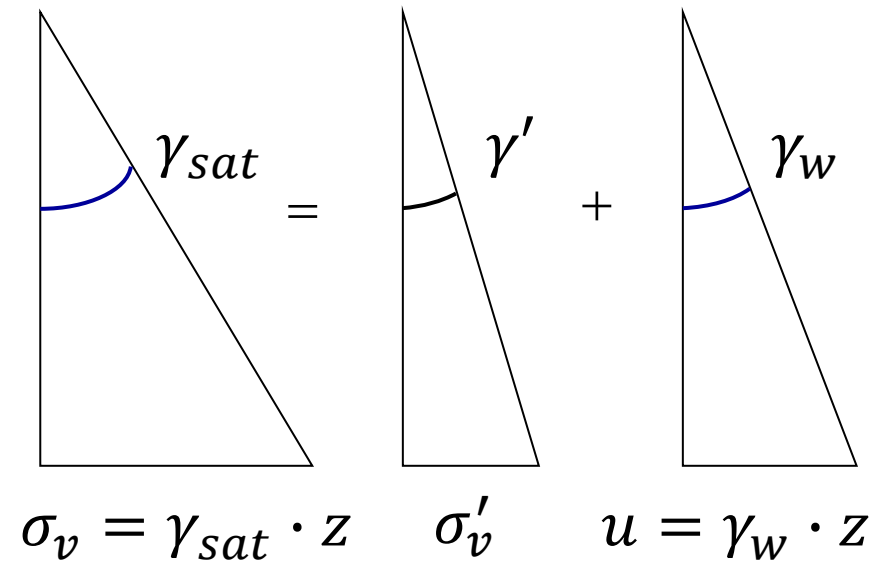


# Presión efectiva vertical ( $\sigma'_v$ ) en terreno horizontal: suelo sumergido ( $\gamma = \gamma_{sat}$ )

La **presión intergranular (efectiva)** es igual a la presión total menos la **presión del fluido de poros (agua)**

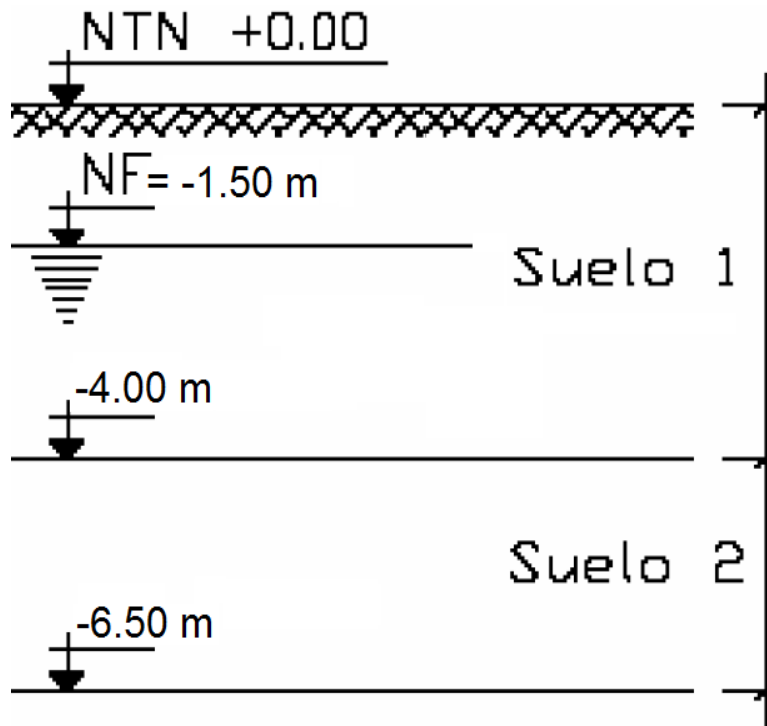


$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$



$$\gamma' + \gamma_w = \gamma_{sat}$$

# Ejercicio - Enunciado



$$\gamma = \frac{18kN}{m^3}$$

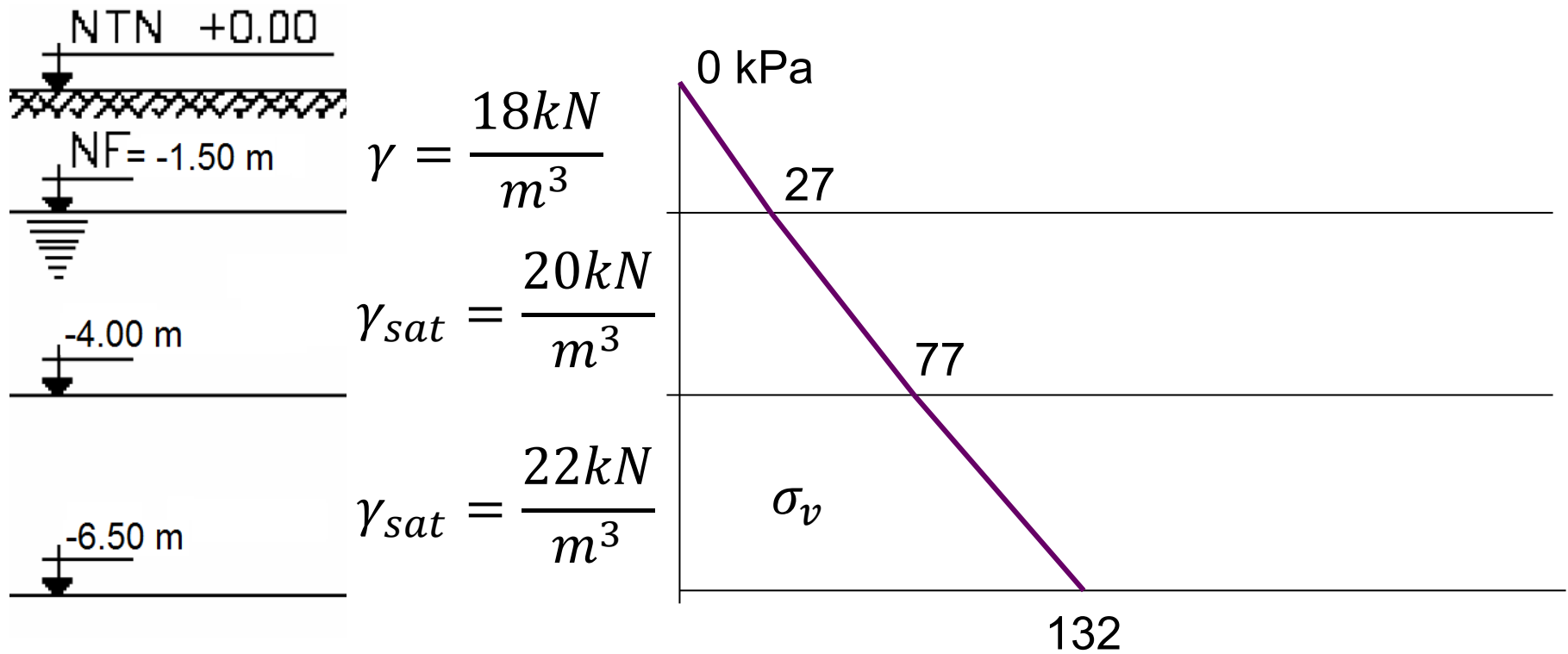
$$\gamma_{sat} = \frac{20kN}{m^3}$$

$$\gamma_{sat} = \frac{22kN}{m^3}$$

Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático (NF)



