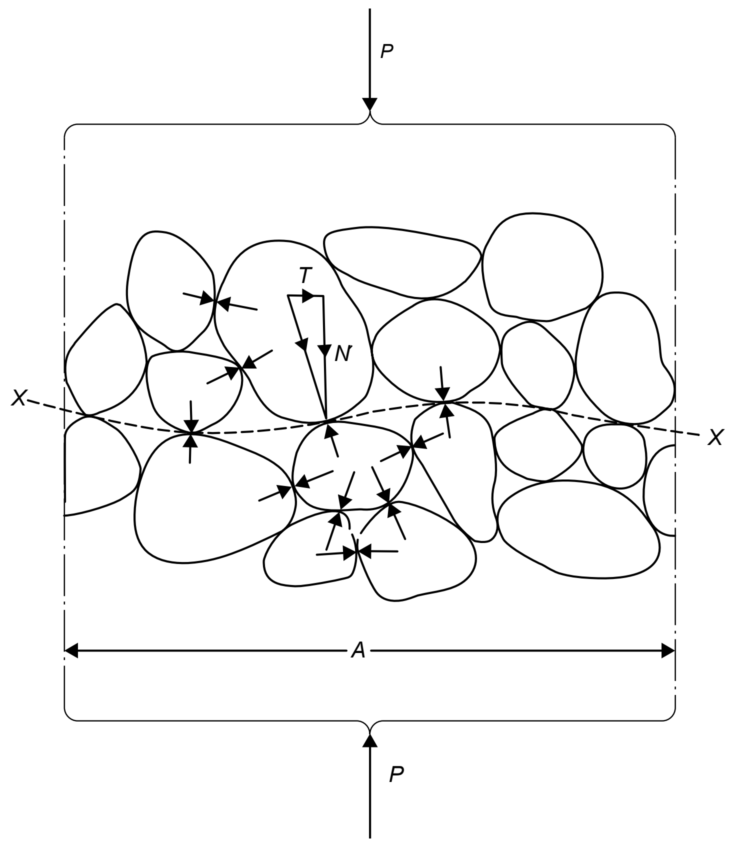
Las presiones efectivas



Mecánica de Suelos y Geología

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

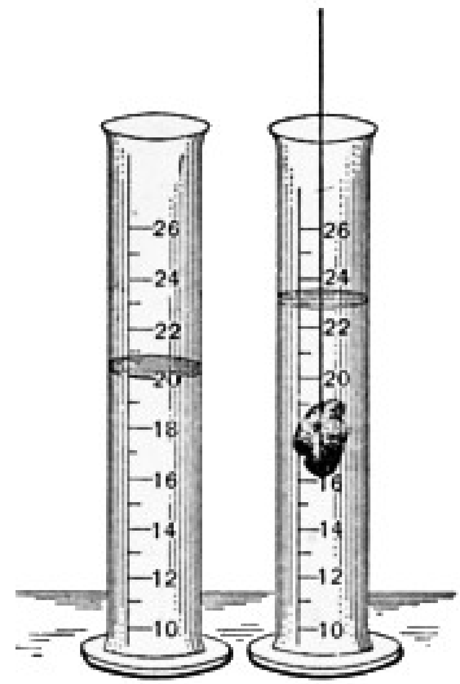
Índice

- Presiones totales (σ), de poros (u) y efectivas (σ')
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico

Principio de Arquímedes

Un cuerpo, total o parcialmente sumergido en un fluido estático, será empujado con una fuerza ascendente igual al peso del fluido desplazado

$$E = mg = \rho_f \cdot V \cdot g$$



Donde

ρ_f es la densidad del fluido

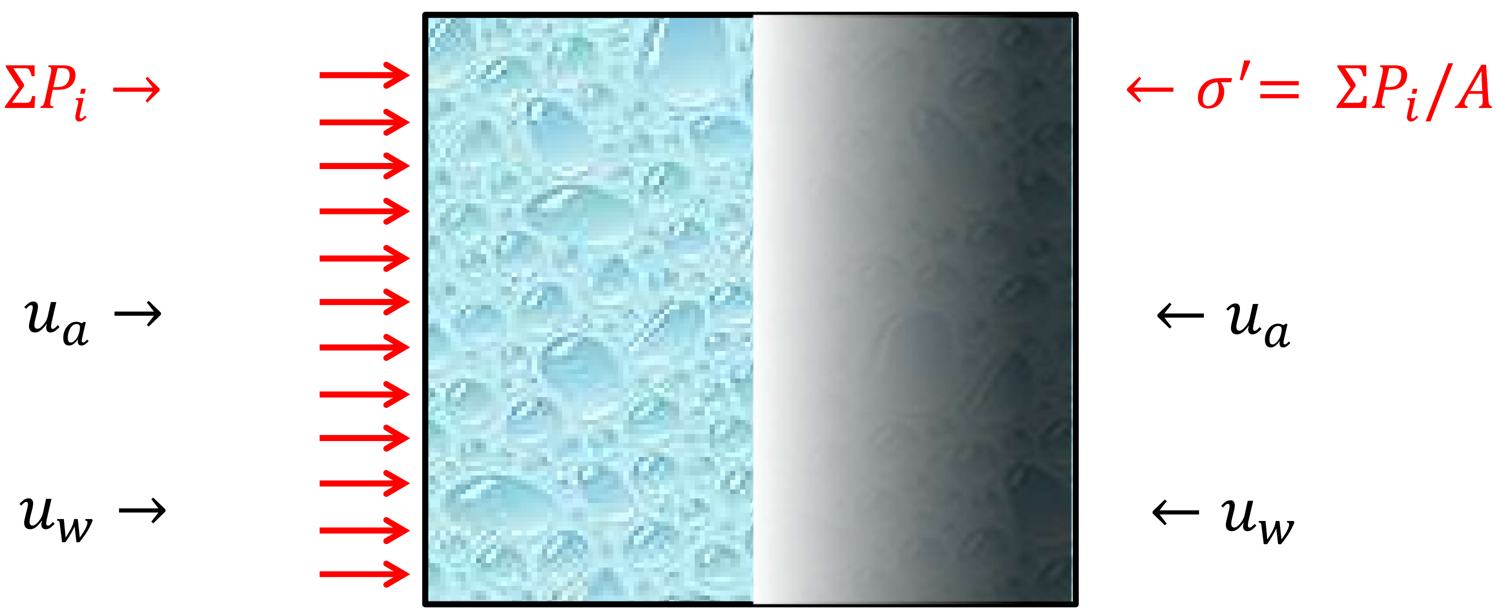
V es el volumen del cuerpo

g es la aceleración de la gravedad

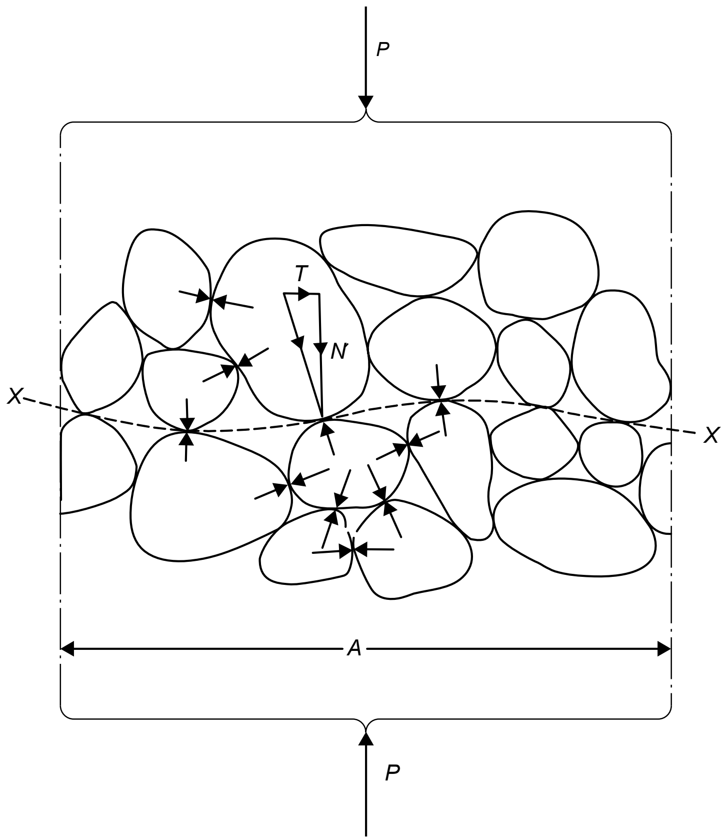
La definición de “tensión” en un medio poroso

Las fuerzas concentradas que se transmiten de grano a grano (a través de sus contactos) se “convierten” en una “tensión integranular” que actúa en toda la superficie

(u_a: tensión de la fase aire - u_w: tensión de la fase agua)

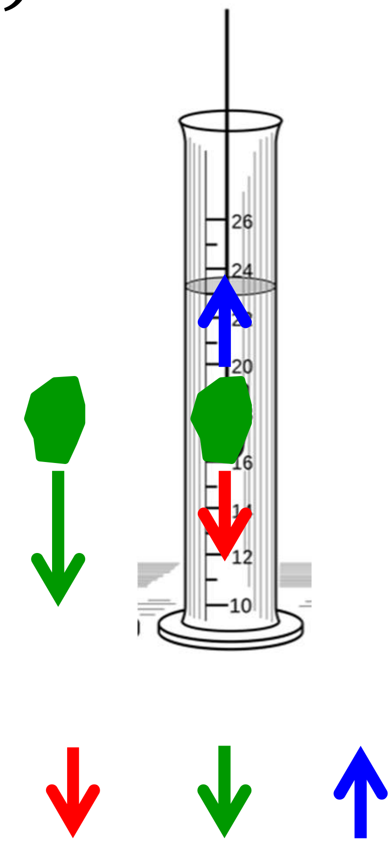


El principio de Arquímedes en un medio poroso saturado: tensión efectiva (σ')



$$\Sigma P_i \sim \Sigma N_i$$

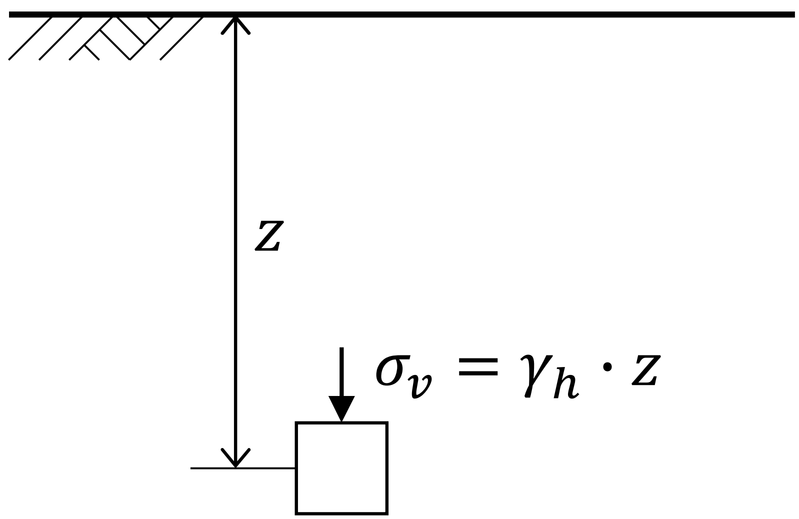
Las fuerzas normales en cada contacto son N_i (se asume equivalente a P_i)

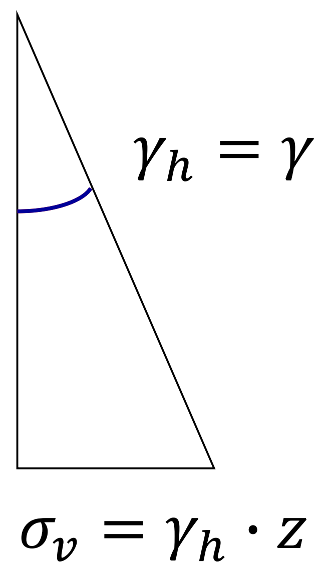


$$\frac{\Sigma P_i}{A} + u_w = \sigma = \frac{P}{A} \rightarrow \quad \sigma' = \frac{\Sigma P_i}{A} = \sigma - u_w \rightarrow \qquad \boldsymbol{\sigma = \sigma' + u_w}$$

Presión total vertical (σ_v) en terreno horizontal: suelo no saturado ($\gamma < \gamma_{sat}$)

En un suelo no saturado los vacíos tienen agua y aire, el peso promedio es mas bajo que cuando está saturado

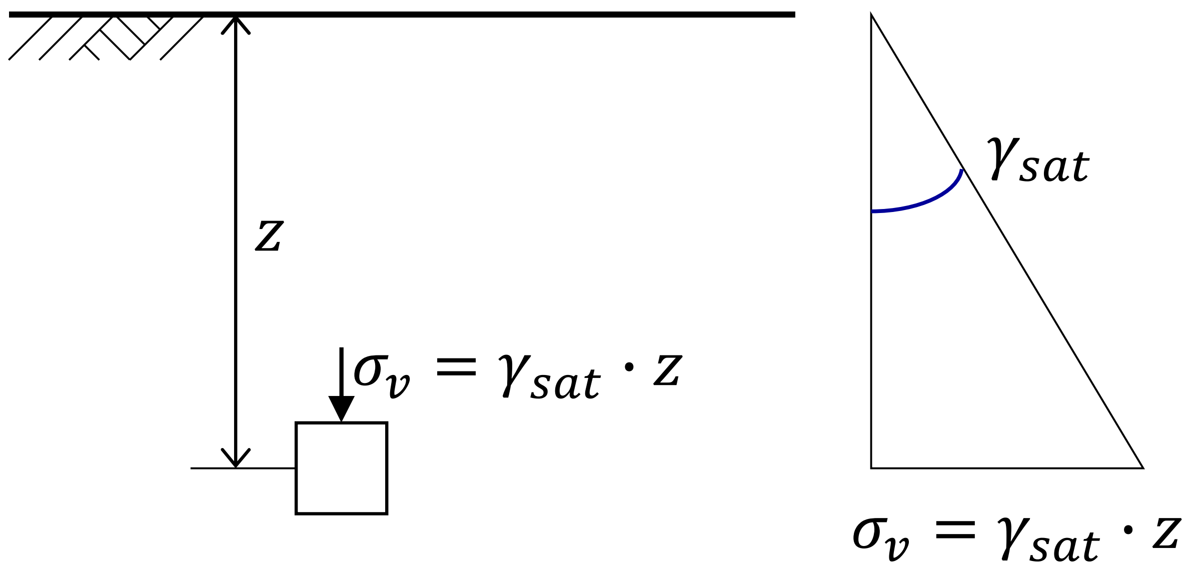




(nota: $\gamma_h = \gamma$, el subíndice "h" indica húmedo)

Presión total vertical (σ_v) en terreno horizontal: suelo saturado ($\gamma = \gamma_{sat}$)