# Ejercicio - Solución

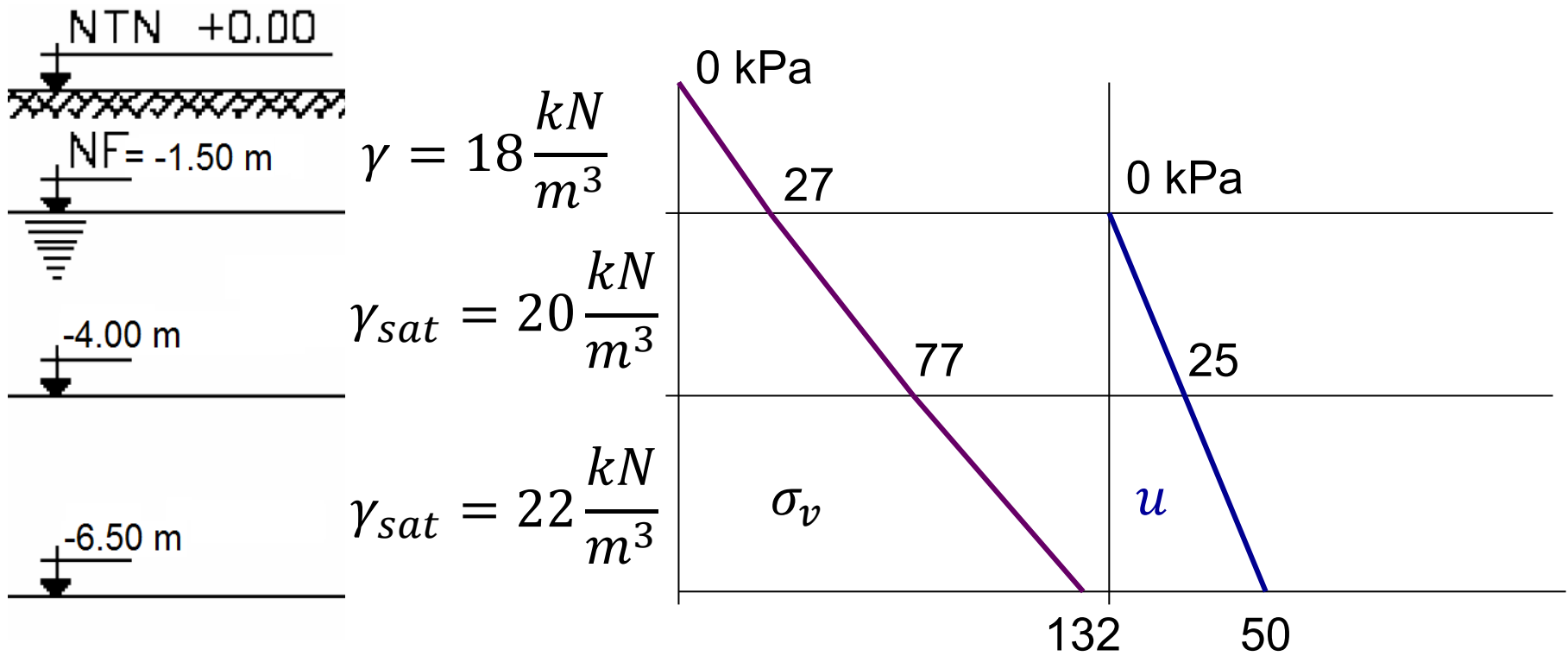


Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$



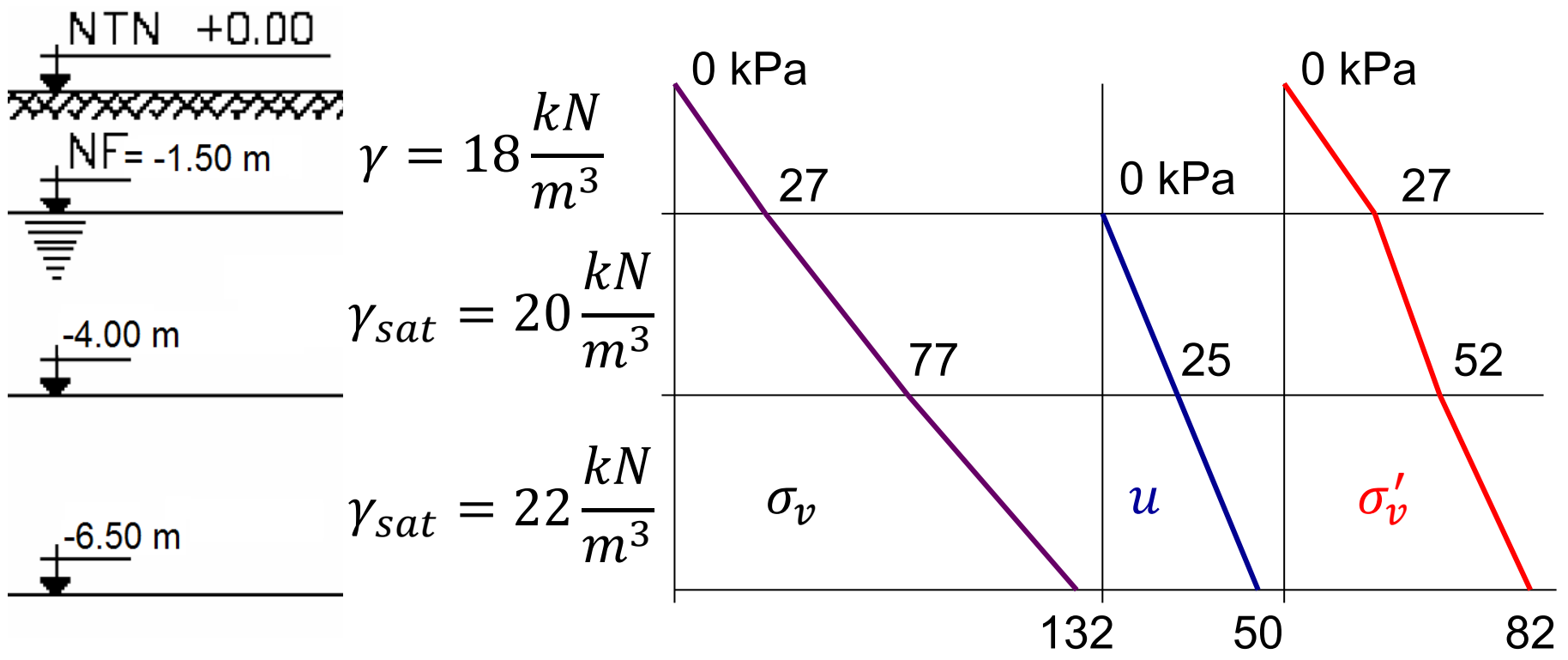
# Ejercicio - Solución



Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$

# Ejercicio - Solución

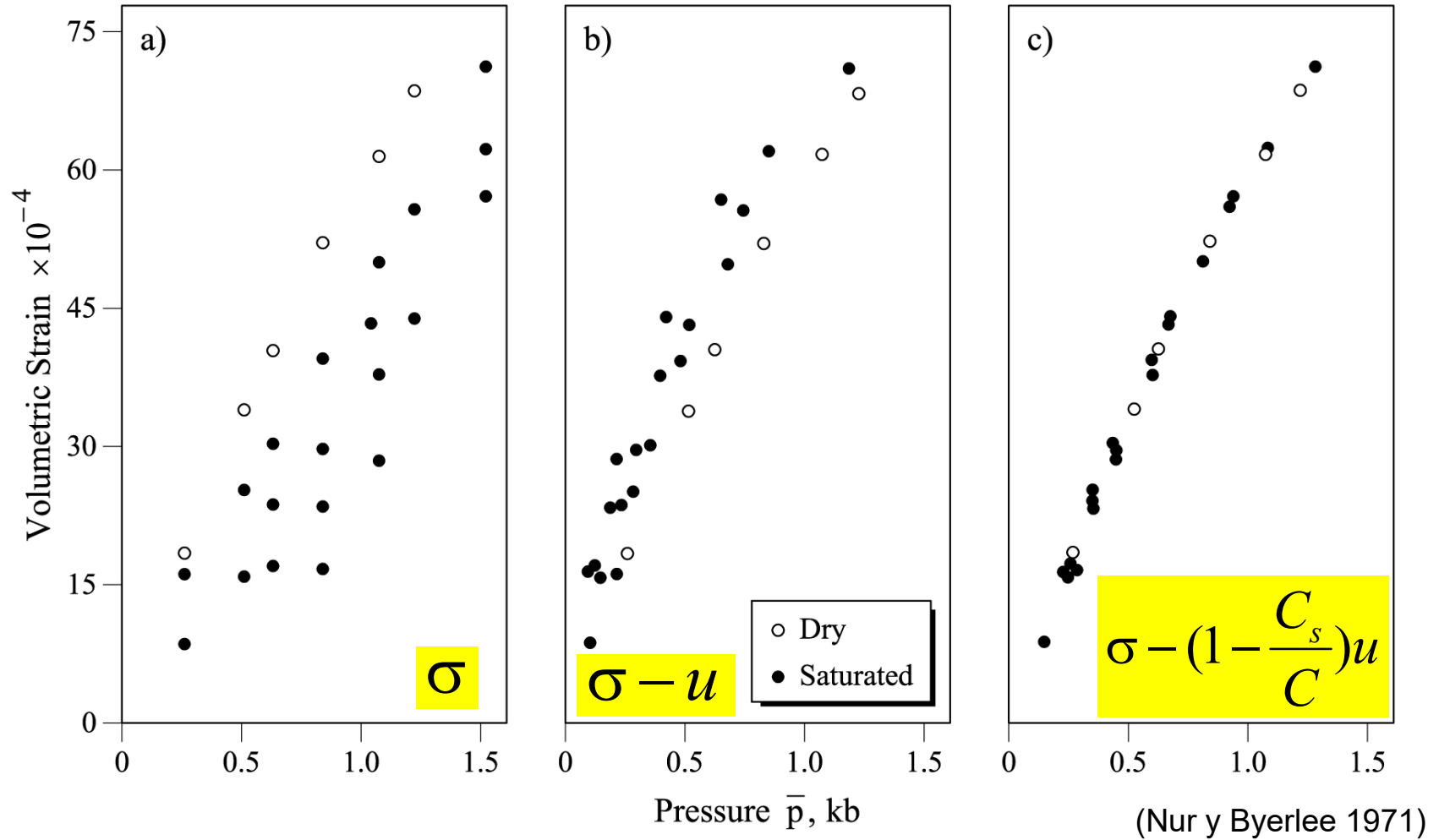


Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$



# Atención: esta definición de presión efectiva es simple pero no es exacta



# Índice



- Presiones totales, de poros y efectivas
- **Ascenso capilar**
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico



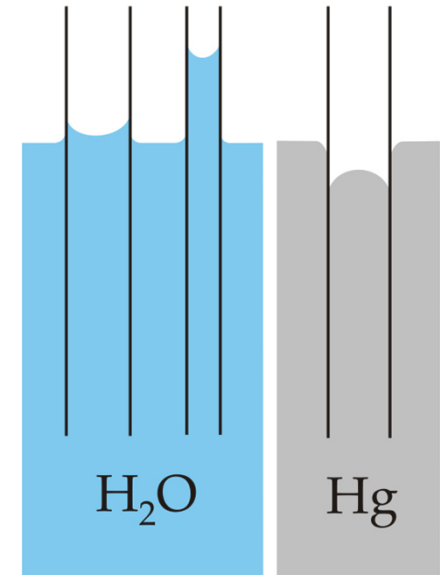
# Interfaz agua-aire

La interfaz agua-aire se comporta como una membrana con resistencia a la tracción

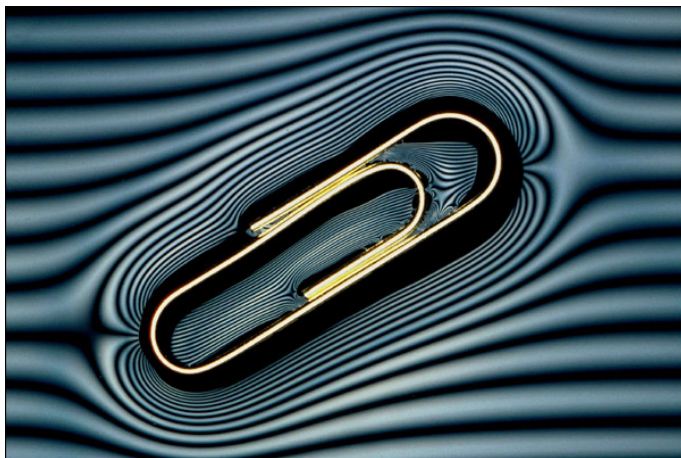
Existe tensión ( $T_s$ ) superficial en la interfaz

En un conducto pequeño el agua moja las paredes y la membrana se curva: diferencia de presión:

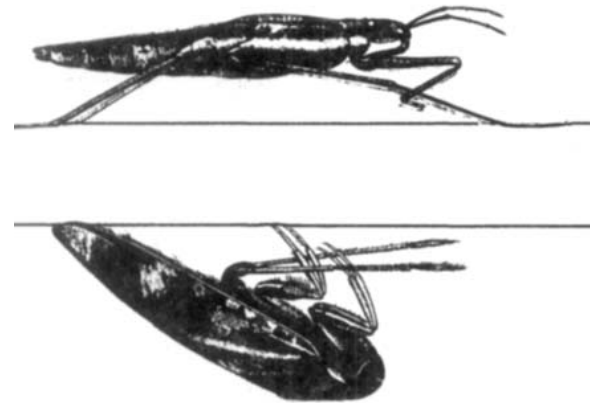
ascenso capilar



(Wikipedia)



(BBC News In pictures Visions of Science.jpg)



Insectos que viven sobre y bajo la interfaz

(Milne and Milnc, 1978)

# Equilibrio de una columna capilar



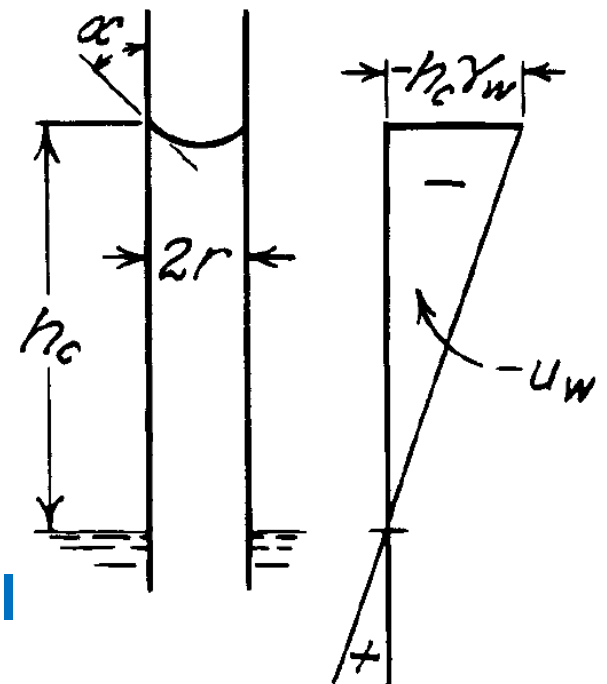
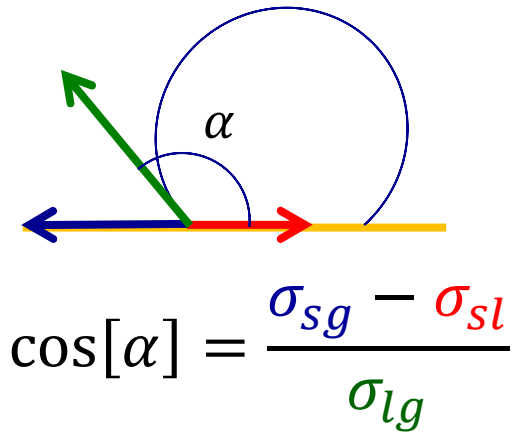
En el contacto agua-aire-sólido hay tres fuerzas

- Tensión sólido-líquido:  $\sigma_{sl}$
- Tensión sólido-gas:  $\sigma_{sg}$
- Tensión líquido-gas:  $\sigma_{lg}$

El ángulo del contacto surge del equilibrio

- Peso columna de agua:  $W = \pi r^2 \gamma_w h_c$
- Tensión superficial:  $T = 2\pi r T_s \cos[\alpha]$   
(Columna de vidrio comprimida)
- Por equilibrio:  $W = T \rightarrow h_c = \frac{2 \cdot T_s \cdot \cos[\alpha]}{r \cdot \gamma_w}$

**Ascenso capilar inversamente proporcional al radio de los poros**

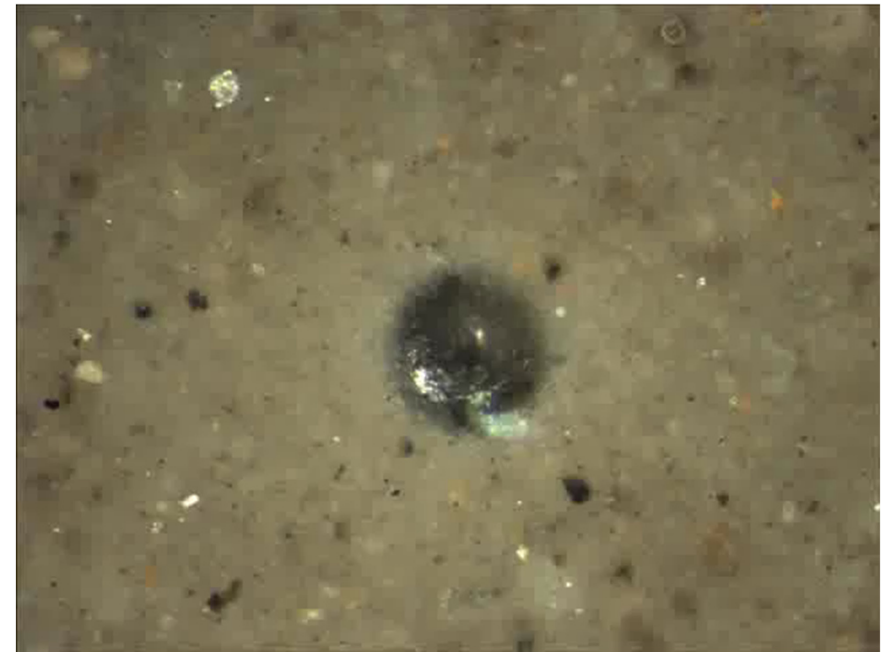
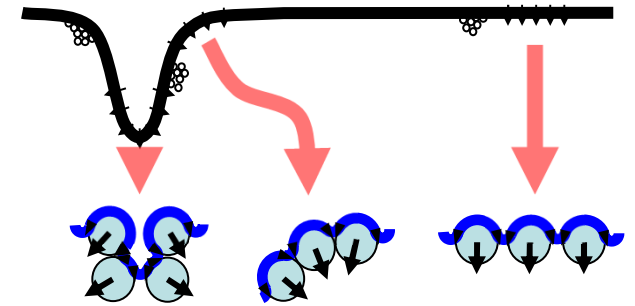