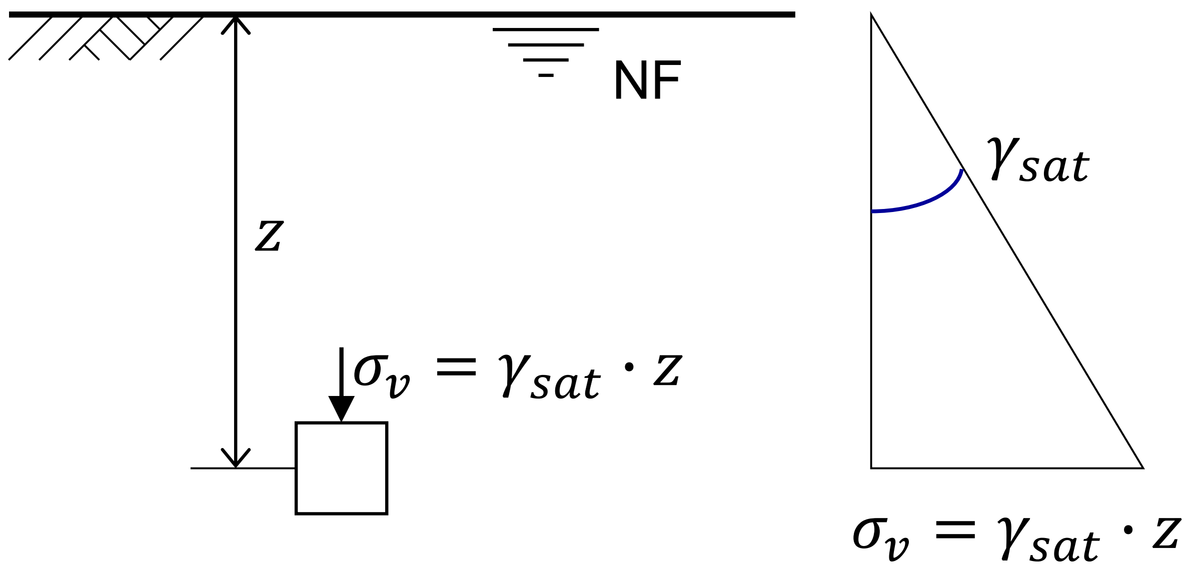
En un suelo saturado, todos los vacíos están llenos de agua, el peso unitario es igual al peso unitario saturado



Esta condición ($\gamma = \gamma_{sat}$) se puede dar por encima del nivel freático (NF) por ascensión capilar (próximas filminas)

Presión total vertical (σ_v) en terreno horizontal: suelo sumergido ($\gamma = \gamma_{sat}$)

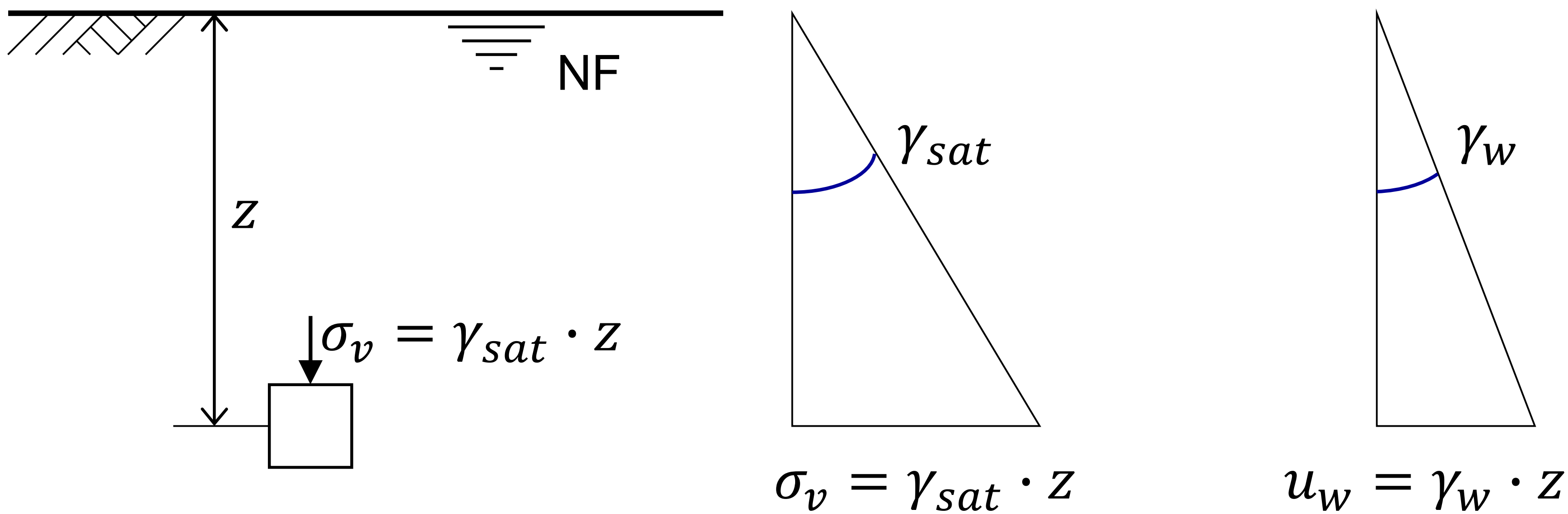
En un suelo saturado y sumergido, todos los vacíos están llenos de agua, el peso unitario es igual al peso unitario saturado



Un suelo saturado y sumergido no hay "presión negativa" del agua porque está sumergido (próximas filminas)

Presión de poros (u) en terreno horizontal: suelo sumergido $(\gamma = \gamma_{sat})$

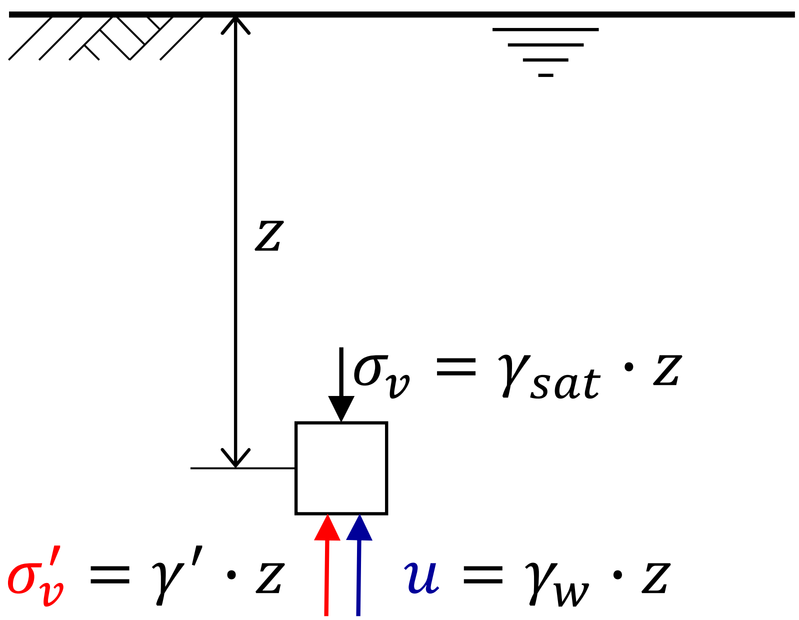
En este ejemplo, la presión del agua se asume cero en la superficie y es "positiva"

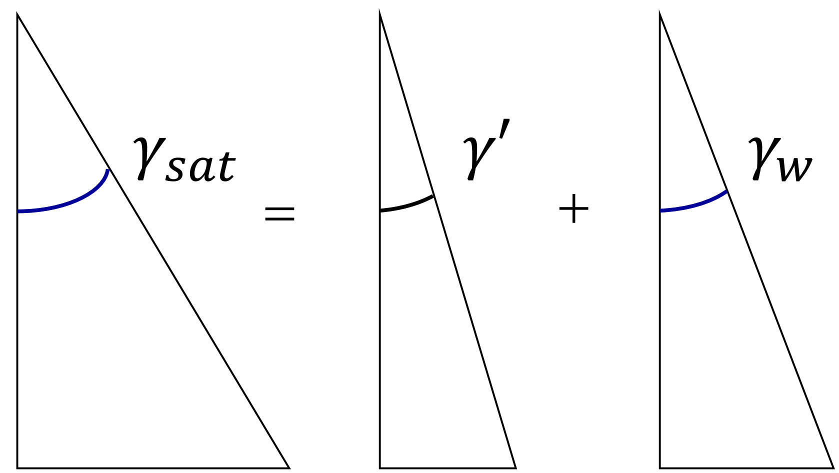


(nota: vamos de escribir generalmente $u_w = u$)

Presión efectiva vertical (σ'_v) en terreno horizontal: suelo sumergido ($\gamma = \gamma_{sat}$)

La presión integranular (efectiva) es igual a la presión total menos la presión del fluido de poros (agua)



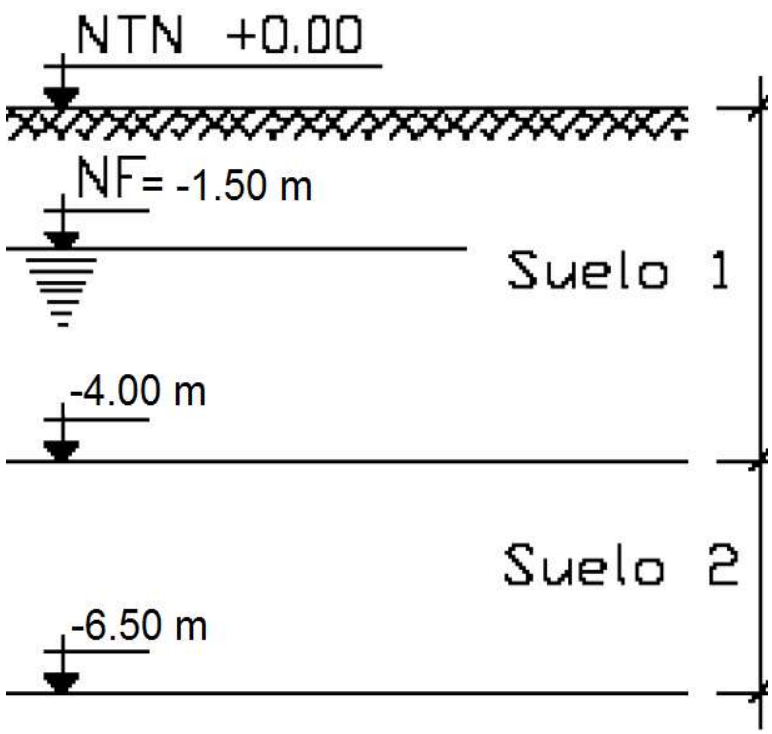


$\sigma_v = \gamma_{sat} \cdot z \qquad \sigma'_v \qquad u = \gamma_w \cdot z$

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$

$$\gamma' + \gamma_w = \gamma_{sat}$$

Ejercicio - Enunciado



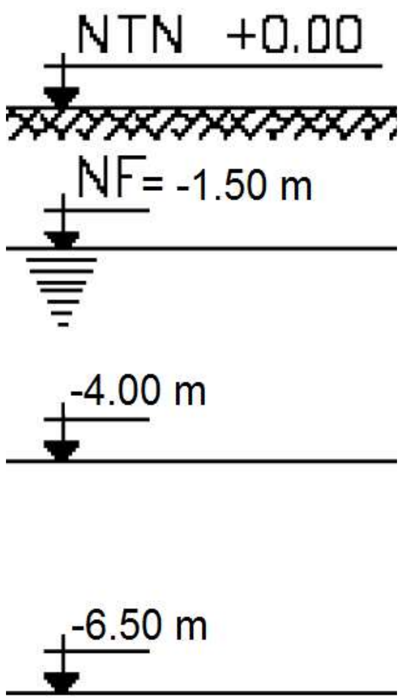
$$\gamma = \frac{18kN}{m^3}$$

$$\gamma_{sat} = \frac{20kN}{m^3}$$

$$\gamma_{sat} = \frac{22kN}{m^3}$$

Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático (NF)

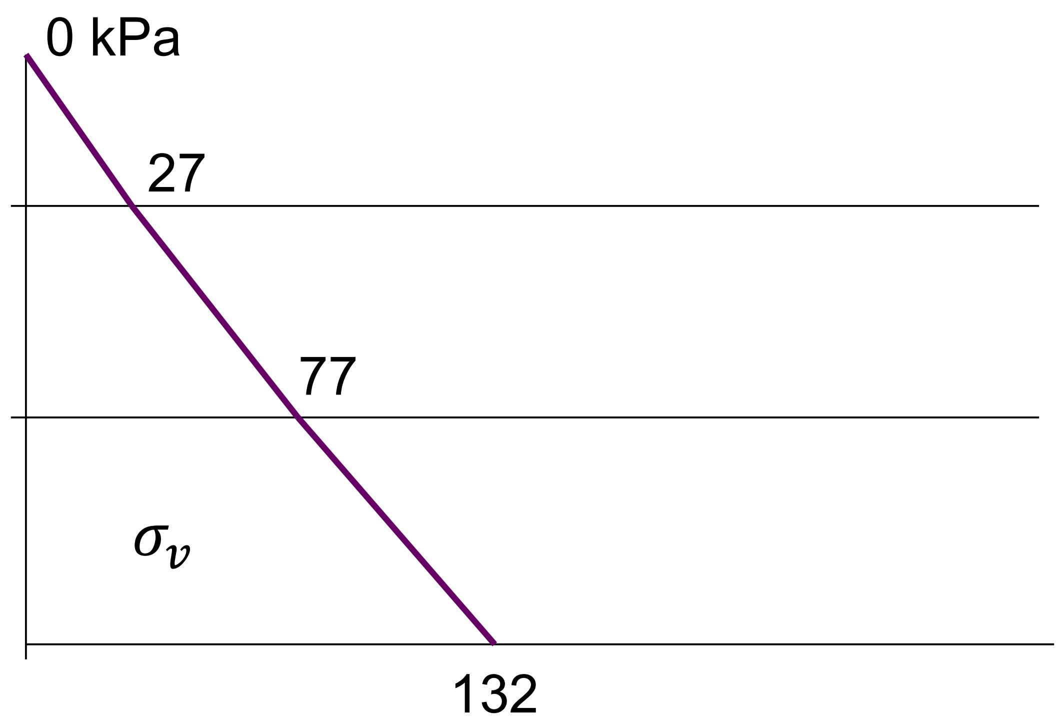
Ejercicio - Solución



$$\gamma = \frac{18kN}{m^3}$$

$$\gamma_{sat} = \frac{20kN}{m^3}$$

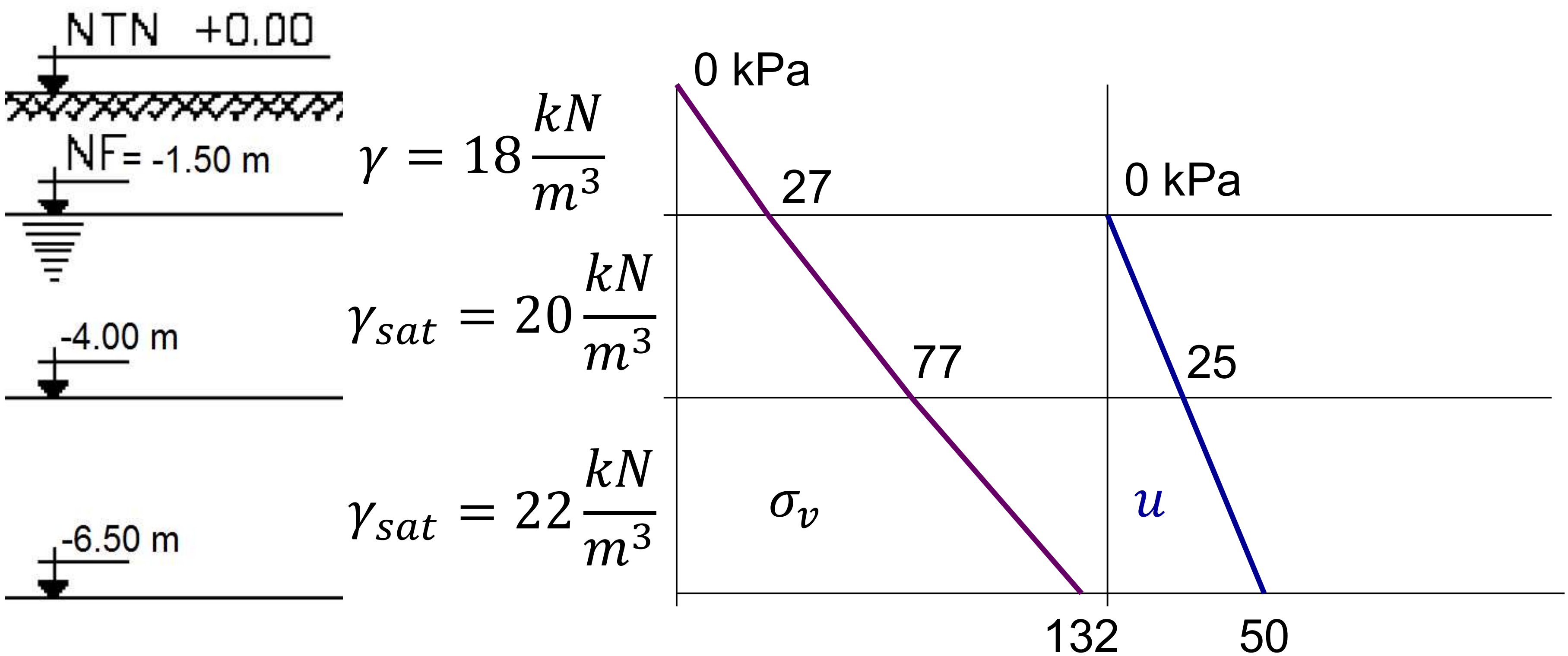
$$\gamma_{sat} = \frac{22kN}{m^3}$$



Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma_v' + u = \sigma_v$$

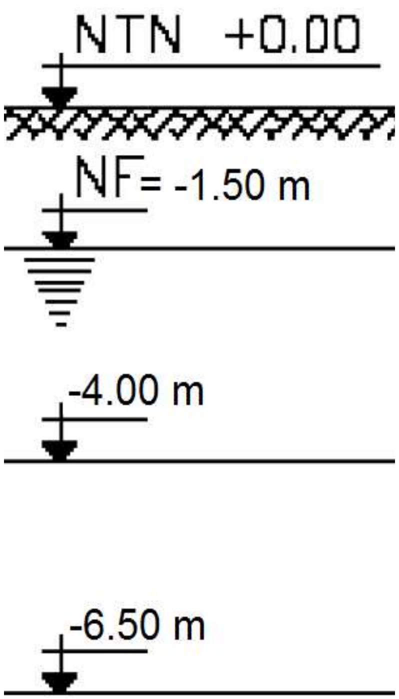
Ejercicio - Solución



Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma_v' + u = \sigma_v$$

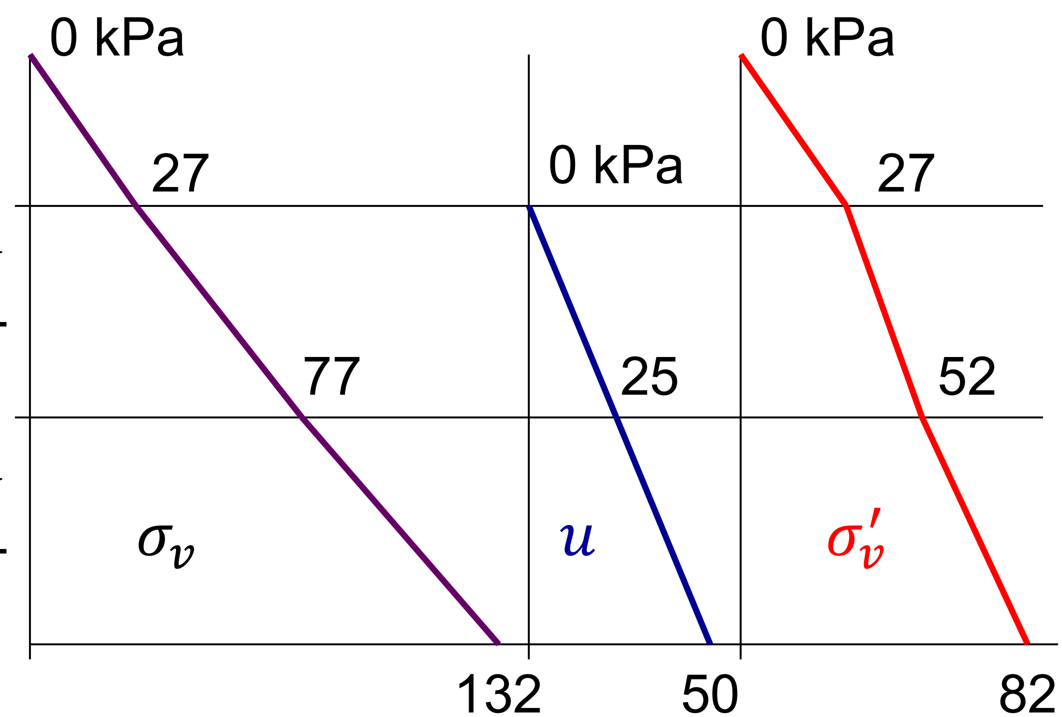
Ejercicio - Solución



$$\gamma = 18\,\frac{kN}{m^3}$$

$$\gamma_{sat} = 20\,\frac{kN}{m^3}$$

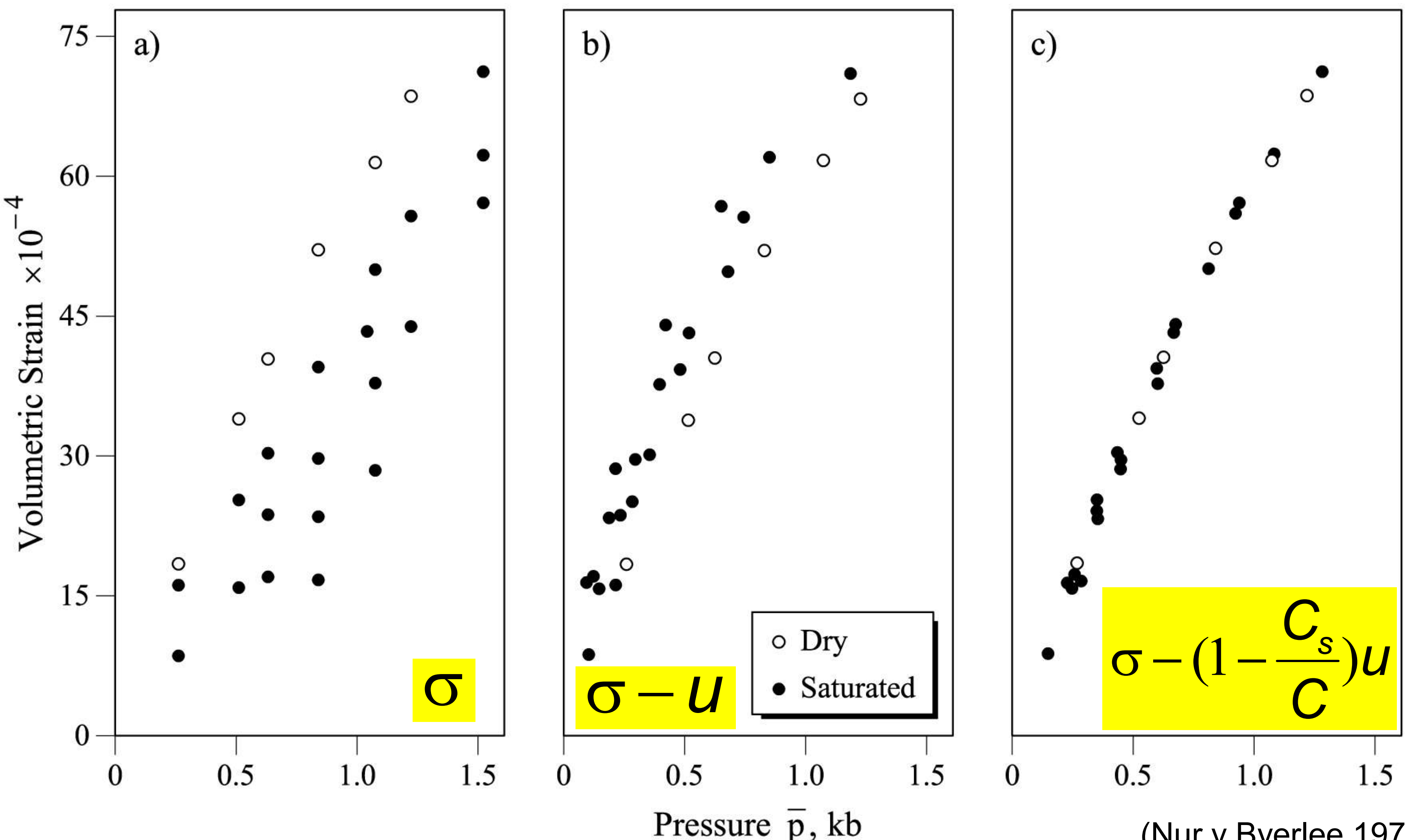
$$\gamma_{sat} = 22\,\frac{kN}{m^3}$$



Nota importante: Se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma_v' + u = \sigma_v$$

Atención: esta definición de presión efectiva es simple pero no es exacta



(Nur y Byerlee 1971)

Evolución de la definición de “presión efectiva” para suelos saturados

Terzaghi (1923): partículas y agua incompresibles:

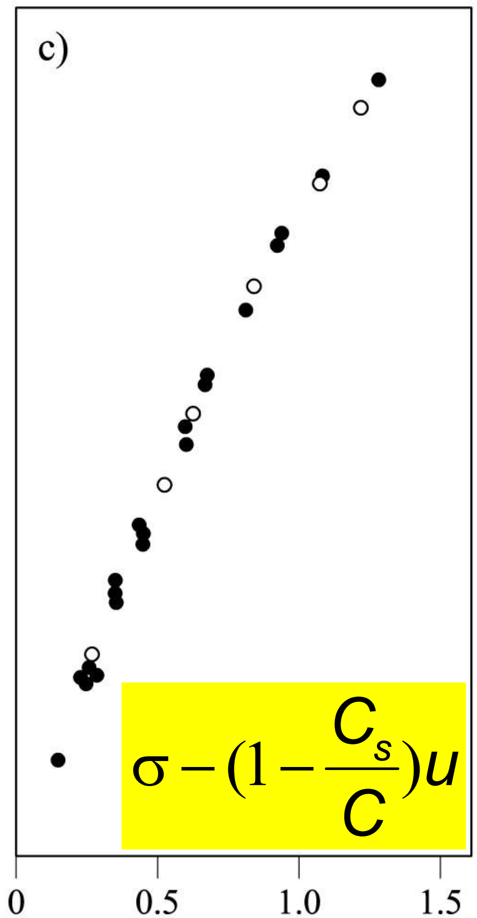
$$\boldsymbol{p' = p - u}$$

- Funciona mal para rocas y hormigones en rango elástico, pero
- Funciona razonablemente bien en falla (agua entra en fisuras)

Skempton (1960): partículas compresibles:

$$\boldsymbol{p' = p - \left(1 - K/K_g\right)u}$$

- K: rigidez volumétrica del suelo
- K_g: rigidez del material de las partículas
- Cuando $e \rightarrow 0$, $K \rightarrow K_g$ y $p' \rightarrow p$



(Lade 1997)

Índice

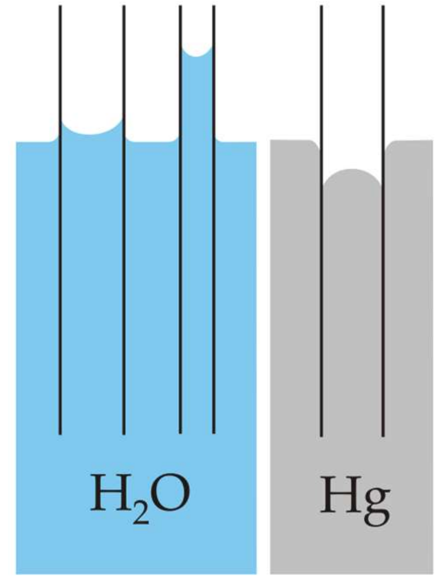
- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico

Interfaz agua-aire

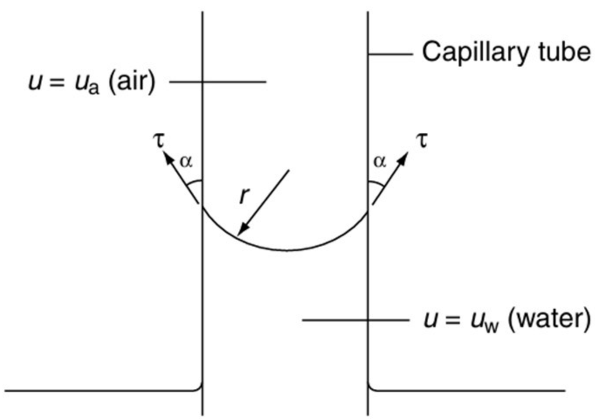
La interfaz agua-aire se comporta como una membrana con resistencia a la tracción

Existe tensión superficial (T_s) en la interfaz

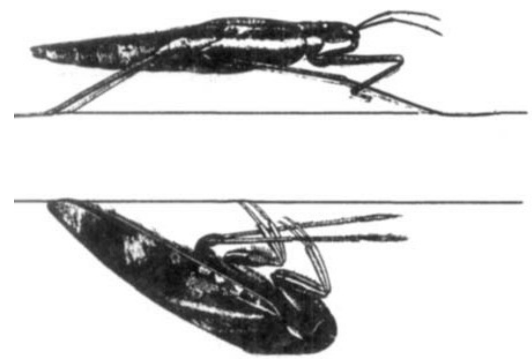
En un conducto pequeño (poro) el agua moja las paredes y la membrana se curva:
diferencia de presión → <u>ascenso capilar</u>



(Wikipedia)



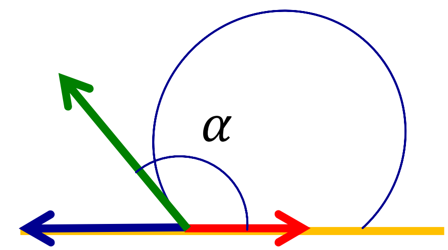
(after Ridley and Wray, 1995)



Insectos que viven sobre y bajo la interfaz

(Milne and Milnc, 1978)

Equilibrio de una columna capilar



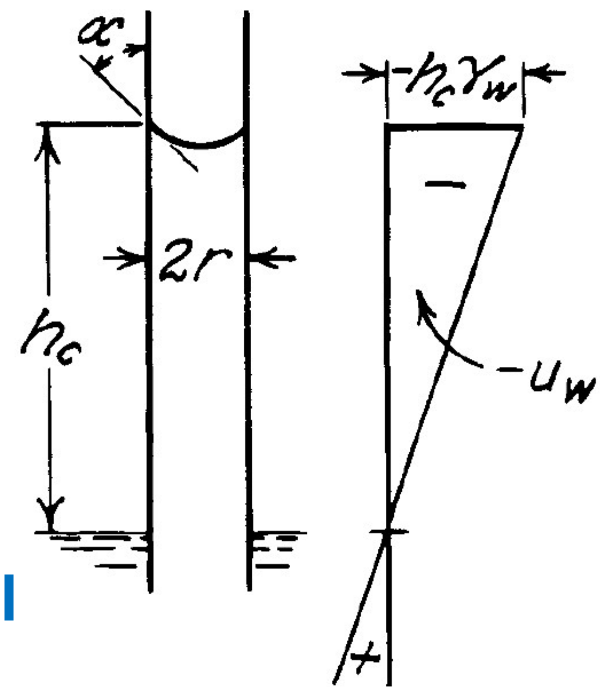
$$\cos[\alpha] = \frac{\sigma_{sg} - \sigma_{sl}}{\sigma_{lg}}$$

En el contacto agua-aire-sólido hay tres fuerzas

- Tensión sólido-líquido: σ_{sl}
- Tensión sólido-gas: σ_{sg}
- Tensión líquido-gas: σ_{lg}

El ángulo del contacto surge del equilibrio

- Peso columna de agua: $W = \pi\, r^2 \gamma_w\, h_c$
- Tensión superficial: $T = 2\pi r\, T_s \cos[\alpha]$ (Columna de vidrio comprimida)
- Por equilibrio: $W = T \rightarrow h_c = \frac{2 \cdot T_s \cdot \cos[\alpha]}{r \cdot \gamma_w}$