# Las tensiones capilares son tensiones efectivas



La tensión capilar tracciona el agua y comprime las partículas

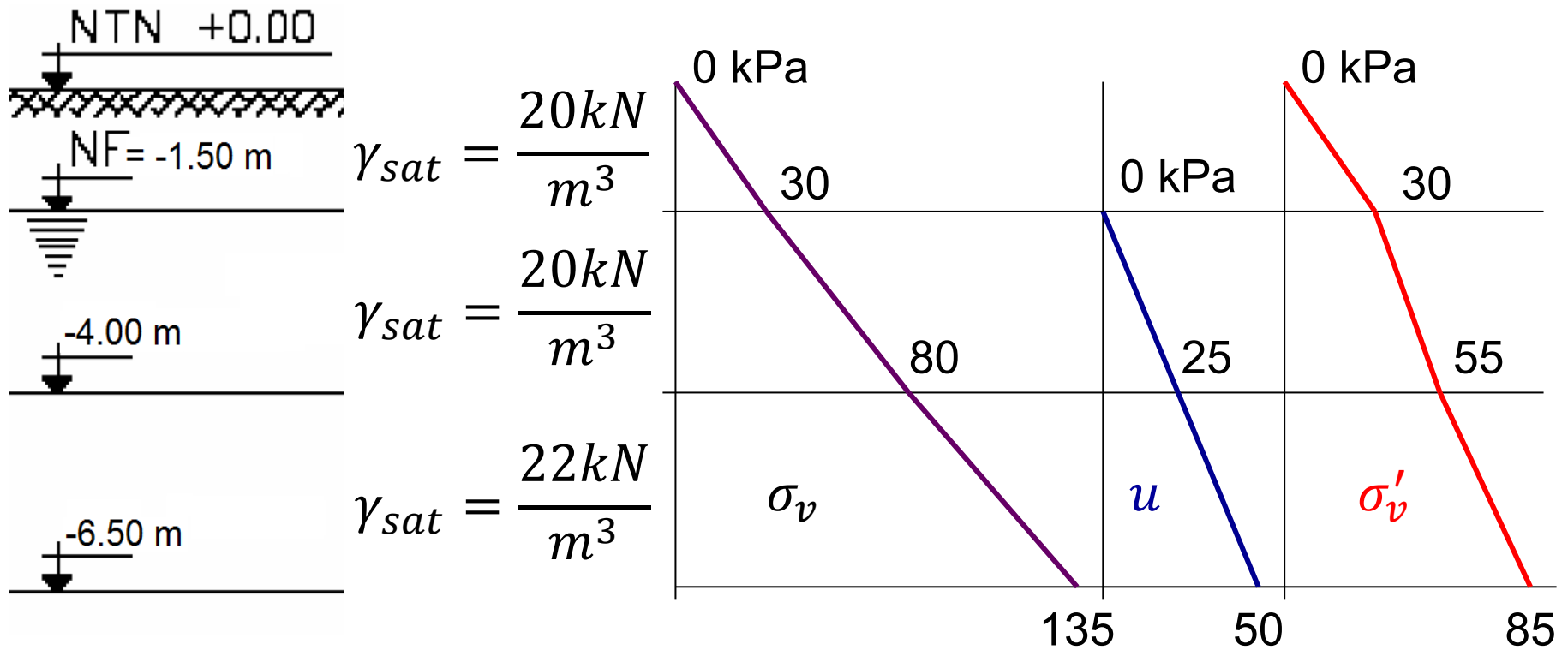
$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u \rightarrow \Delta u < 0 \rightarrow \Delta\sigma' > 0$$



(Santamarina 2012)



Esta es la distribución de presiones si no hay ascenso capilar (suelo saturado)



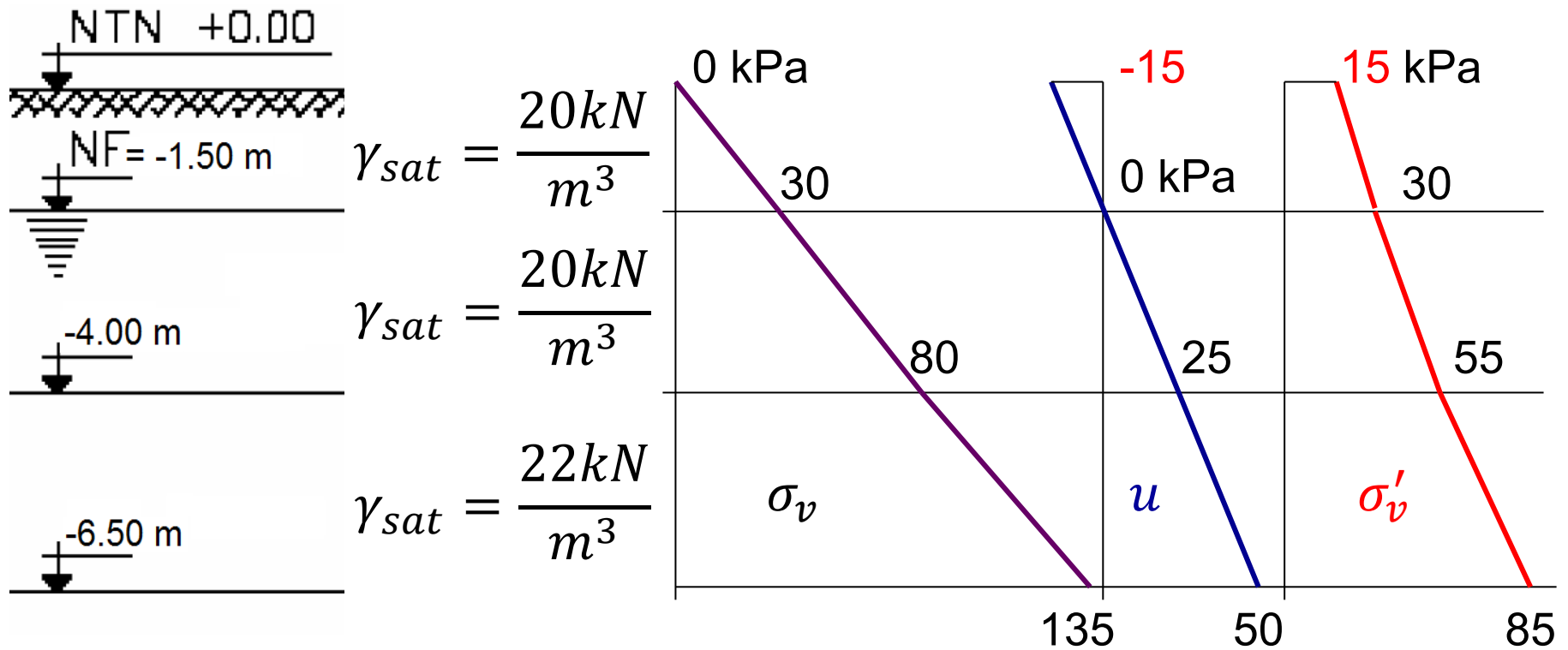
Nota importante: **Si** se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$



# El ascenso capilar aumenta las presiones efectivas (suelo saturado)

Presiones efectivas



Nota importante: **No** se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$

# Índice



- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- **Ley de Darcy**
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico





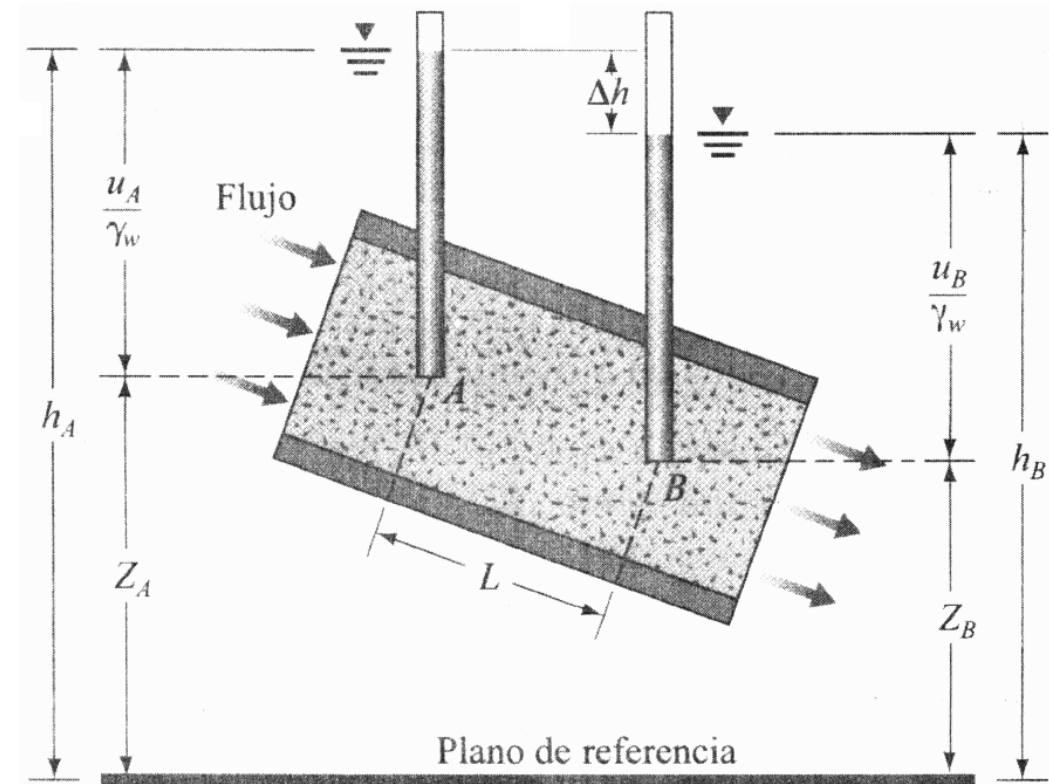
# Ley de Darcy (1856)

## Hipótesis

- Medio poroso uniforme
- Flujo laminar

La velocidad de flujo es linealmente proporcional al gradiente hidráulico

$$v = k \frac{\partial h}{\partial x} = k \cdot i$$



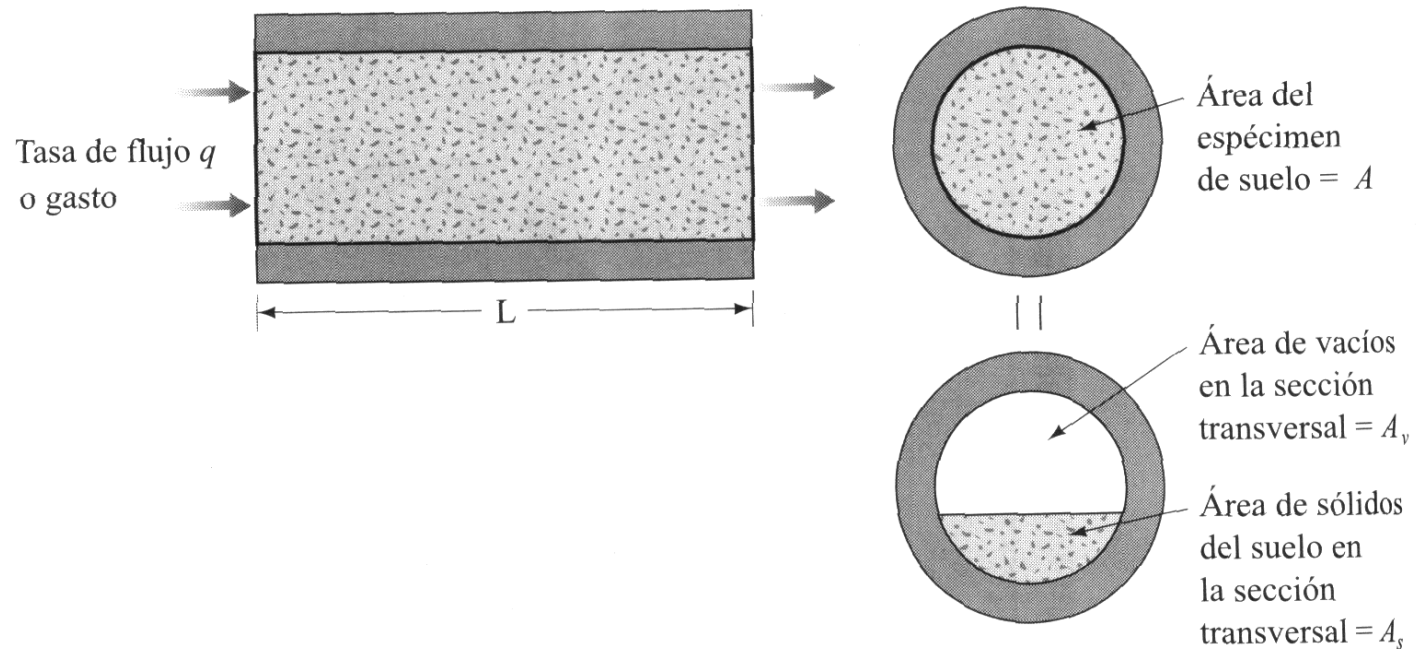
$k$  es el coeficiente de conductividad hidráulica, que depende de la viscosidad del fluido y de la estructura granular del medio

# Velocidad de filtración



La velocidad real de filtración es mayor, porque el área efectiva de flujo es únicamente el área del espacio poral

- $v = k \frac{\partial h}{\partial x} = k \cdot i$
- $q = vA = v_v A_v$
- $A = A_v + A_s$
- $v_v = v \frac{1+e}{e} = \frac{v}{n}$





# Conductividad hidráulica vs permeabilidad intrínseca



- Permeabilidad intrínseca ( $K$ )
  - depende del medio poroso
  - unidades:  $m^2$
- Conductividad hidráulica ( $k$ )
  - depende de la viscosidad del fluido permeante ( $\mu$ ) y del medio poroso ( $K$ )
  - Se la denomina simplifícadamente “permeabilidad” en los libros de geotecnia
  - unidades: m/seg

- Relación 
$$k \left[ \frac{m}{s} \right] = K [m^2] \cdot \frac{\gamma [kN/m^3]}{\mu [kN/m^2 \cdot s]}$$

# Índice



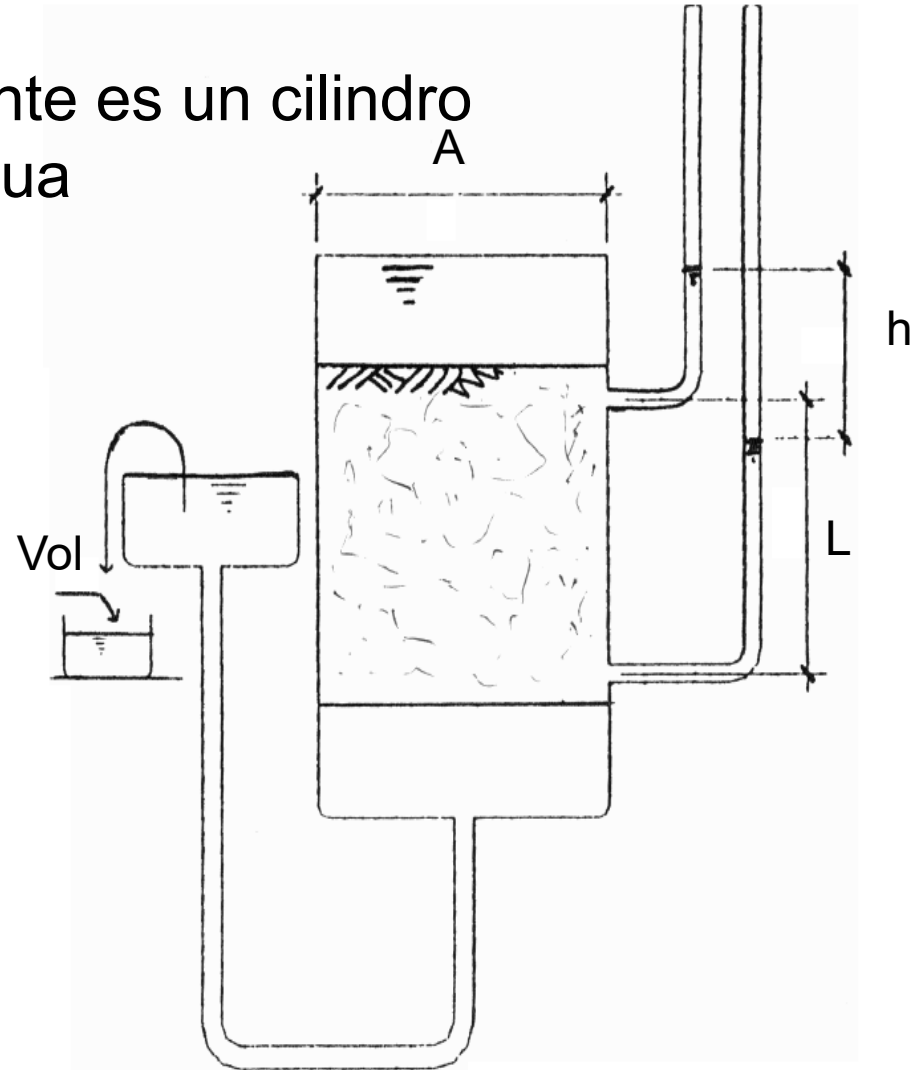
- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- **Permeámetros**
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico



# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio

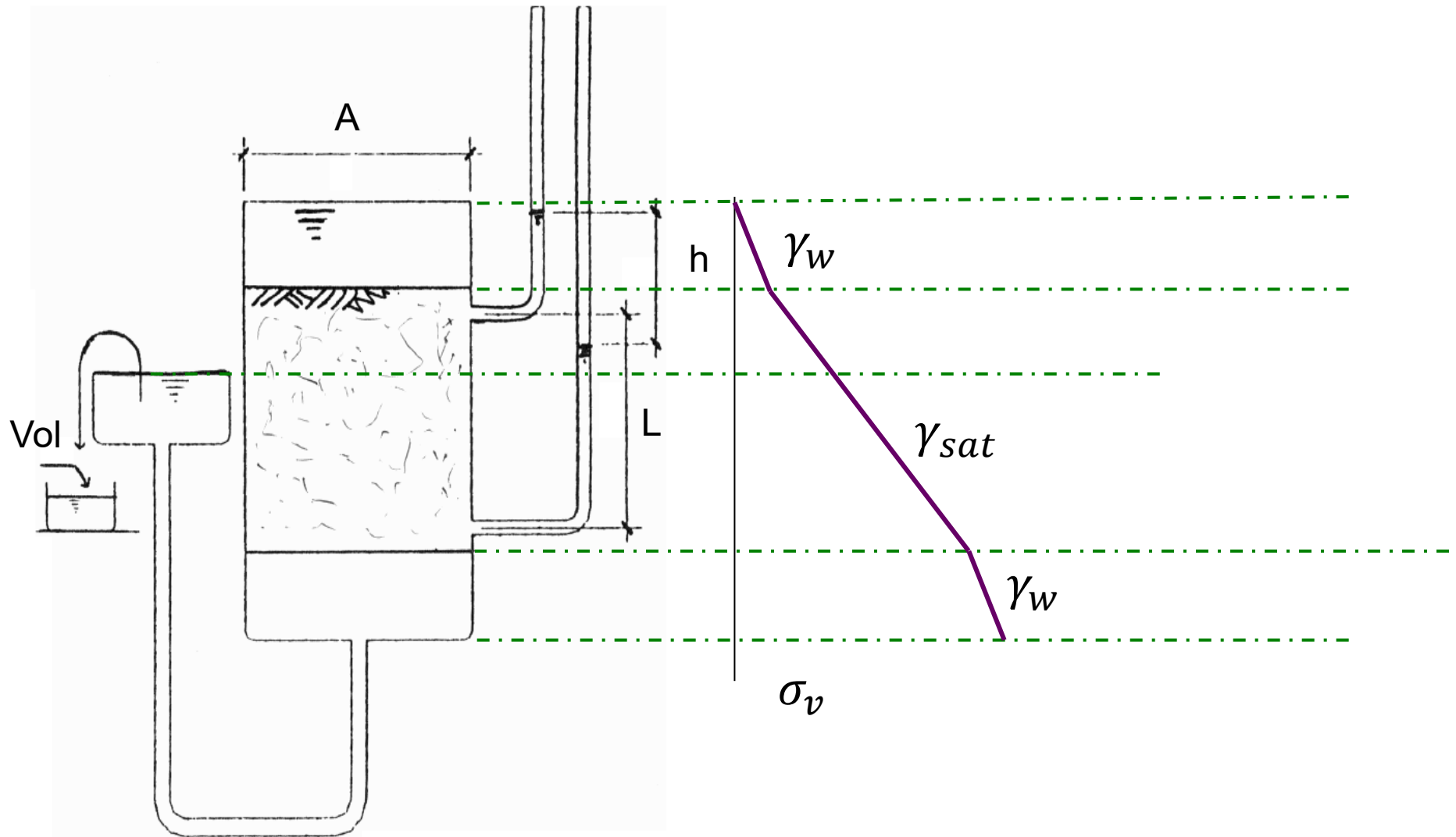
El permeámetro de carga constante es un cilindro lleno de suelo por el que fluye agua

- Caudal  $Q = \frac{V}{\Delta T}$
- Velocidad  $v = \frac{Q}{A}$
- Darcy  $v = k \cdot i$
- Conductividad hidráulica  $k = \frac{V \cdot L}{\Delta H \cdot A \cdot \Delta t}$