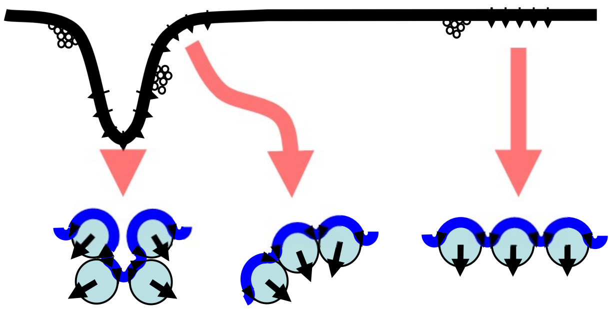


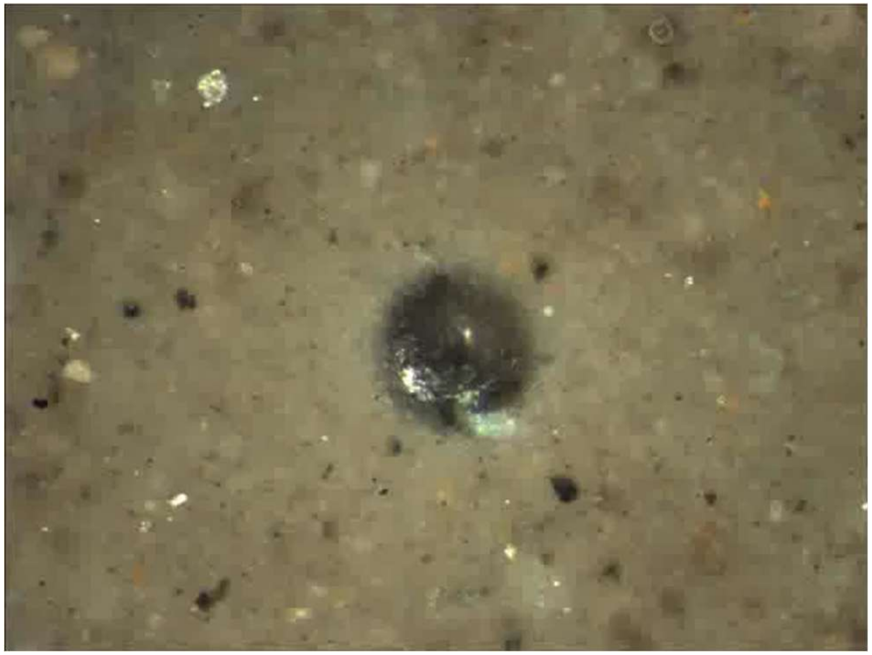
Ascenso capilar inversamente proporcional al radio de los poros

Las tensiones capilares son tensiones efectivas

La tensión capilar tracciona el agua y comprime las partículas

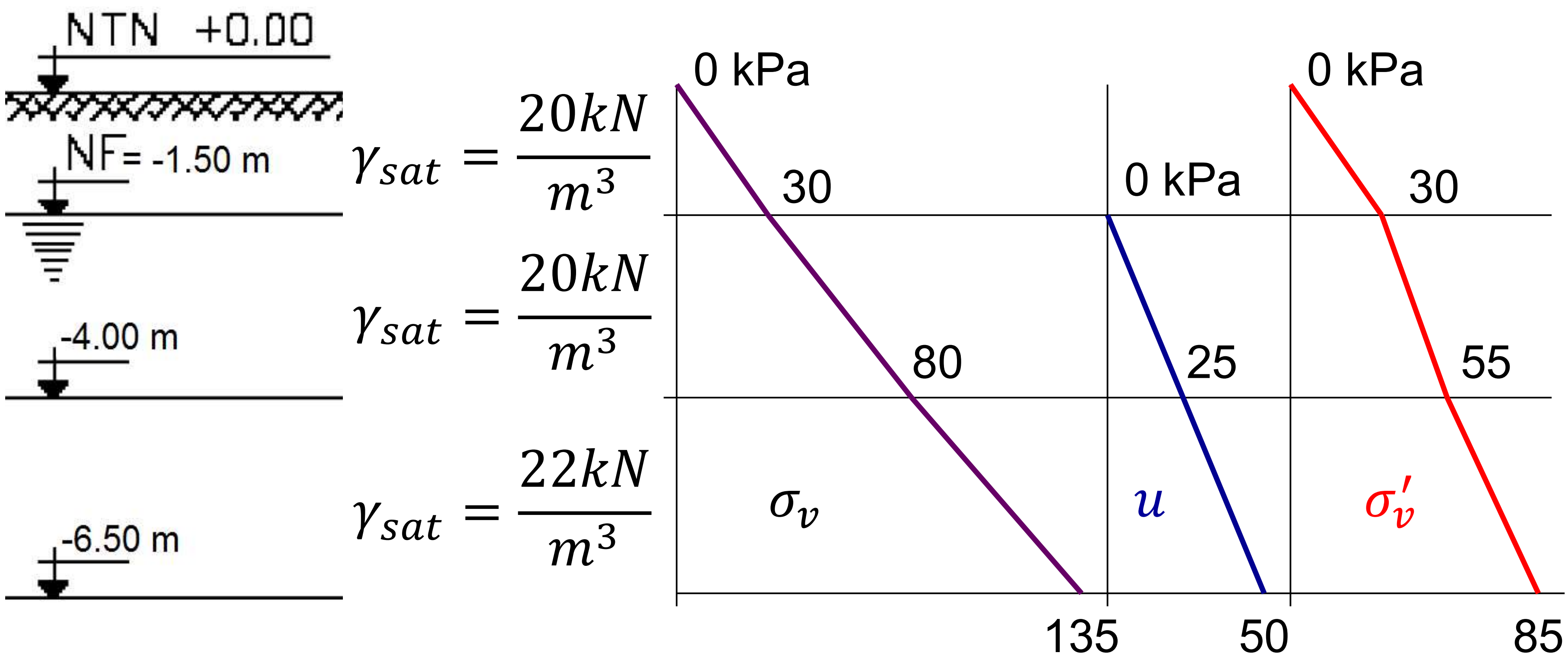
$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u \rightarrow \Delta u < 0 \rightarrow \Delta\sigma' > 0$$





(Santamarina 2012)

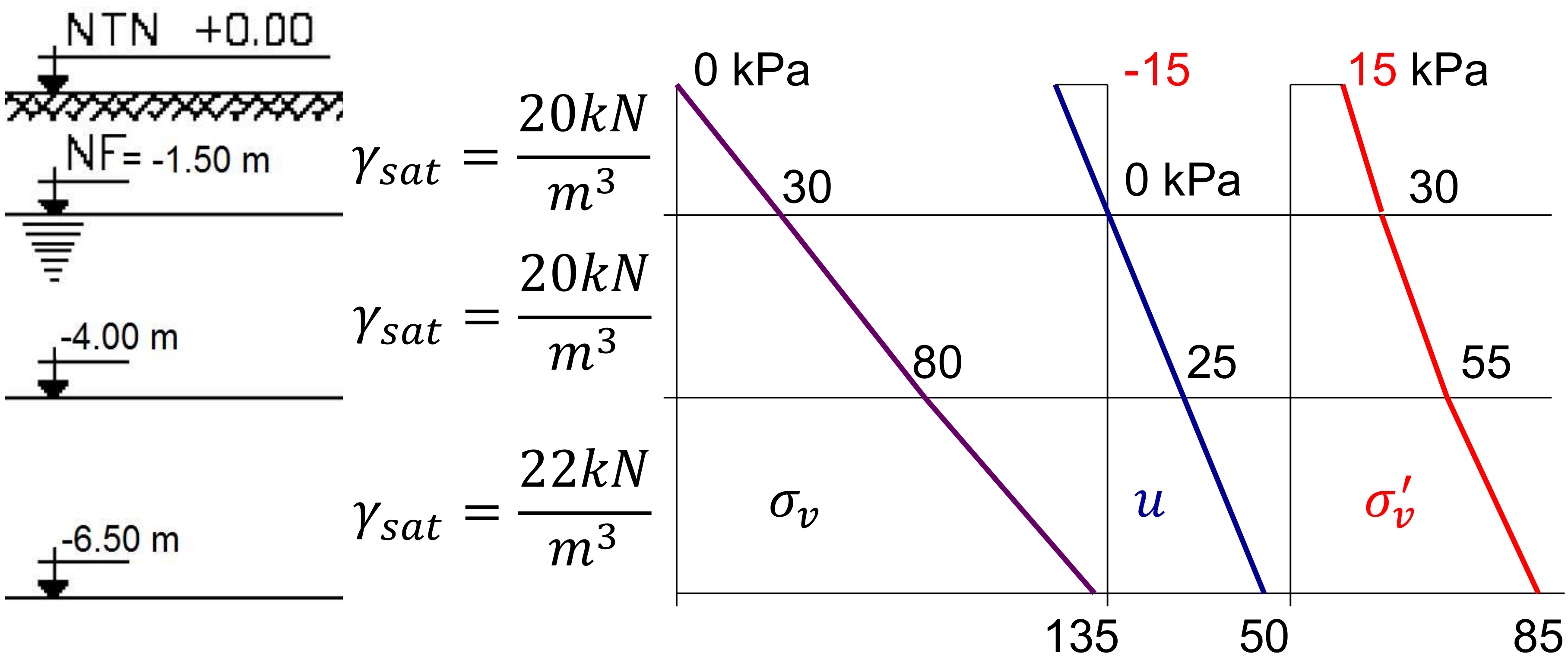
Esta es la distribución de presiones si no hay ascenso capilar (suelo saturado)



Nota importante: **Si** se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma_v' + u = \sigma_v$$

El ascenso capilar aumenta las presiones efectivas (suelo saturado)



Nota importante: **No** se asume que la presión de poros es nula por encima del nivel freático

$$\sigma'_v + u = \sigma_v$$

Índice

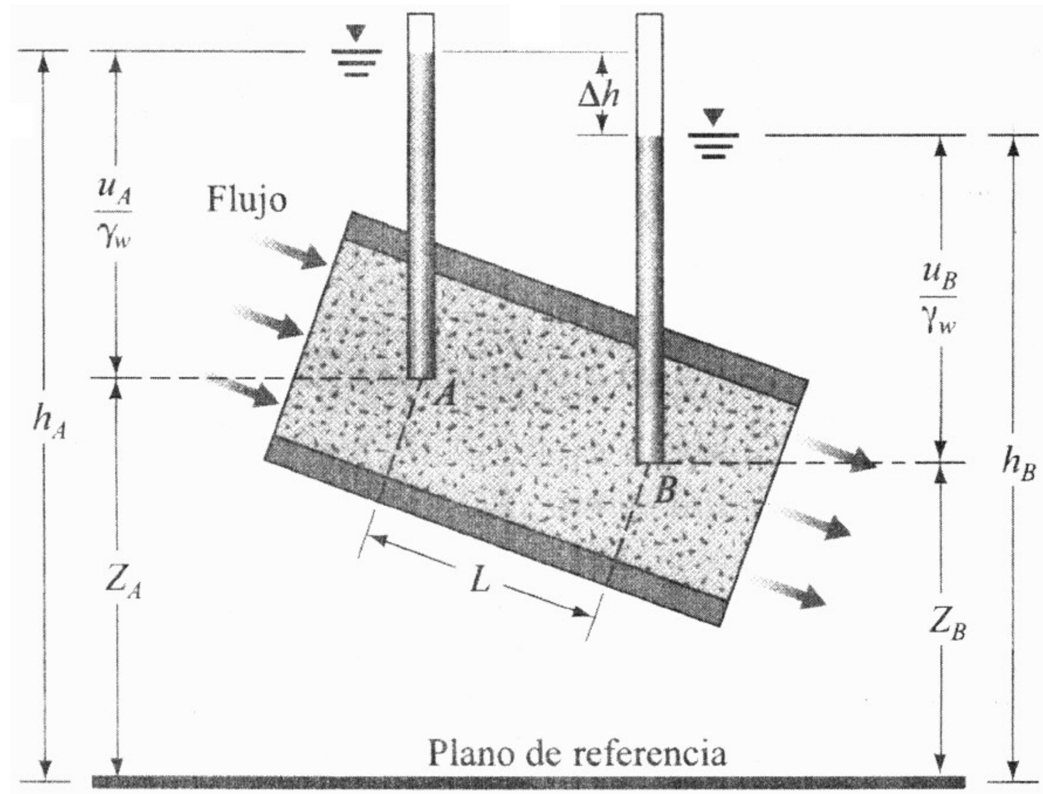
Ley de Darcy (1856)

Hipótesis

- Medio poroso uniforme
- Flujo laminar

La velocidad de flujo es linealmente proporcional al gradiente hidráulico

$$v = k\frac{\partial h}{\partial x} = k \cdot i$$

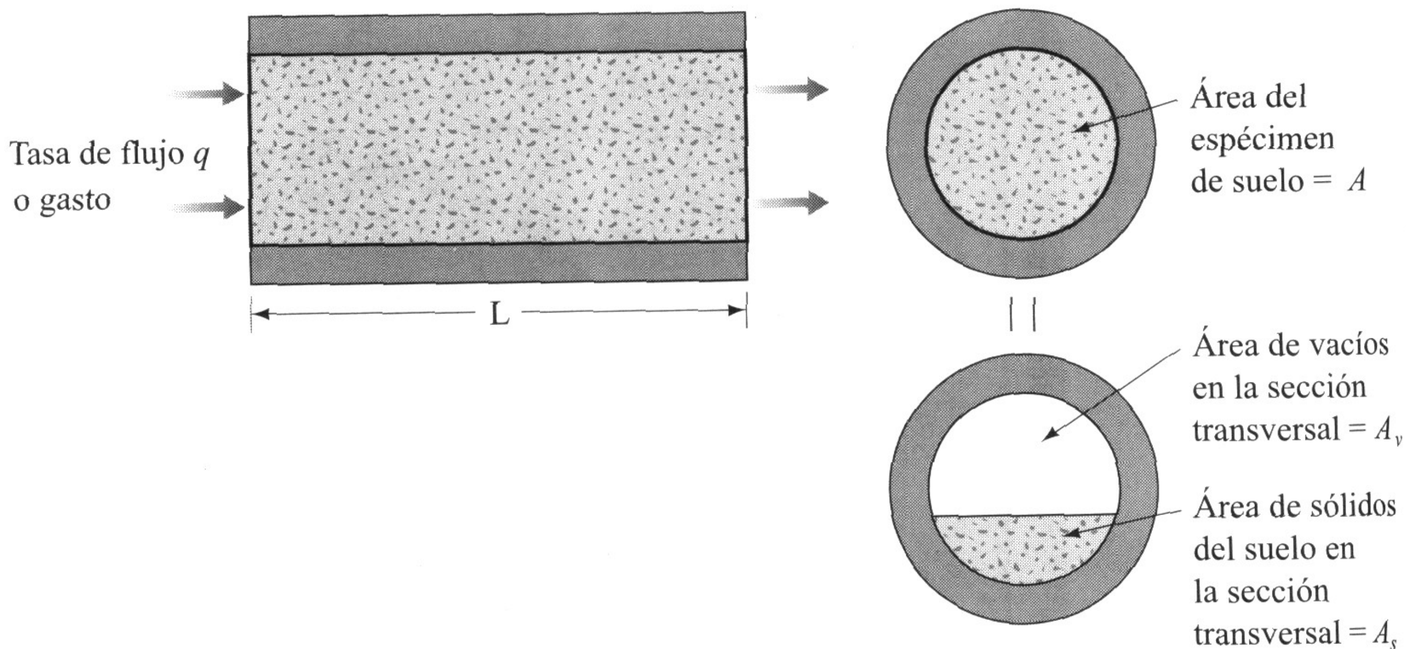


k es el coeficiente de conductividad hidráulica, que depende de la viscosidad del fluido y de la estructura granular del medio

Velocidad de filtración

La velocidad real de filtración es mayor, porque el área efectiva de flujo es únicamente el área del espacio poral