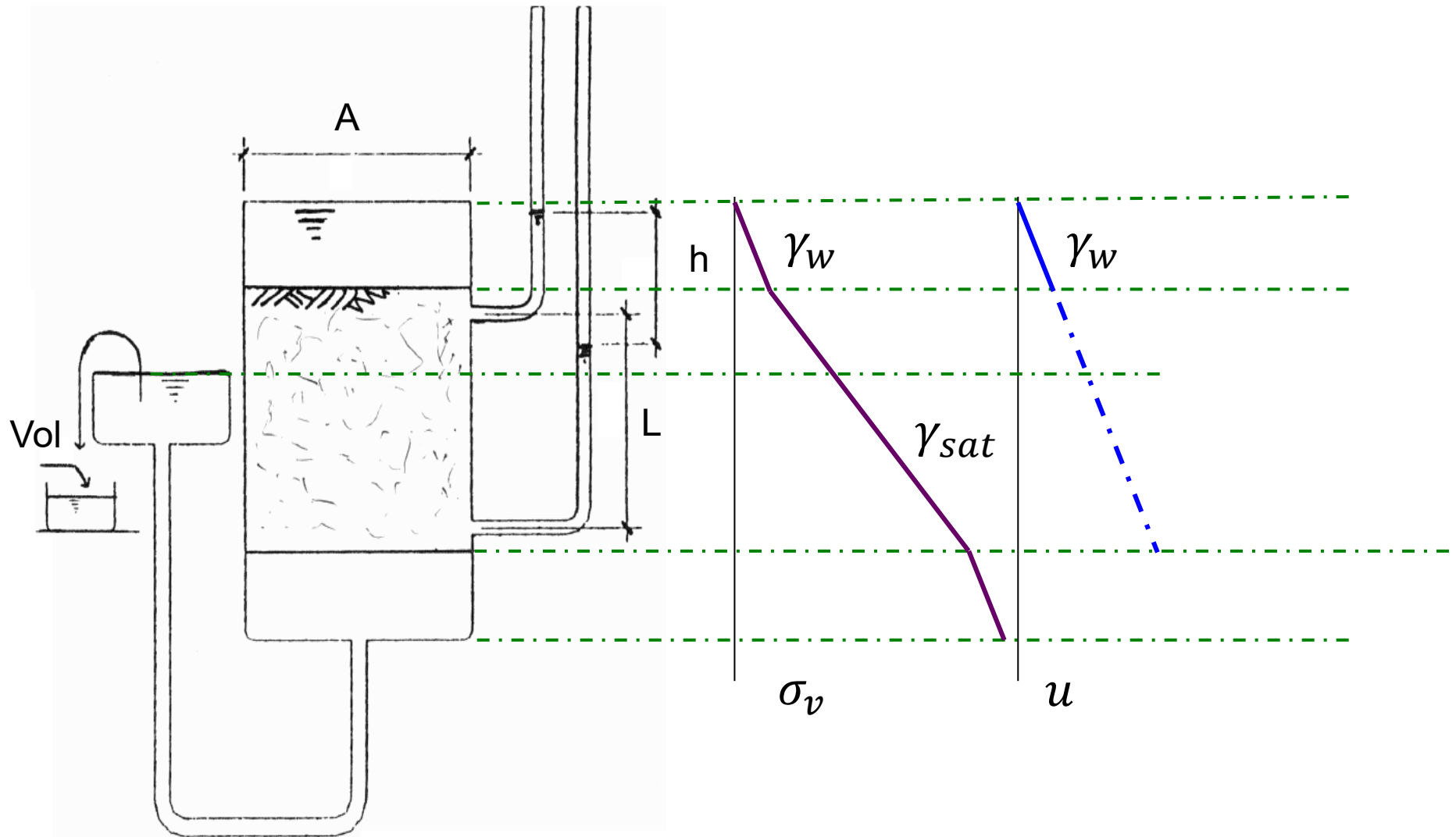


# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



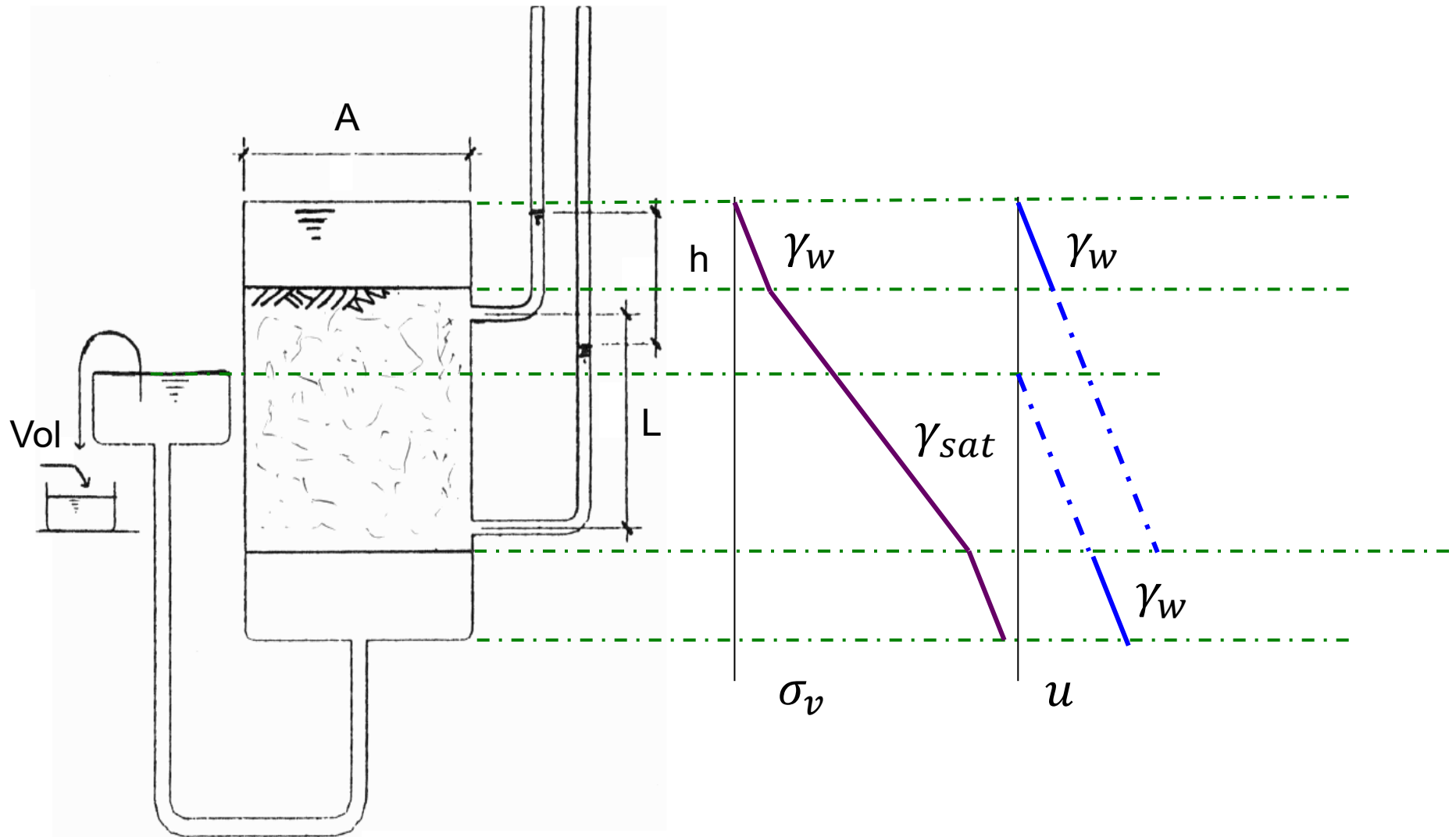


# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



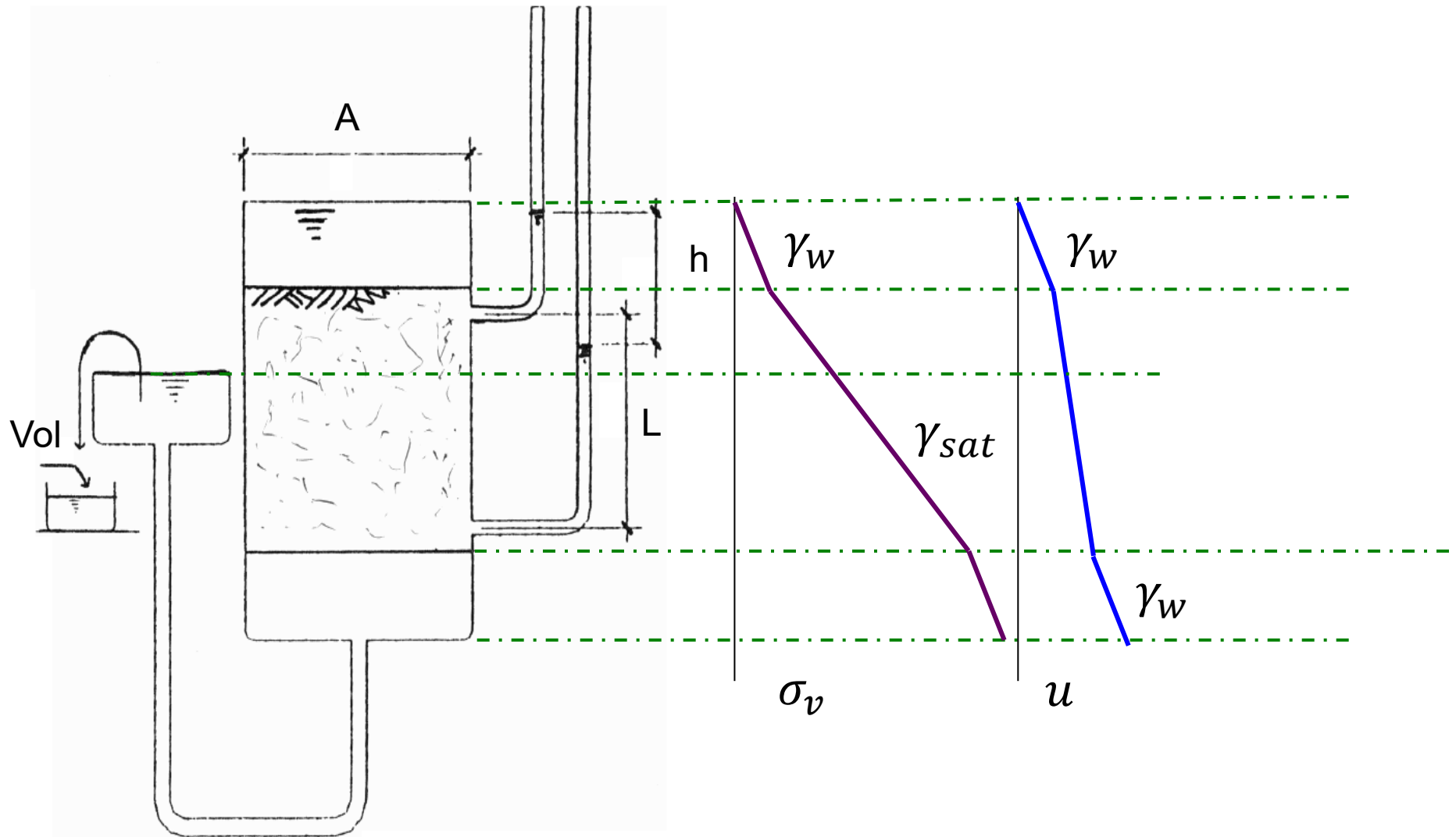


# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



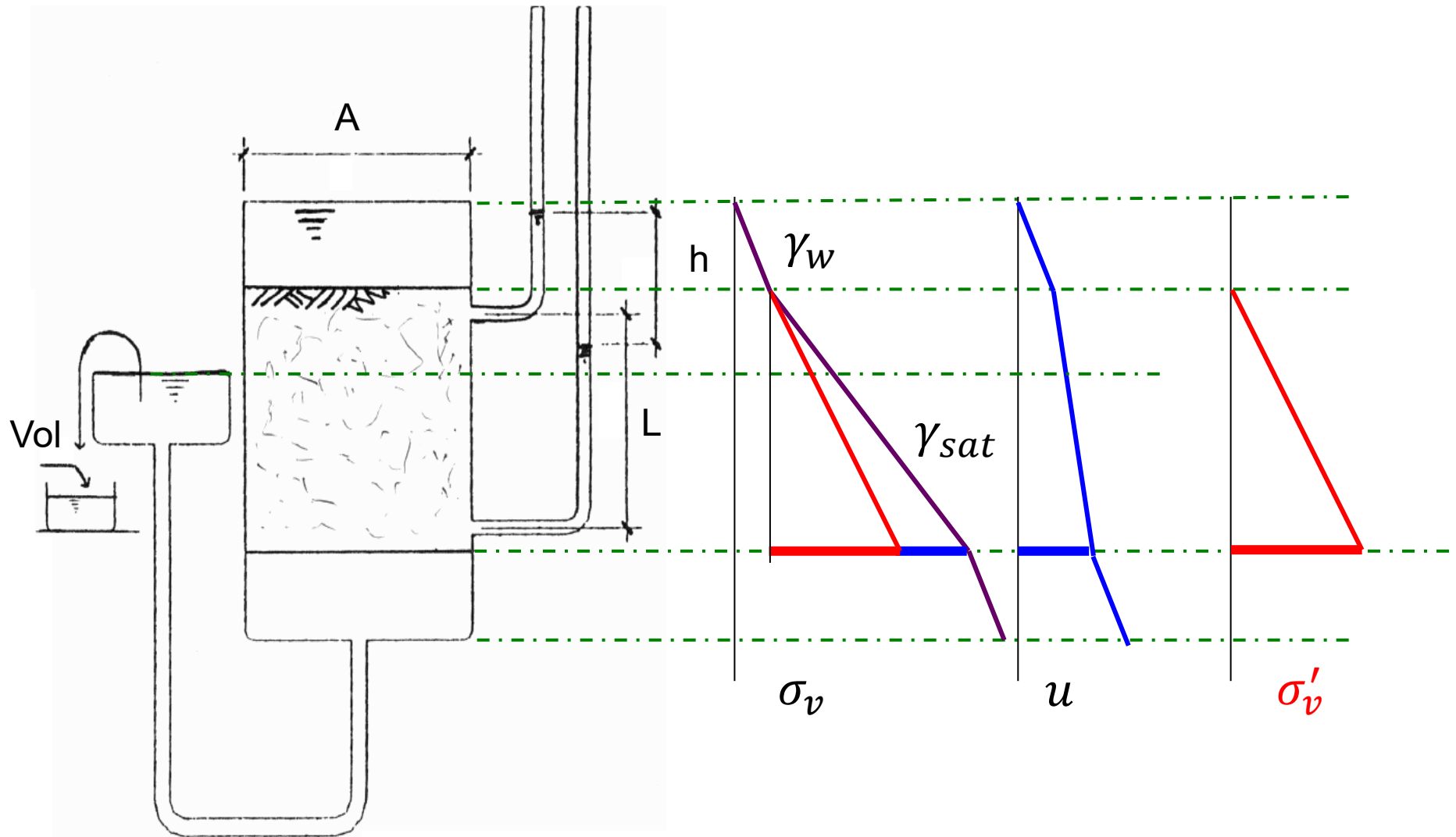


# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio





# Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



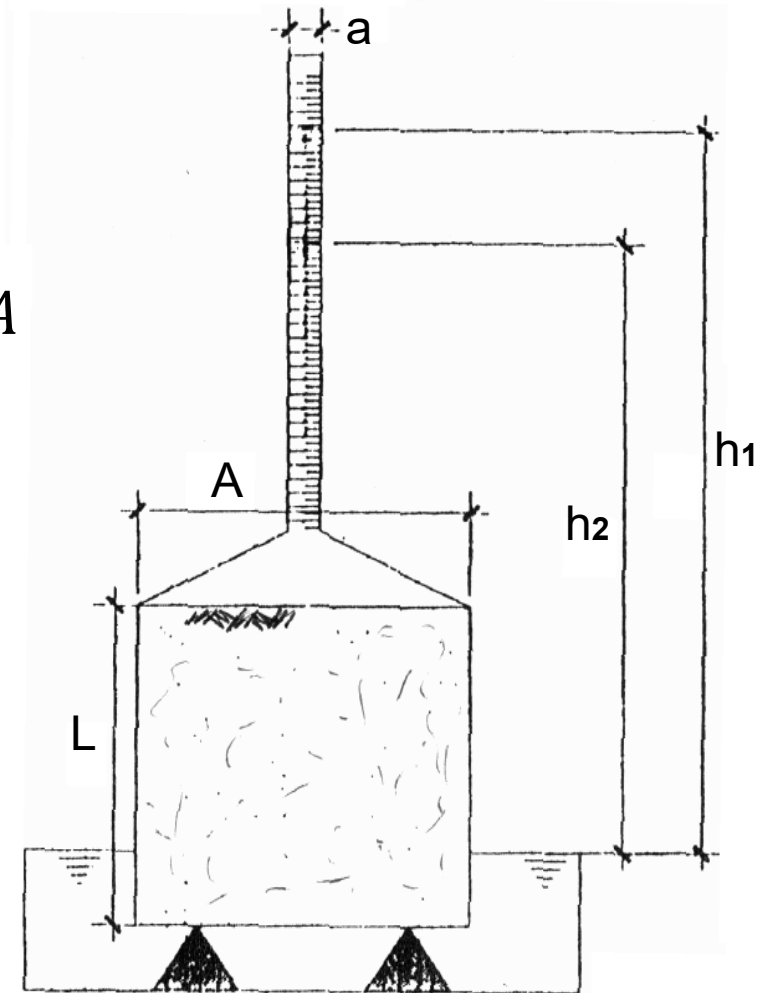


# Permeámetro de carga variable: experiencia en laboratorio



Tubo diámetro pequeño (poco volumen)