- $v = k\frac{\partial h}{\partial x} = k \cdot i$
- $q = vA = v_v A_v$
- $A = A_v + A_s$
- $v_v = v\frac{1+e}{e} = \frac{v}{n}$



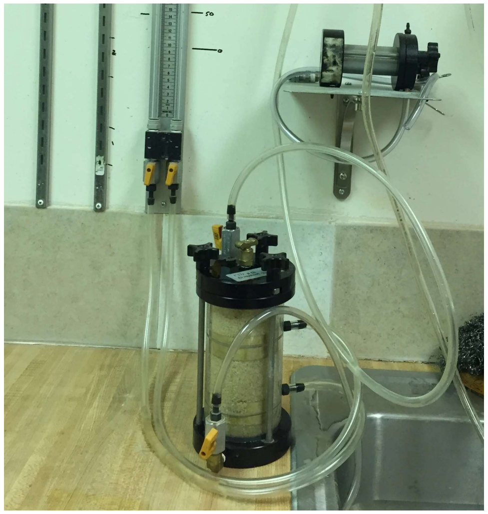
Conductividad hidráulica vs permeabilidad intrínseca

- **Permeabilidad intrínseca ($\boldsymbol{K}$)**
  - depende del medio poroso
  - unidades: m^2
- **Conductividad hidráulica ($\boldsymbol{k}$)**
  - depende de la viscosidad del fluido permeante (μ) y del medio poroso (K)
  - Se la denomina simplificadamente "permeabilidad" en los libros de geotecnia
  - unidades: m/seg
- Relación $$\boldsymbol{k}\left[\frac{m}{s}\right] = \boldsymbol{K}[m^2] \cdot \frac{\gamma\,[kN/m^3]}{\mu\,[kN/m^2 \cdot s]}$$

Índice

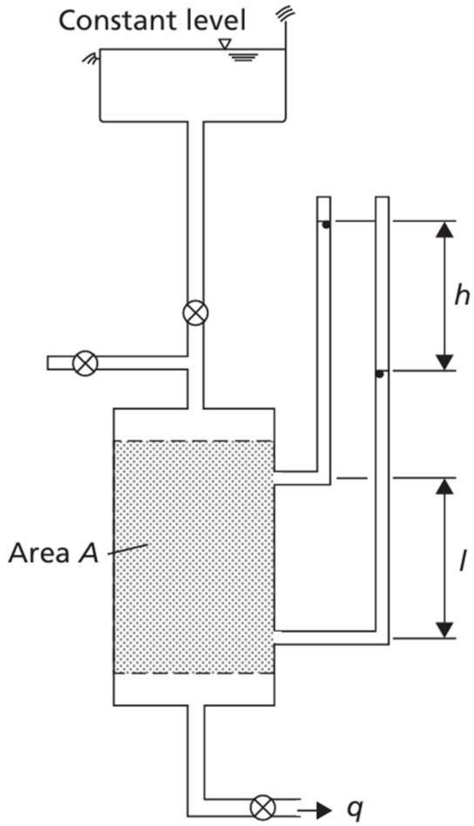
- Presiones totales, de poros y efectivas
- Ascenso capilar
- Ley de Darcy
- Permeámetros
- Flujo unidimensional
- Gradiente hidráulico crítico

Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio

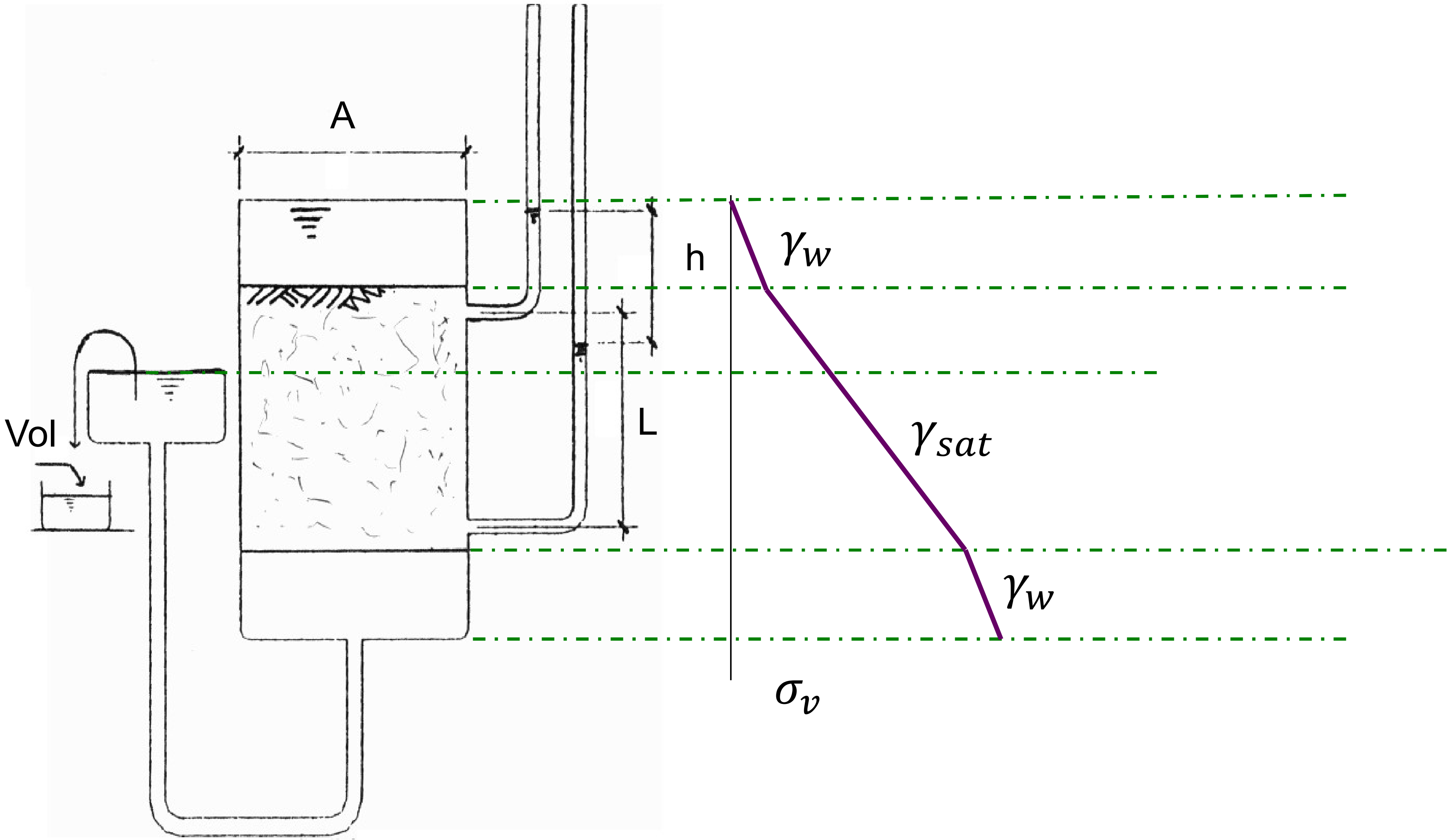


Se mide conductividad hidráulica en suelos “permeables”

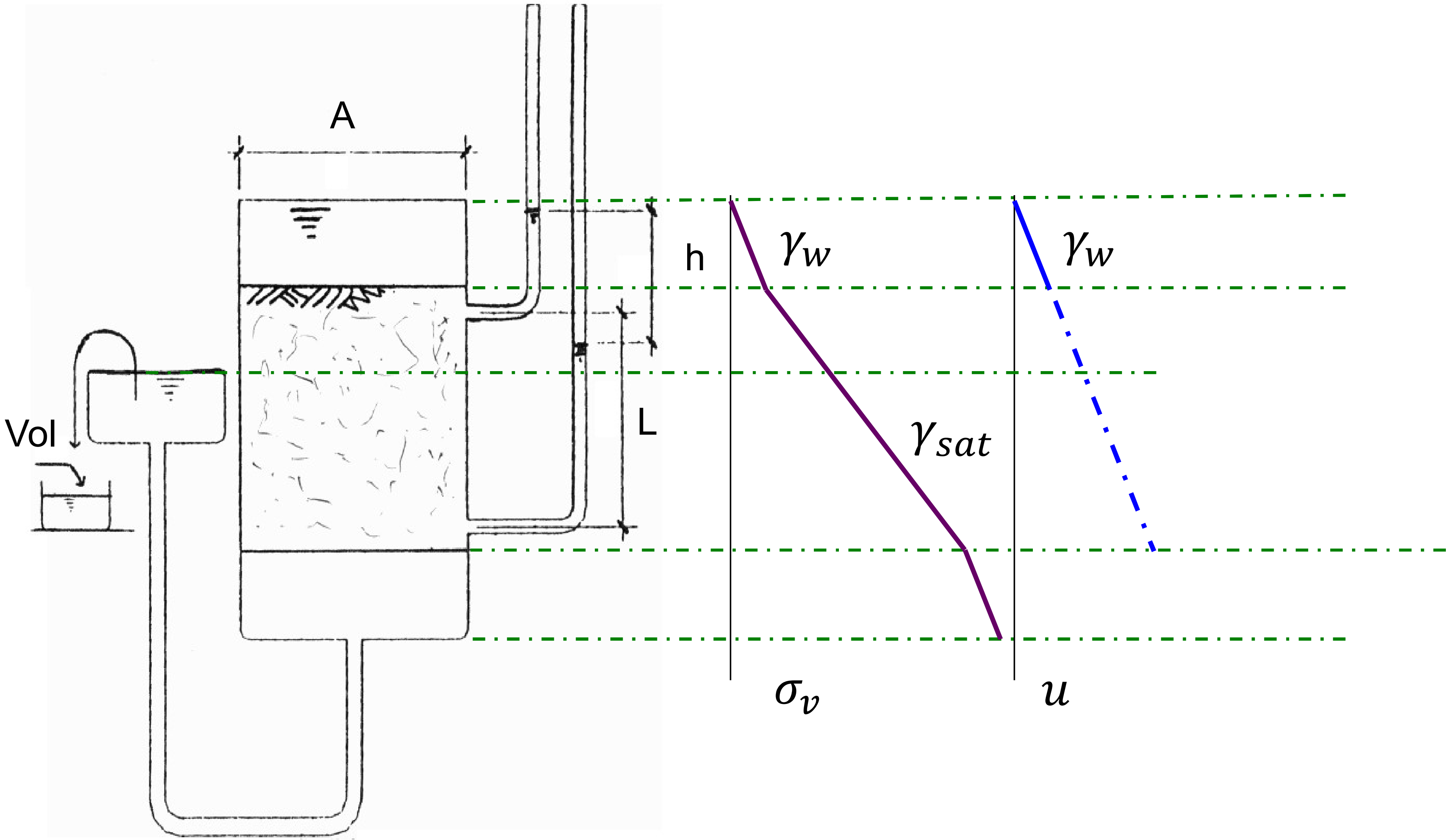
- Caudal $q = \frac{V}{\Delta T}$
- Velocidad $v = \frac{q}{A}$
- Darcy $v = k \cdot i$
- Conductividad hidráulica $k = \frac{V \cdot l}{\Delta H \cdot A \cdot \Delta t}$



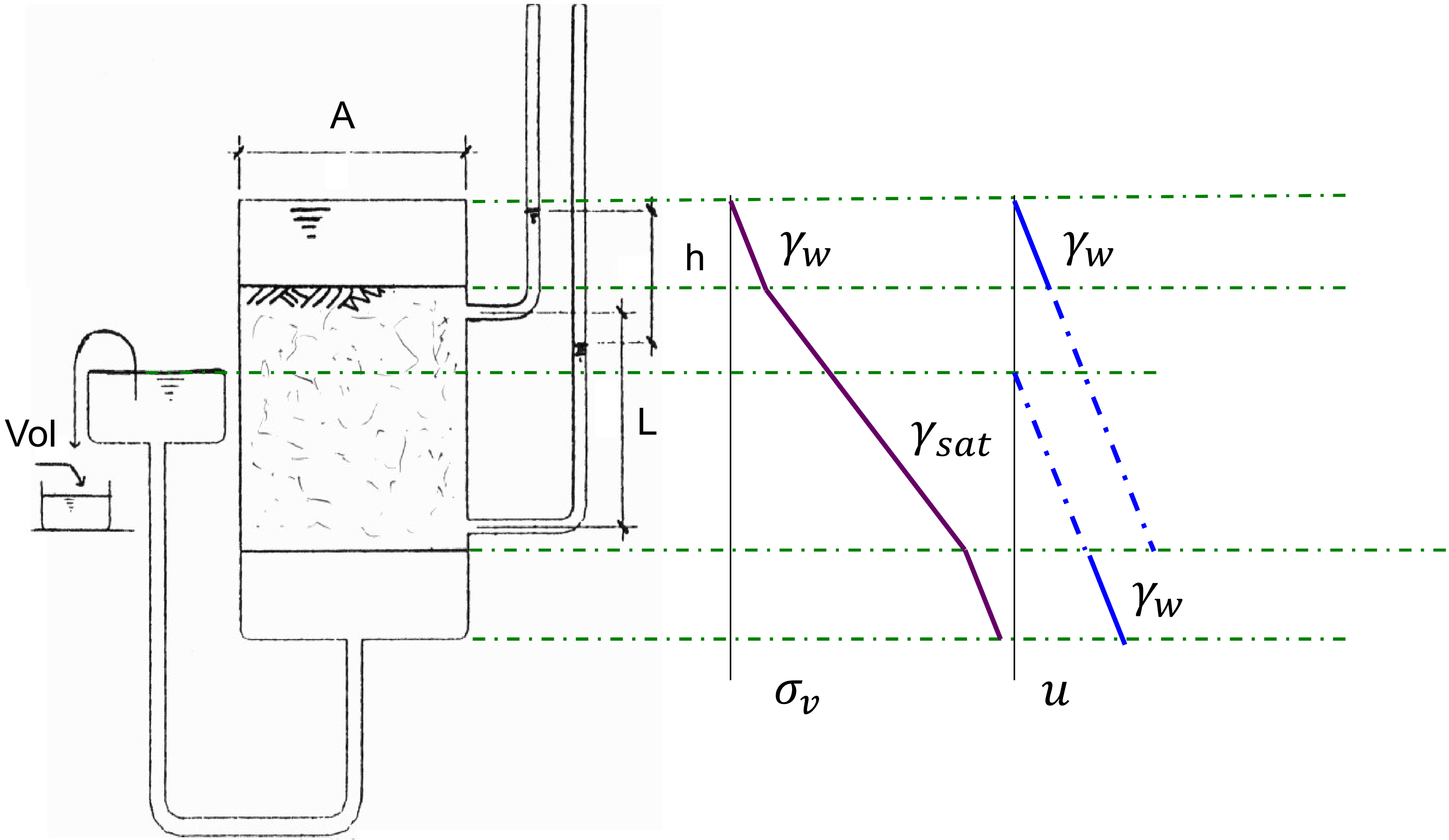
Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



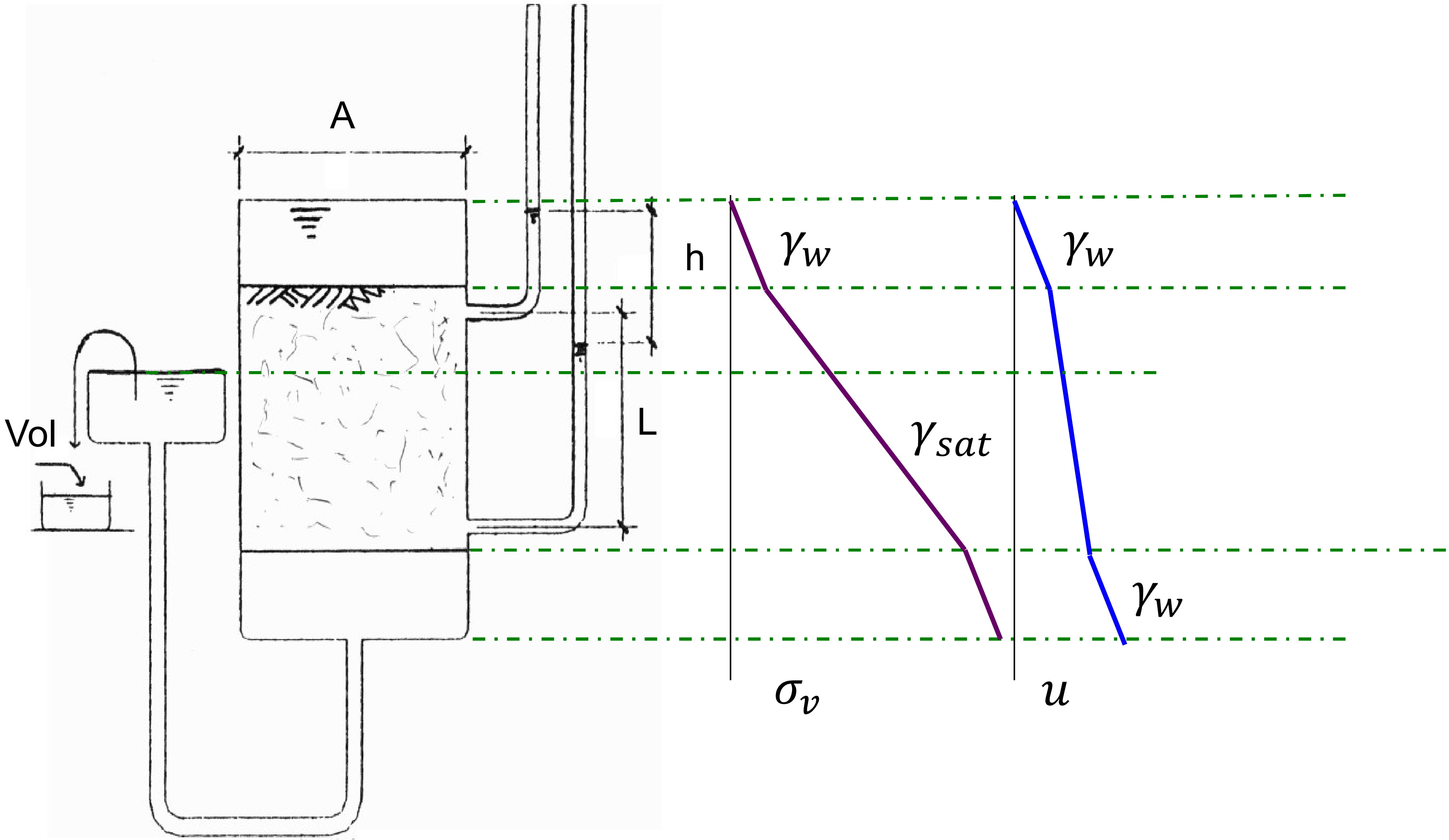
Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



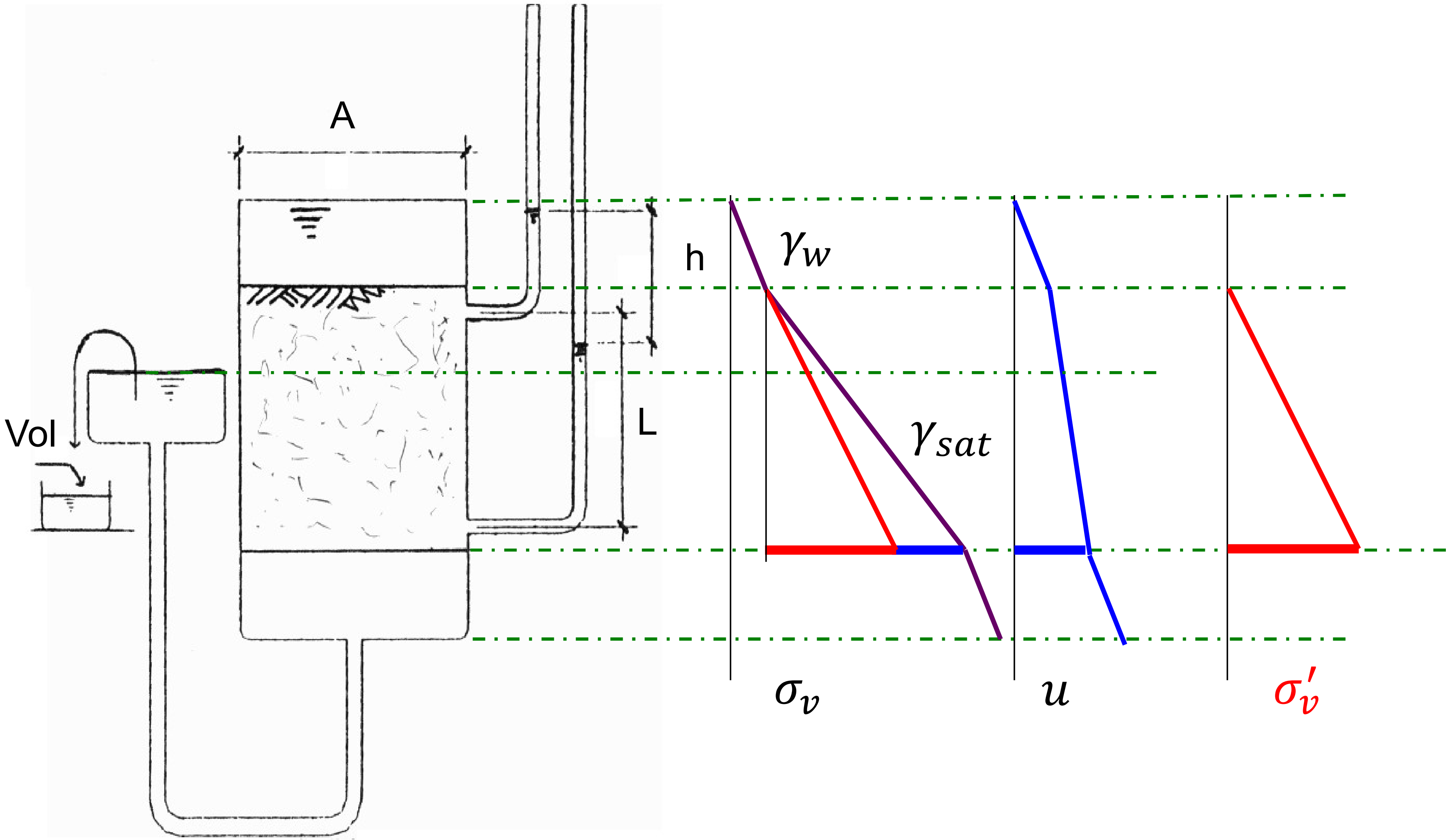
Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



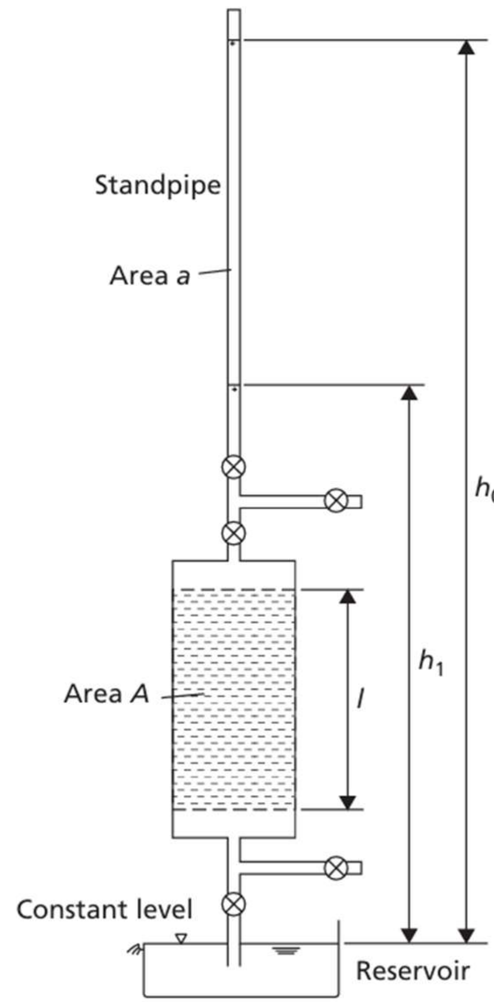
Permeámetro de carga constante: experiencia en laboratorio



Permeámetro de carga variable: experiencia en laboratorio

Se mide conductividad hidráulica en suelos “impermeables”

- Velocidad $$v = k \cdot i = k\frac{h}{l}$$
- Caudal en muestra $$q = vA = k\frac{h}{l}A$$
- Caudal en el tubo $$q = -a\frac{dh}{dt}$$
- Ec. continuidad $$dt = -\frac{dh}{h}\frac{aL}{Ak}$$
- Conductividad $$k = \frac{aL}{A\Delta t}\ln\left[\frac{h_0}{h_1}\right]$$

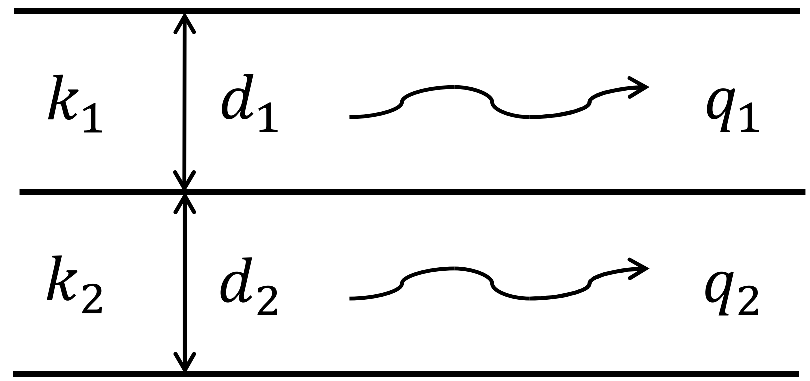


Índice

Flujo en medios estratificados

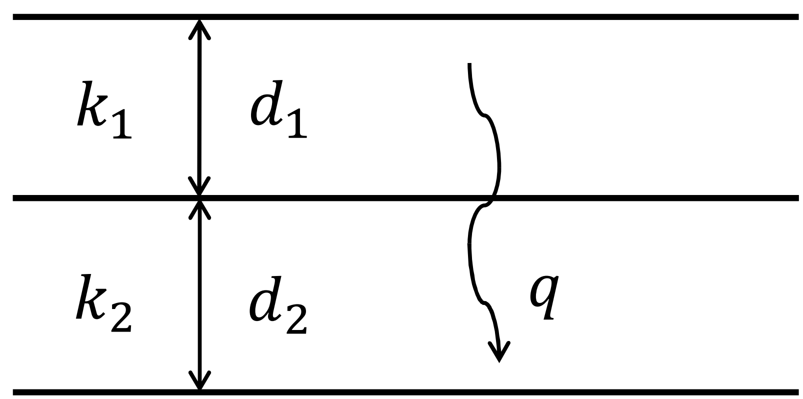
Flujo paralelo: El gradiente es el mismo para ambos estratos

- $q = q_1 + q_2 = \overline{k} \cdot i \cdot (d_1 + d_2)$
- $q_1 = (k_1 \cdot i_1) \cdot d_1$
- $q_2 = (k_2 \cdot i_2) \cdot d_2$
- $\boldsymbol{\overline{k} = (k_1 \cdot d_1 + k_2 \cdot d_2)/(d_1 + d_2)}$



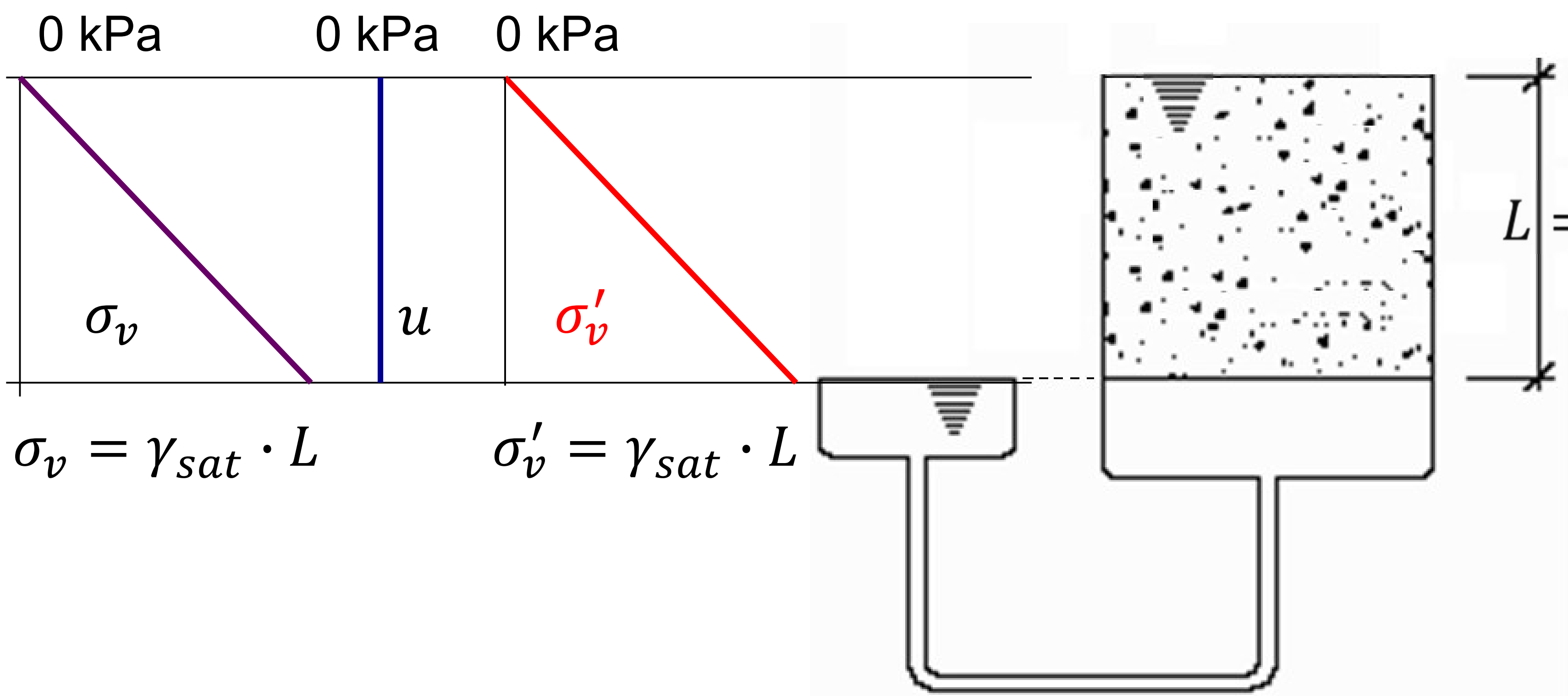
Flujo normal: el caudal es el mismo para ambos estratos

- $h = h_1 + h_2$
- $q = k_1 \cdot h_1/d_1 = k_2 \cdot h_2/d_2$
- $q = \overline{k}(h_1 + h_2)/(d_1 + d_2)$
- $\boldsymbol{\overline{k} = (d_1 + d_2)/(d_1/k_1 + d_2/k_2)}$



Flujo por peso propio

En el flujo por peso propio (descendente) el agua percola a través del suelo con presión neutra constante e igual a $u = 0\ kPa$



Flujo por peso propio

En el flujo por peso propio (descendente) el agua percola a través del suelo con presión neutra constante e igual a $u = 0\ kPa$