- Velocidad  $v = k \cdot i = k \frac{h}{L}$
- Caudal en muestra  $q = vA = k \frac{h}{L} A$
- Caudal en el tubo  $q = -a \frac{dh}{dt}$
- Ec. continuidad  $dt = - \frac{dh}{h} \frac{aL}{Ak}$
- Conductividad  $k = \frac{aL}{A\Delta t} \ln \left[ \frac{h_1}{h_2} \right]$



# Índice



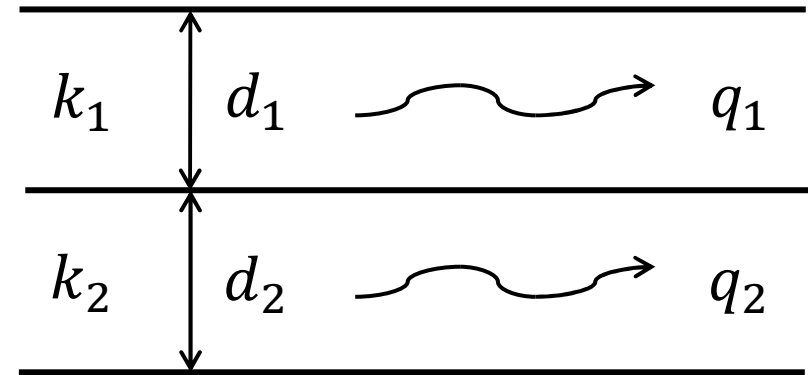
- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- **Flujo unidimensional**
- Gradiente hidráulico crítico

# Flujo en medios estratificados



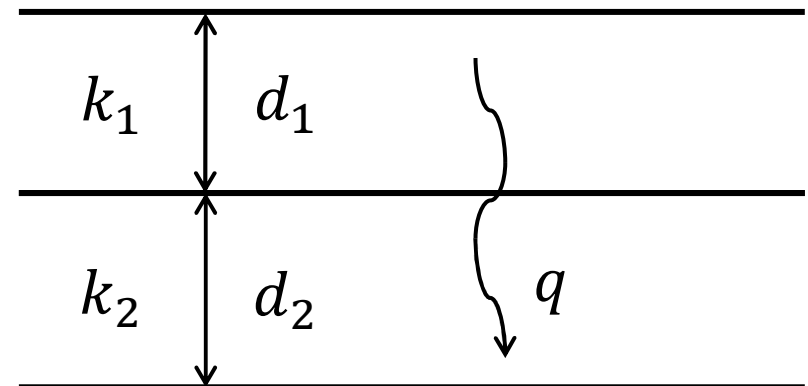
Flujo paralelo: El gradiente es el mismo para ambos estratos

- $q = q_1 + q_2 = \bar{k} \cdot i \cdot (d_1 + d_2)$
- $q_1 = (k_1 \cdot i_1) \cdot d_1$
- $q_2 = (k_2 \cdot i_2) \cdot d_2$
- $\bar{k} = (k_1 \cdot d_1 + k_2 \cdot d_2) / (d_1 + d_2)$



Flujo normal: el caudal es el mismo para ambos estratos

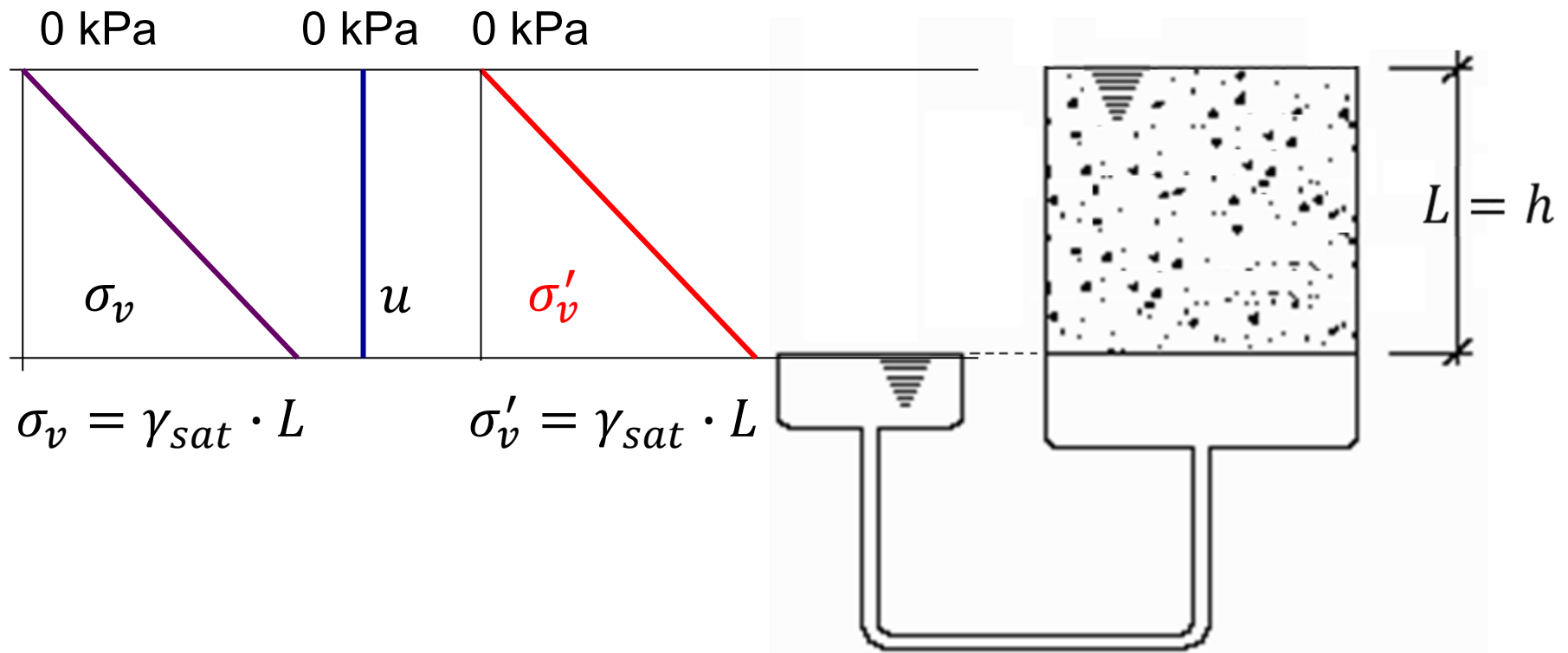
- $h = h_1 + h_2$
- $q = k_1 \cdot h_1 / d_1 = k_2 \cdot h_2 / d_2$
- $q = \bar{k} (h_1 + h_2) / (d_1 + d_2)$
- $\bar{k} = (d_1 + d_2) / (d_1 / k_1 + d_2 / k_2)$





# Flujo por peso propio

En el flujo por peso propio el agua baja a través del suelo con presión constante e igual a 0



# Flujo por peso propio



En el flujo por peso propio el agua baja a través del suelo con presión constante e igual a 0

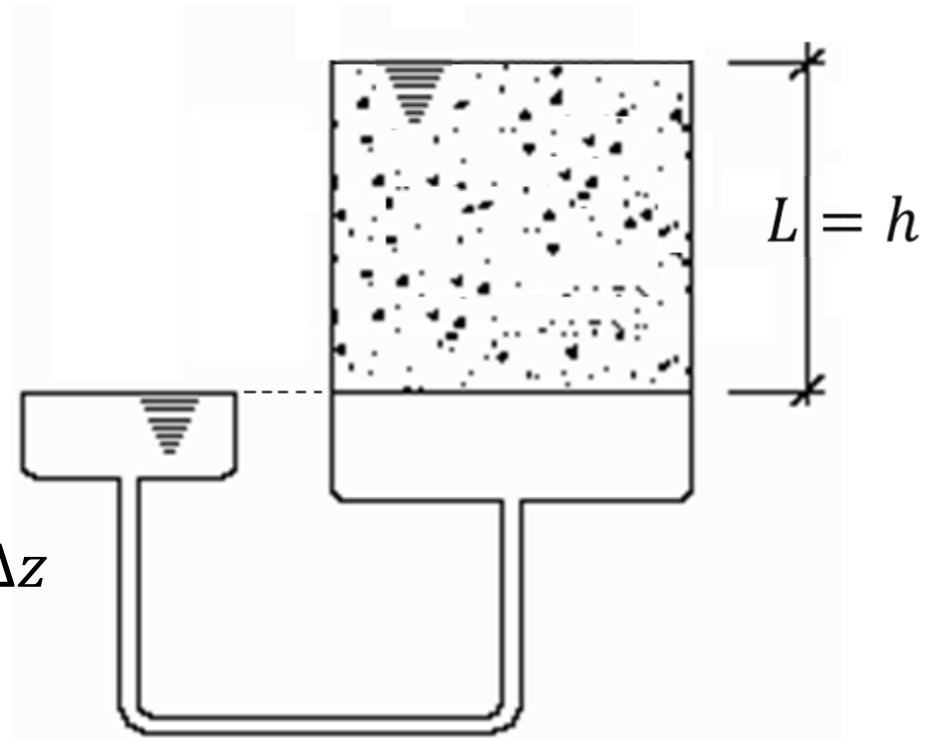
$$\sigma_v = \gamma_{sat} \cdot L$$

$$u = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = \sigma_v$$

$$\Delta h = z_2 + \frac{u_2}{\gamma_w} - \left( z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w} \right) = \Delta z$$

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta z} = \frac{h}{L} = 1$$



# Índice

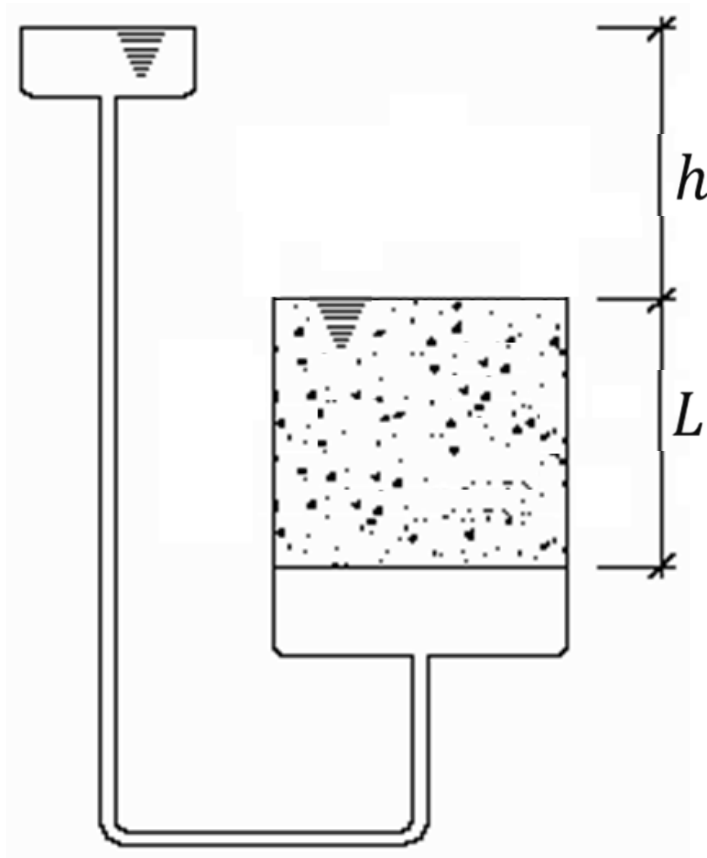


- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- **Gradiente hidráulico crítico**

# Gradiente hidráulico crítico



El gradiente hidráulico crítico es el que produce presión efectiva nula



$$\sigma'_v = \gamma_{sat} \cdot L - \gamma_w \cdot (h + L)$$

$$h = h_{crit} \rightarrow \sigma'_v = 0 \text{ kPa}$$

$$h_{crit} = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w} L \rightarrow i_{crit} = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$