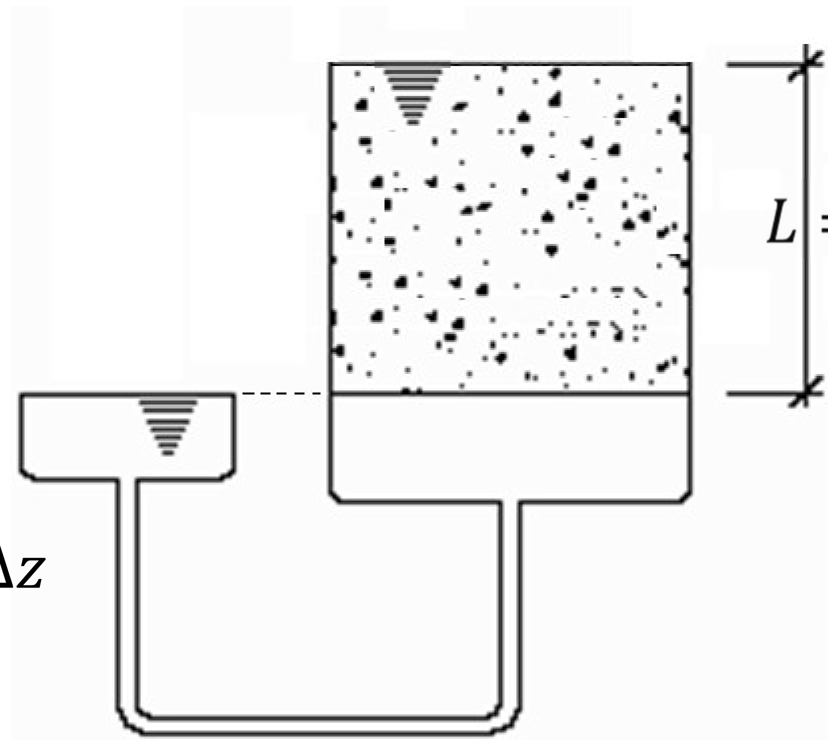
$$\sigma_v = \gamma_{sat} \cdot L$$

$$u = 0\text{kPa}$$

$$\sigma_v' = \sigma_v - u = \sigma_v$$

$$\Delta h = z_2 + \frac{u_2}{\gamma_w} - \left(z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w}\right) = \Delta z$$

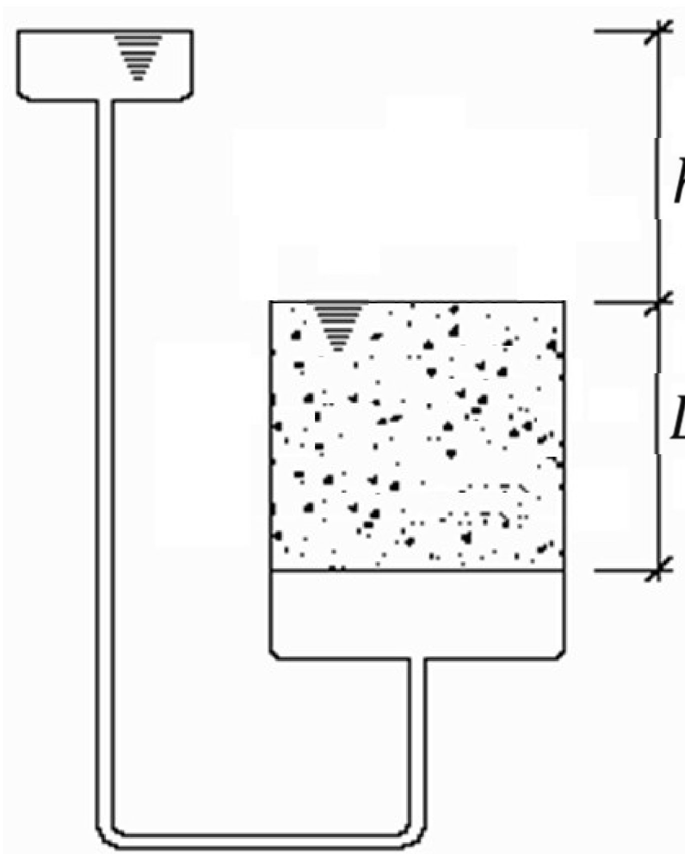
$$i = \frac{\Delta h}{\Delta z} = \frac{h}{L} = 1$$



Índice

Gradiente hidráulico crítico

El gradiente hidráulico crítico es el que produce presión efectiva nula



$$\sigma_v' = \gamma_{sat} \cdot L - \gamma_w \cdot (h + L)$$

$$h = h_{crit} \rightarrow \sigma_v' = 0\text{kPa}$$

$$h_{crit} = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w} L \rightarrow i_{crit} = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

Ejercicio - Enunciado

Calcule

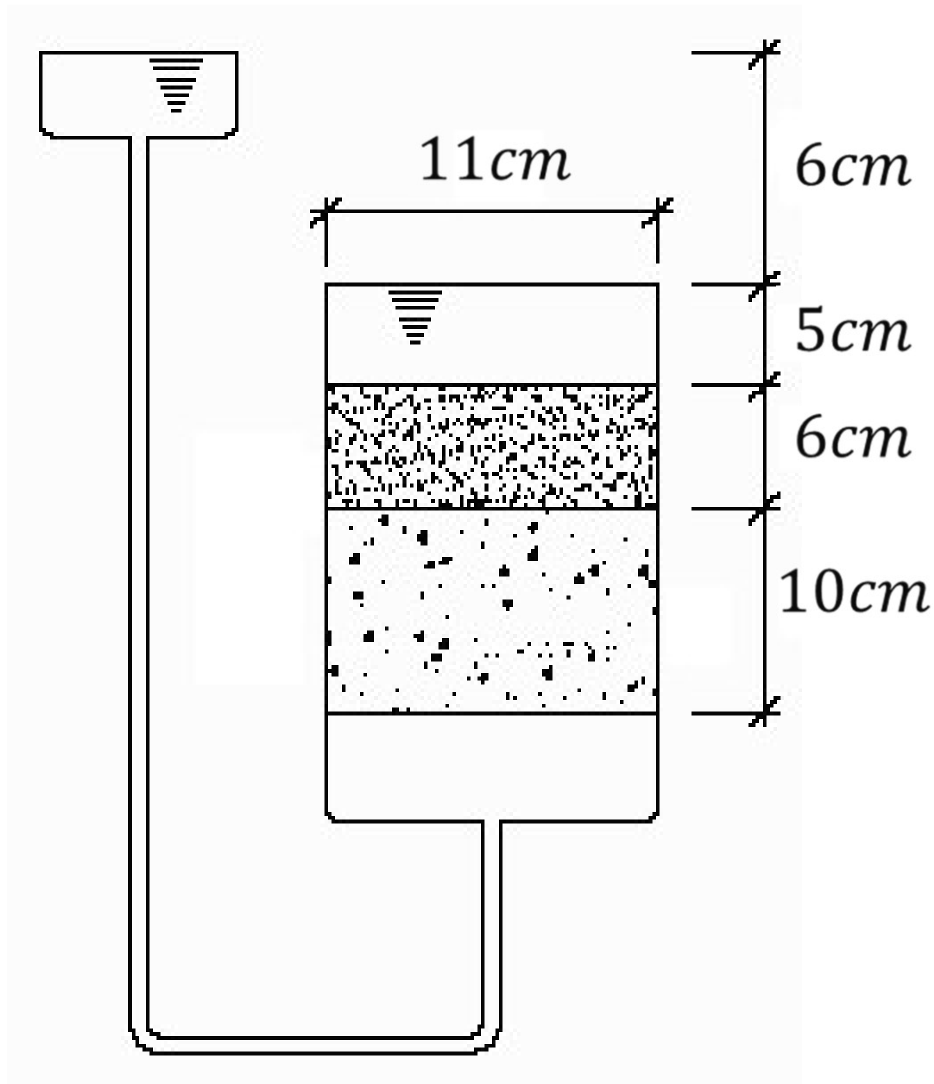
- Caudal
- Diagramas de presiones
- Gradiente hidráulico crítico

$$k_1 = 10^{-4}\,\frac{cm}{s}$$

$$\gamma_{sat1} = 20\,\frac{kN}{m^3}$$

$$k_2 = 10^{-3}\,\frac{cm}{s}$$

$$\gamma_{sat2} = 22\,\frac{kN}{m^3}$$



Ejercicio - Solución

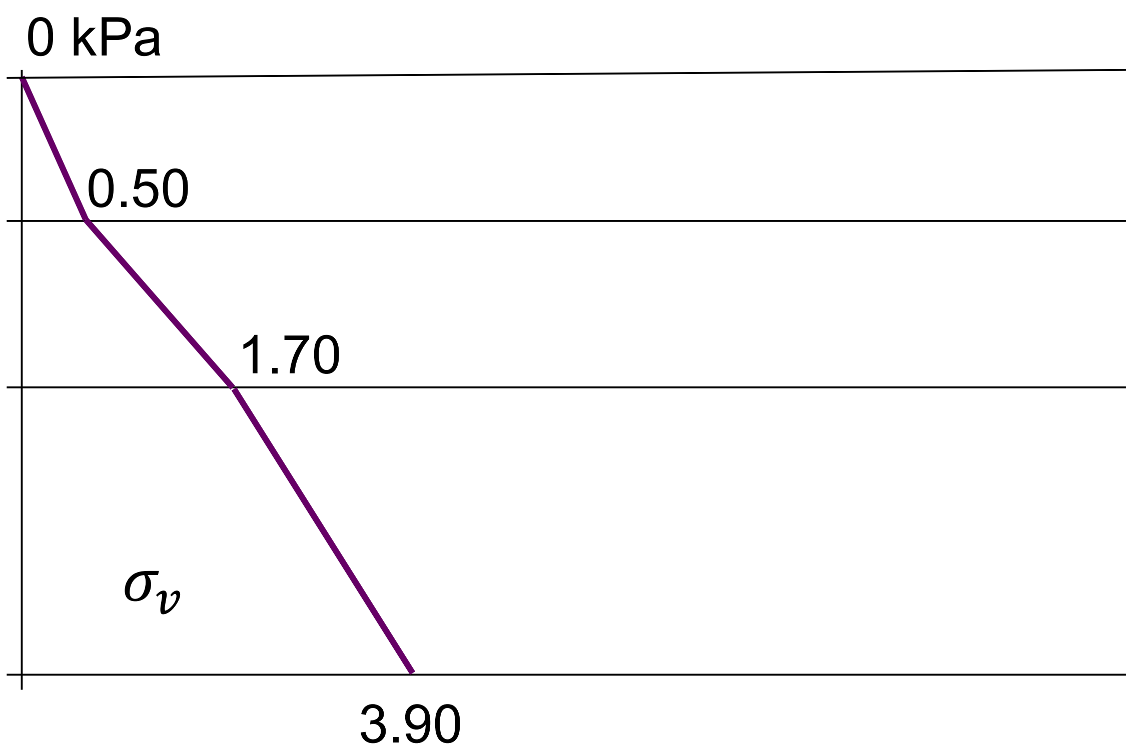
Caudal

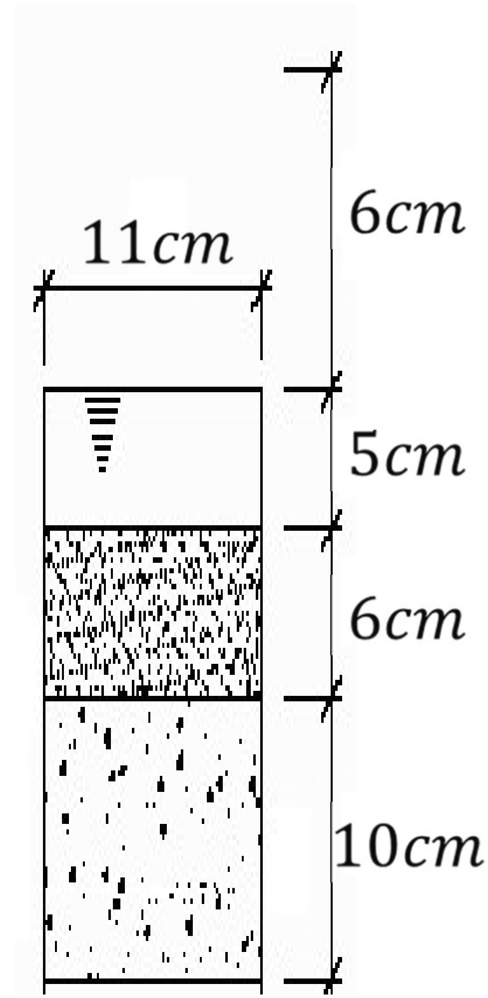
$$\overline{k} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}} = \frac{6cm + 10cm}{\frac{6cm}{10^{-4}cm/s} + \frac{10cm}{10^{-4}cm/s}} = 2.3 \cdot 10^{-4}\,\frac{cm}{s}$$

$$v = \overline{k} \cdot i = \overline{k} \cdot \frac{\Delta h}{d_1 + d_2} = 2.3 \cdot 10^{-4}\,\frac{cm}{s} \cdot \frac{6cm}{16cm} = 0.87 \cdot 10^{-4}\,\frac{cm}{s}$$

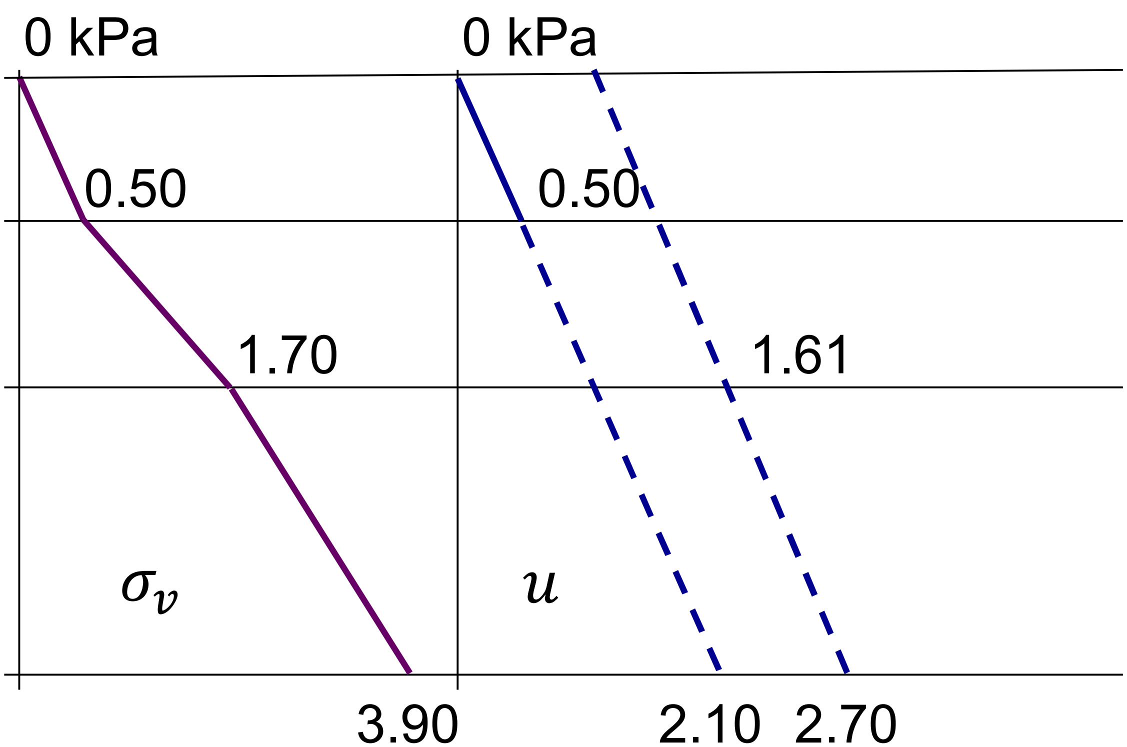
$$Q = v \cdot A = 0.87 \cdot 10^{-4}\,\frac{cm}{s} \cdot 97cm^2 = 8.4 \cdot 10^{-4}\,\frac{cm^3}{s}$$

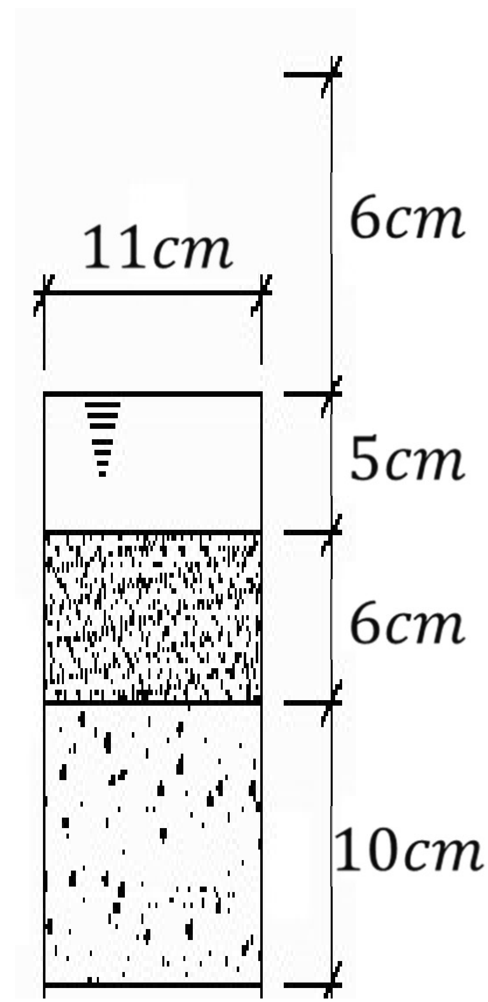
Ejercicio – Diagrama de presiones





Ejercicio – Diagrama de presiones

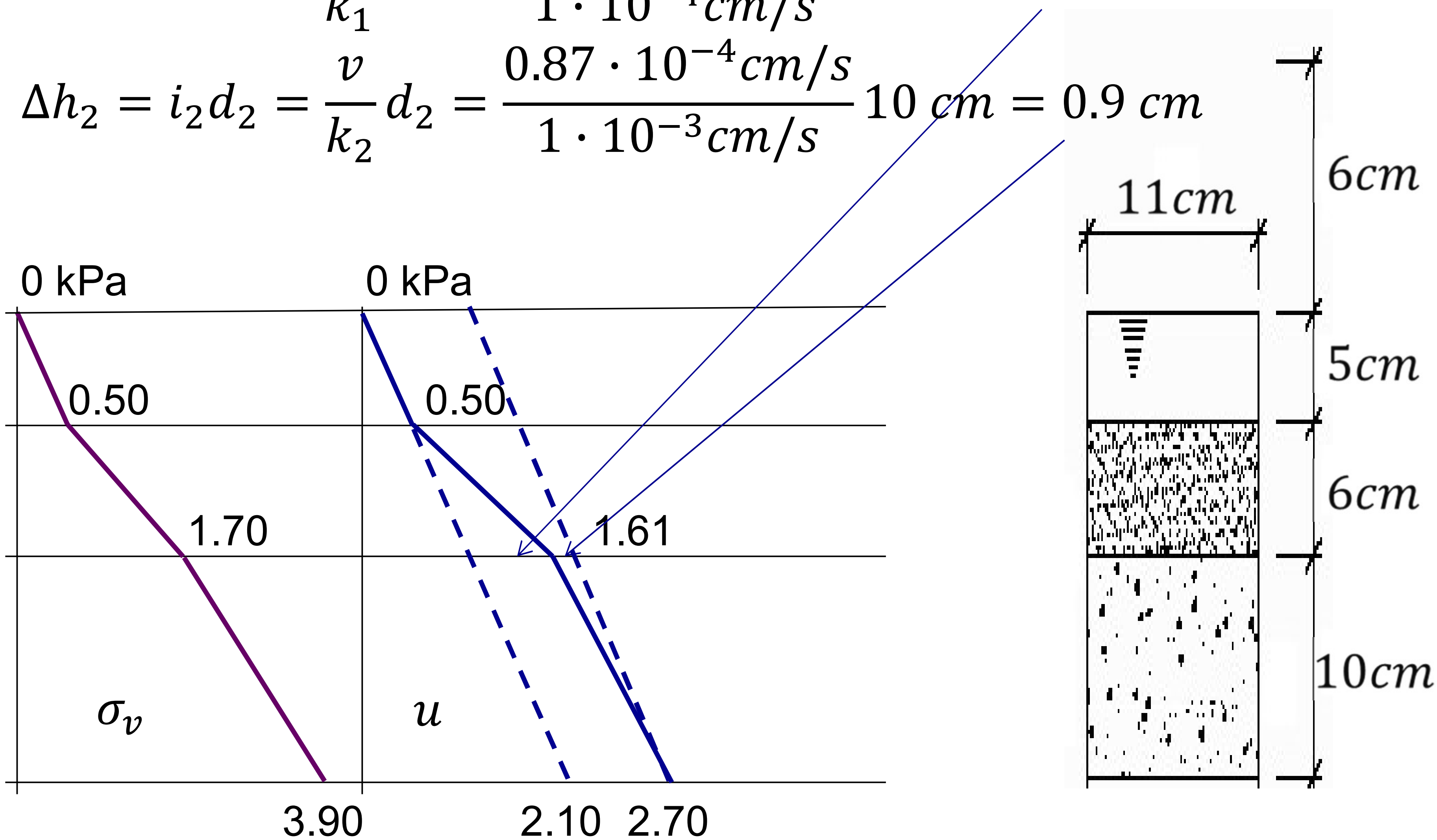




Ejercicio – Diagrama de presiones

$$\Delta h_1 = i_1 d_1 = \frac{v}{k_1} d_1 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} cm/s}{1 \cdot 10^{-4} cm/s} 6\ cm = 5.1\ cm$$

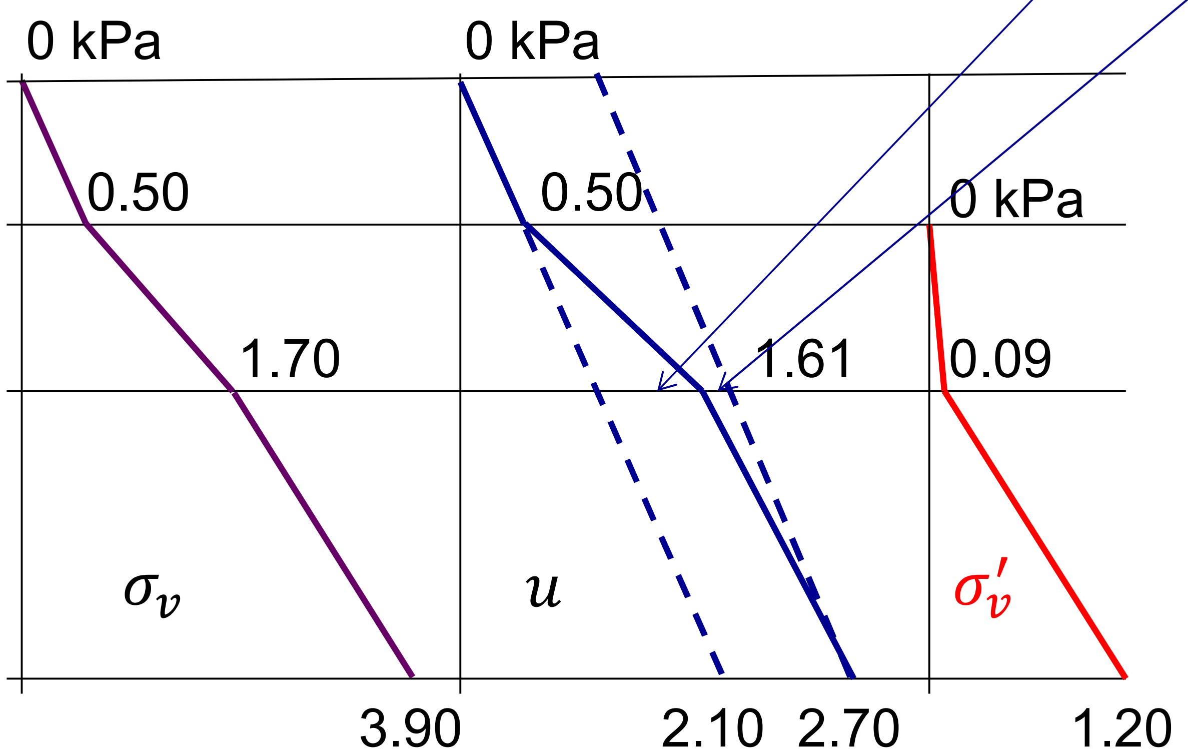
$$\Delta h_2 = i_2 d_2 = \frac{v}{k_2} d_2 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} cm/s}{1 \cdot 10^{-3} cm/s} 10\ cm = 0.9\ cm$$

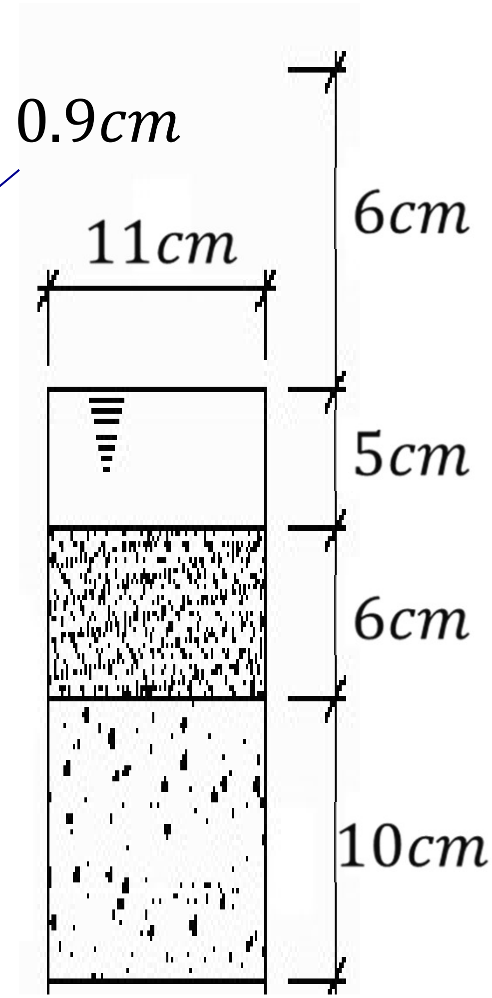


Ejercicio – Diagrama de presiones

$$\Delta h_1 = i_1 d_1 = \frac{v}{k_1} d_1 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} cm/s}{1 \cdot 10^{-4} cm/s} 6cm = 5.1cm$$

$$\Delta h_2 = i_2 d_2 = \frac{v}{k_2} d_2 = \frac{0.87 \cdot 10^{-4} cm/s}{1 \cdot 10^{-3} cm/s} 10cm = 0.9cm$$



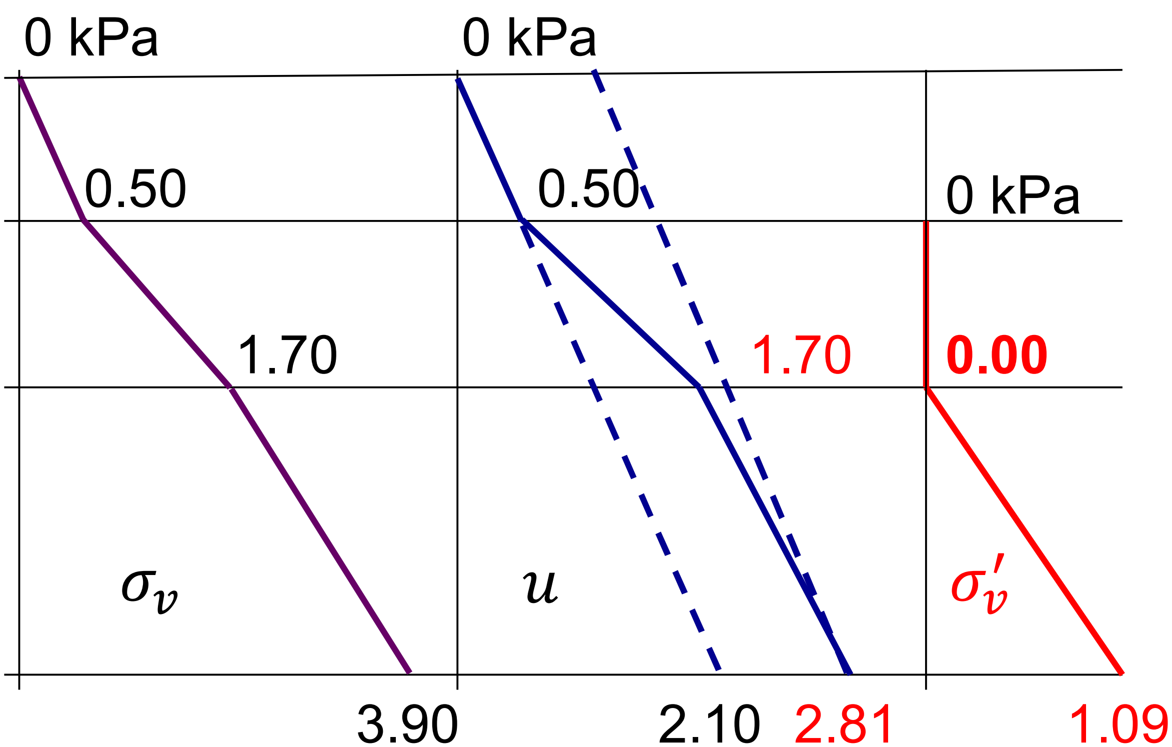


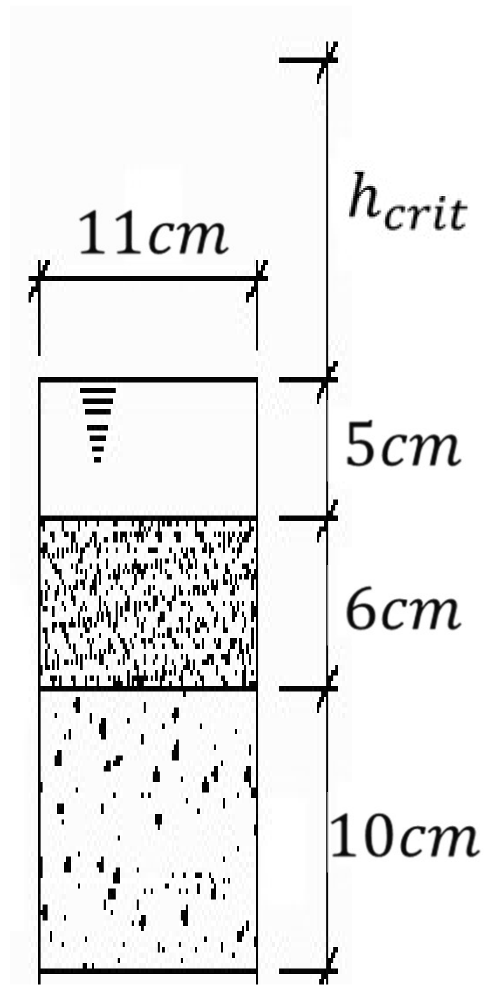
Ejercicio – Altura crítica

$$\sigma_{1-2} = 0kPa \rightarrow u_{1-2} = \left(5.0cm + d_1 + \Delta h_{1,crit}\right) \cdot \gamma_w = 1.70kPa$$

$$\Delta h_{1,crit} = 6.0cm$$

$$h_{crit} = H \cdot \frac{\Delta h_{1,crit}}{\Delta h_1} = 6.0cm \cdot \frac{6.0cm}{5.1cm} = 7.06cm$$





Bibliografía

Básica

- Craig. Soil Mechanics. Spon Press, 8ª edición.
- Jiménez Salas y otros. Geotecnia y Cimientos. Ed. Rueda
- Olivella, S. Problemas resueltos. Geotecnia. Mecánica de Suelos. UPC, 2003.

Complementaria

- Mitchell, J. Fundamentals of soil behavior. 3ª Ed. Wiley.