# Ejercicio - Enunciado



Calcule

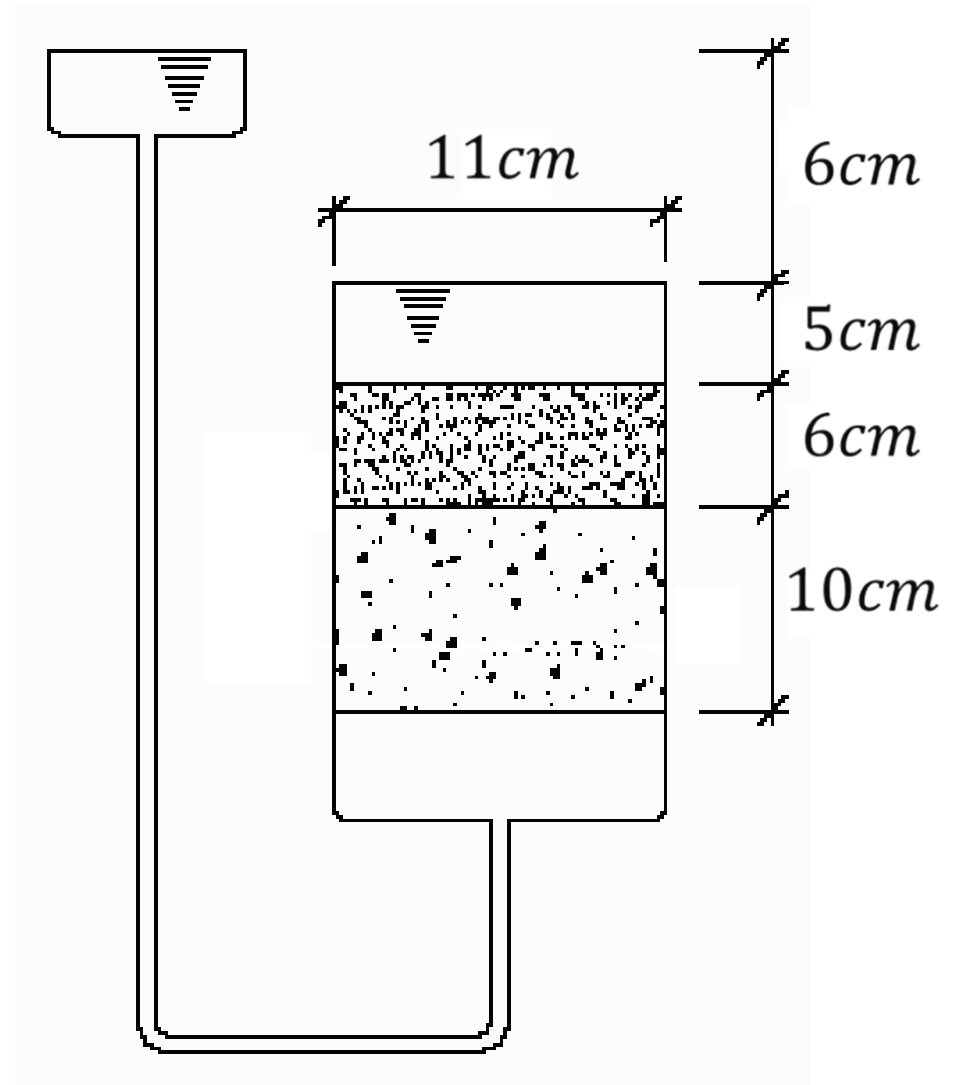
- Caudal
- Diagramas de presiones
- Gradiente hidráulico crítico

$$k_1 = 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\gamma_{sat1} = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$k_2 = 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\gamma_{sat2} = 22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$





# Ejercicio - Solución



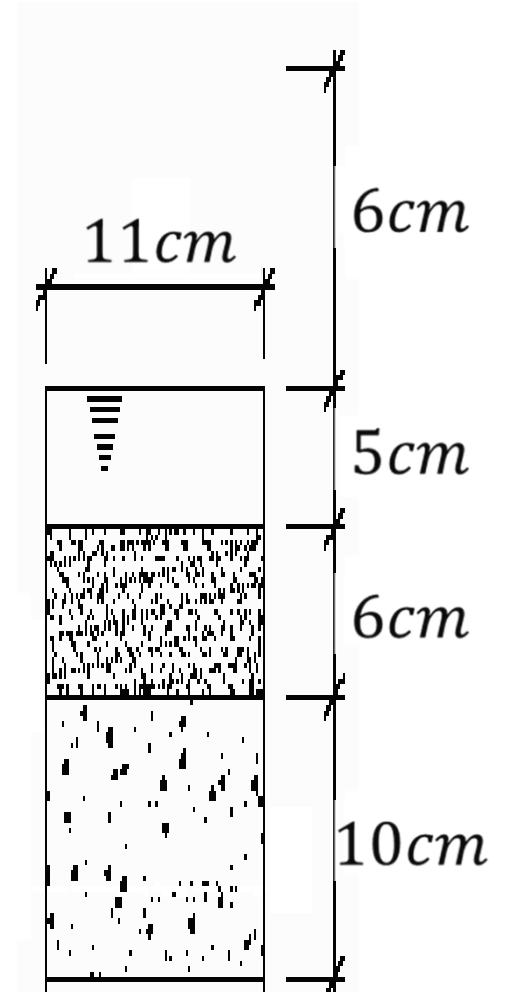
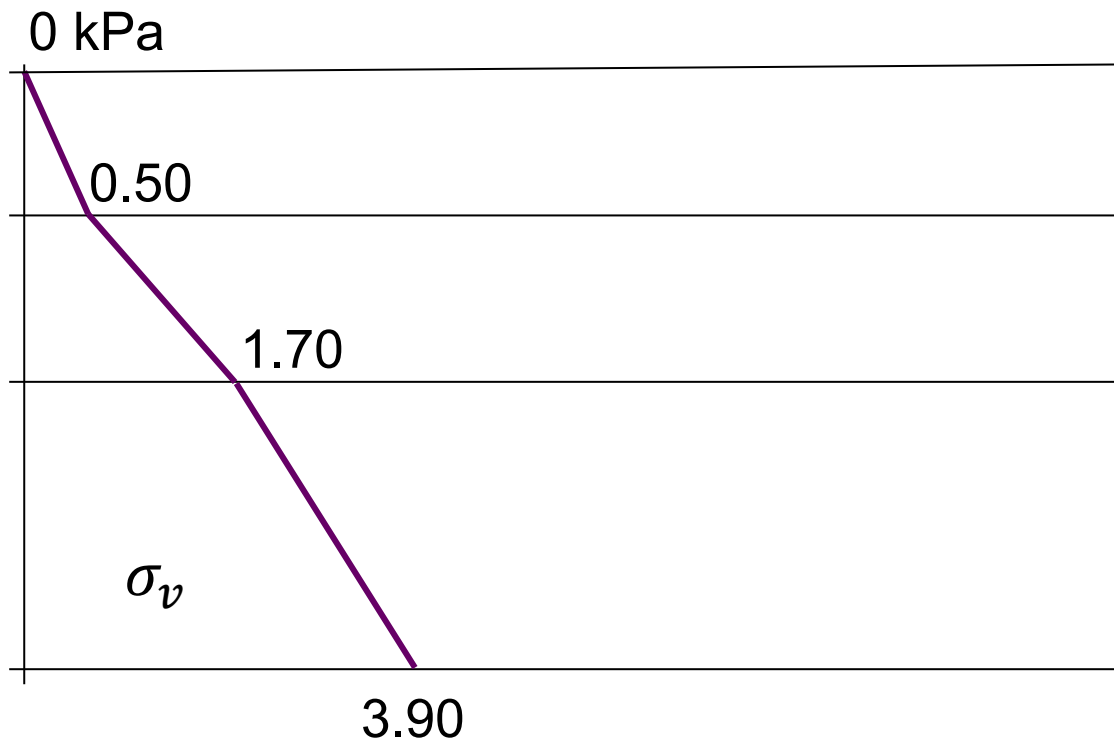
Caudal

$$\bar{k} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}} = \frac{6\text{cm} + 10\text{cm}}{\frac{6\text{cm}}{10^{-4}\text{cm/s}} + \frac{10\text{cm}}{10^{-4}\text{cm/s}}} = 2.3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

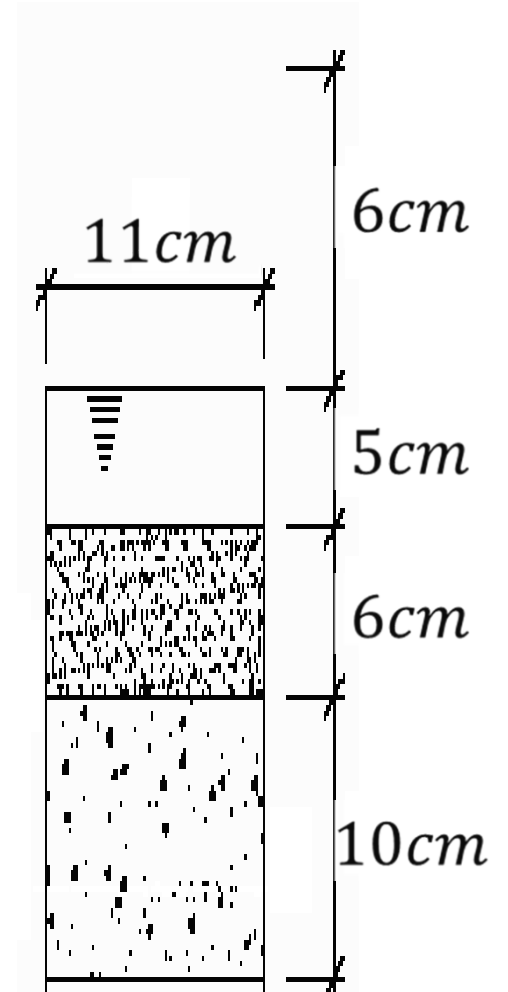
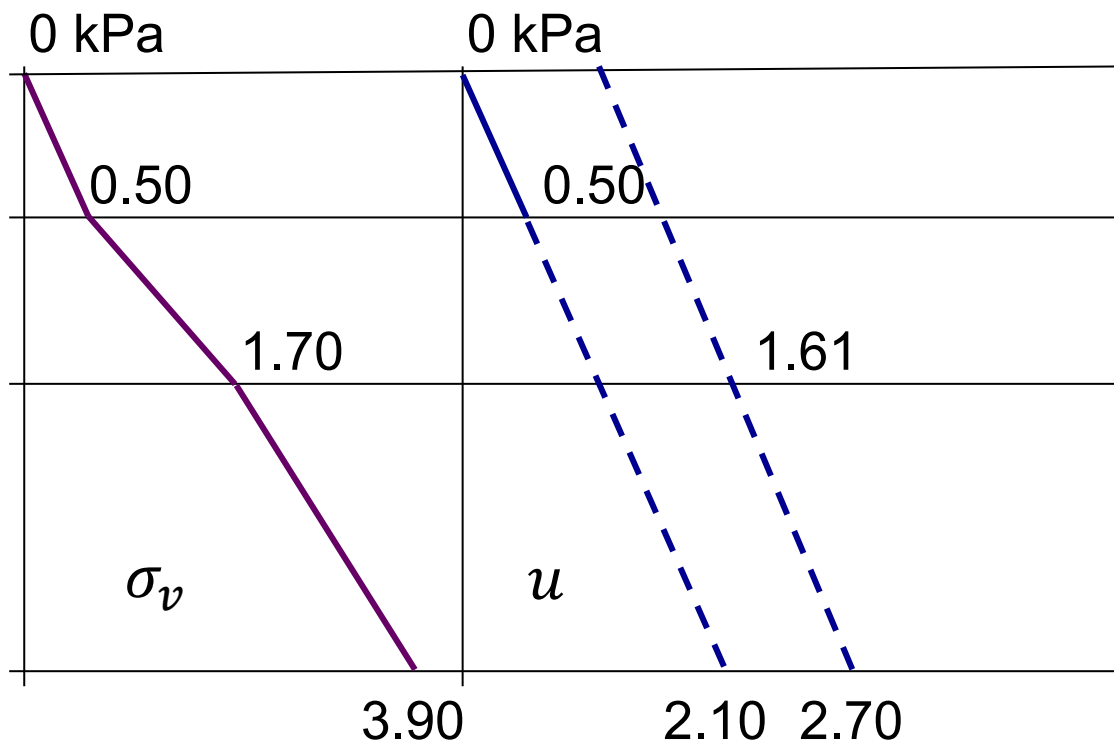
$$v = \bar{k} \cdot i = \bar{k} \cdot \frac{\Delta h}{d_1 + d_2} = 2.3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{6\text{cm}}{16\text{cm}} = 0.87 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$Q = v \cdot A = 0.87 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 97\text{cm}^2 = 8.4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

# Ejercicio – Diagrama de presiones



# Ejercicio – Diagrama de presiones

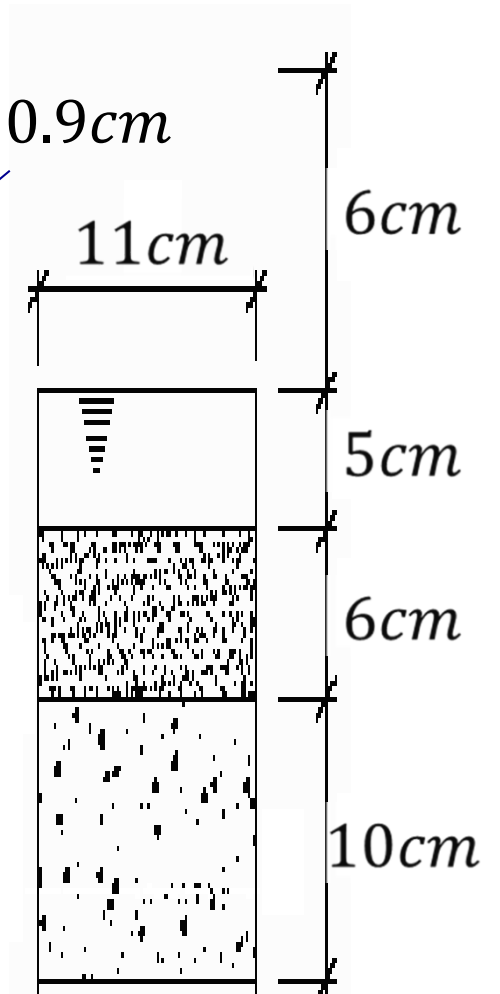
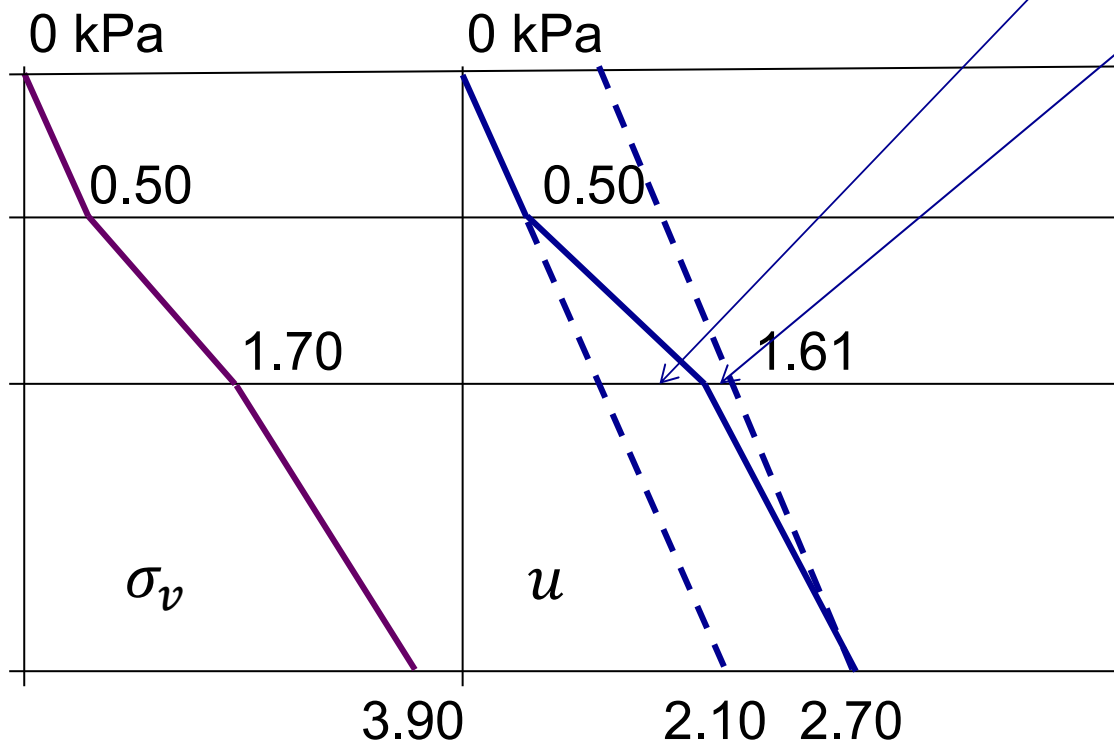




# Ejercicio – Diagrama de presiones

$$\Delta h_1 = i_1 d_1 = \frac{v}{k_1} d_1 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}}{1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}} 6 \text{ cm} = 5.1 \text{ cm}$$

$$\Delta h_2 = i_2 d_2 = \frac{v}{k_2} d_2 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}} 10 \text{ cm} = 0.9 \text{ cm}$$

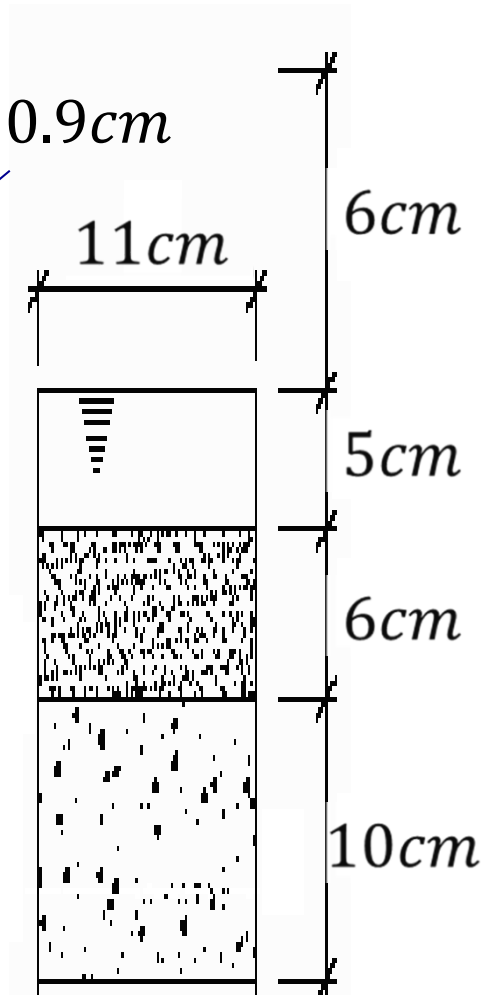
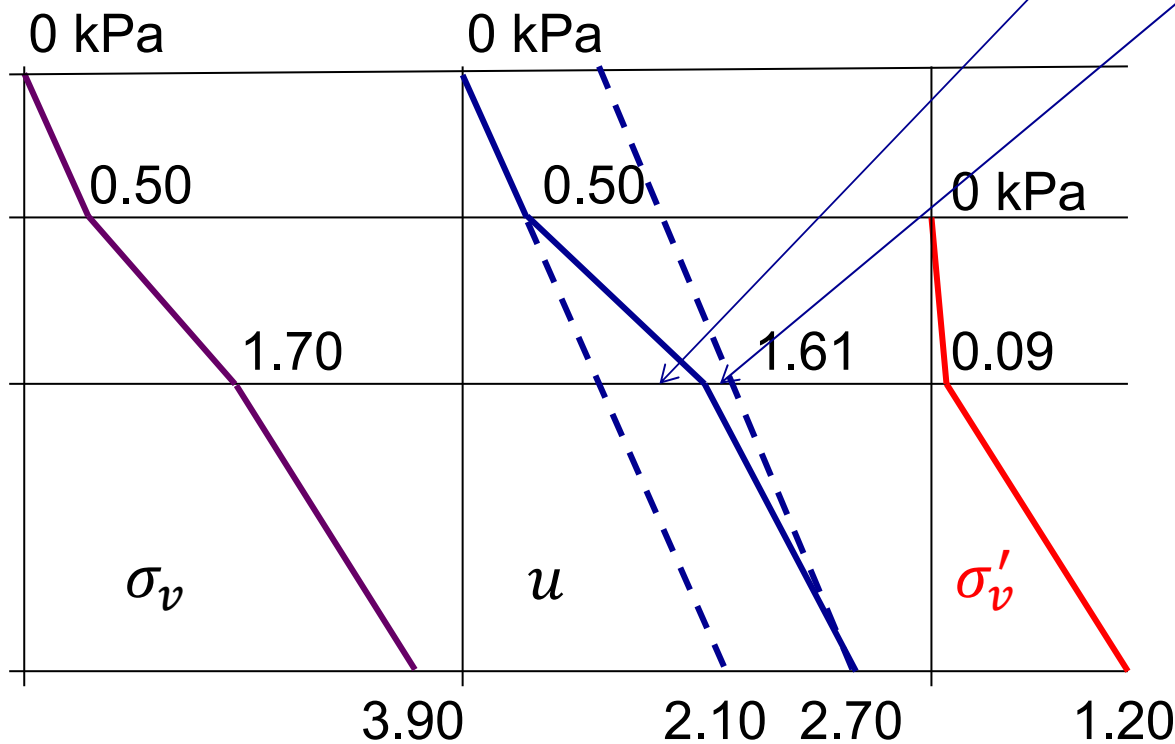




# Ejercicio – Diagrama de presiones

$$\Delta h_1 = i_1 d_1 = \frac{v}{k_1} d_1 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}}{1 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}} 6 \text{ cm} = 5.1 \text{ cm}$$

$$\Delta h_2 = i_2 d_2 = \frac{v}{k_2} d_2 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}} 10 \text{ cm} = 0.9 \text{ cm}$$



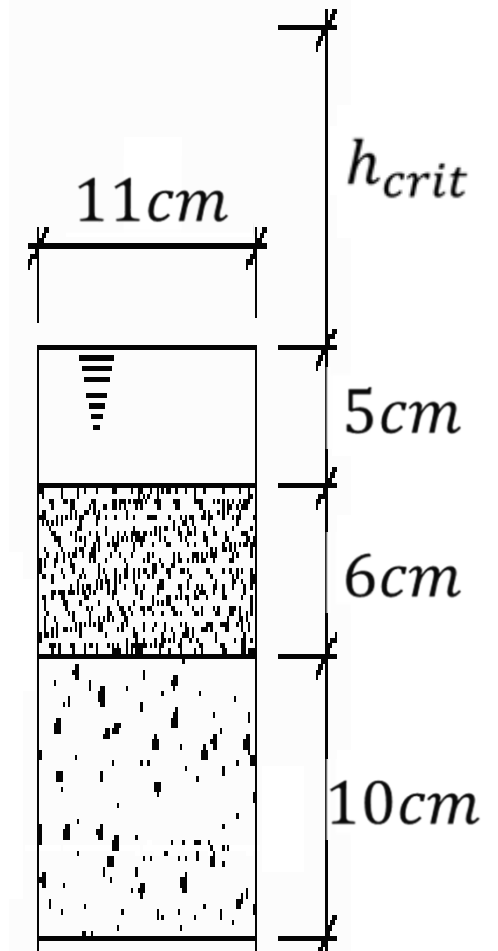
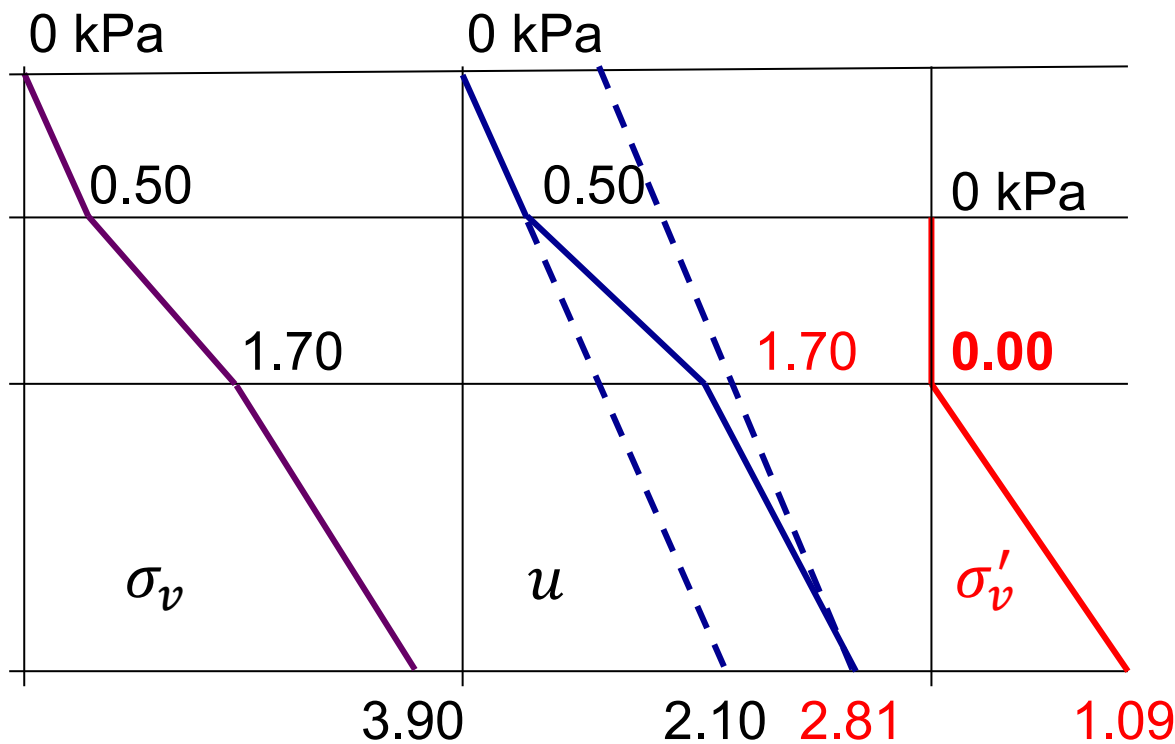


# Ejercicio – Altura crítica

$$\sigma_{1-2} = 0 \text{ kPa} \rightarrow u_{1-2} = (5.0 \text{ cm} + d_1 + \Delta h_{1,crit}) \cdot \gamma_w = 1.70 \text{ kPa}$$

$$\Delta h_{1,crit} = 6.0 \text{ cm}$$

$$h_{crit} = H \cdot \frac{\Delta h_{1,crit}}{\Delta h_1} = 6.0 \text{ cm} \cdot \frac{6.0 \text{ cm}}{5.1 \text{ cm}} = 7.06 \text{ cm}$$



# Bibliografía



## Básica

- Craig. Soil Mechanics. Spon Press, 8ª edición.
- Jiménez Salas y otros. Geotecnia y Cimientos. Ed. Rueda
- Olivella, S. Problemas resueltos. Geotecnia. Mecánica de Suelos. UPC, 2003.

## Complementaria

- Mitchell, J. Fundamentals of soil behavior. 3ª Ed. Wiley.