Solicitación Axil

- Tensiones generadas:

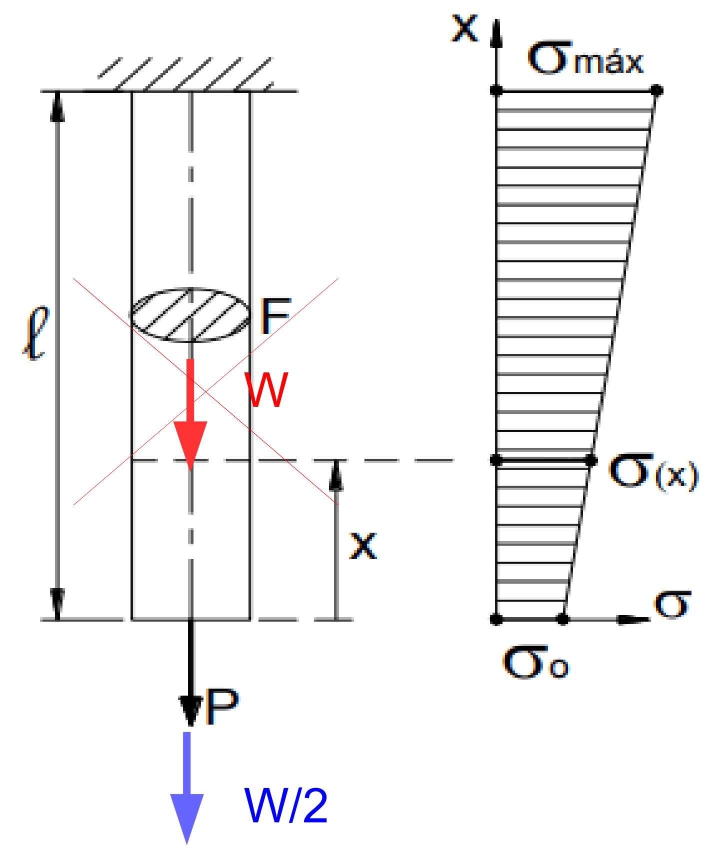
$$\sigma_z = N_z / F$$

- Deformaciones producidas:

$$\Delta l = \frac{L \,.\, Nz}{E \,.\, F}$$

Influencia del peso propio en la deformación

Si la magnitud del peso propio (W) se torna importante, como es el caso de cables muy largos dispuestos verticalmente o de pilares de mucha altura, entonces en la deformación debe ser considerado el peso propio en base al siguiente razonamiento:
Sea la barra de sección F y de longitud importante " l " sometida a la acción de la fuerza externa de superficie P, para la que se considerará además su propio peso W, Si γ es el peso específico del material (fuerza externa de volumen), en una sección cualquiera de coordenada "x" la fuerza normal resultará:



$$N = P + \gamma \cdot F \cdot x \qquad \sigma_{(x)} = \frac{N}{F} = \frac{P + \gamma \cdot F \cdot x}{F}$$

Con W $= \gamma \,.\, F \,.\, l$ (1)

Para 2 secciones separadas un dx: $\varepsilon = \dfrac{d\Delta l}{dx} = \dfrac{\sigma x}{E} \longrightarrow d\Delta l = \dfrac{(P + \gamma \,.\, F \,.\, x)}{E \,.\, F}\, dx$ (2)

Integrando (2) a lo largo de la longitud"l":

$$\Delta l = \frac{P \,.\, l}{E \,.\, F} + \frac{\gamma \,.\, F \,.\, l^2}{E \,.\, F\, 2} \quad (3)$$

Reemplazando (1) en (3): $\Delta l = \dfrac{P \,.\, l}{E \,.\, F} + \dfrac{W \,.\, l}{2\, E \,.\, F}$

La Δl producida por efecto del peso propio es la misma que provocaría una carga puntual de la mitad de su magnitud (W/2) aplicada en el extremo de la barra

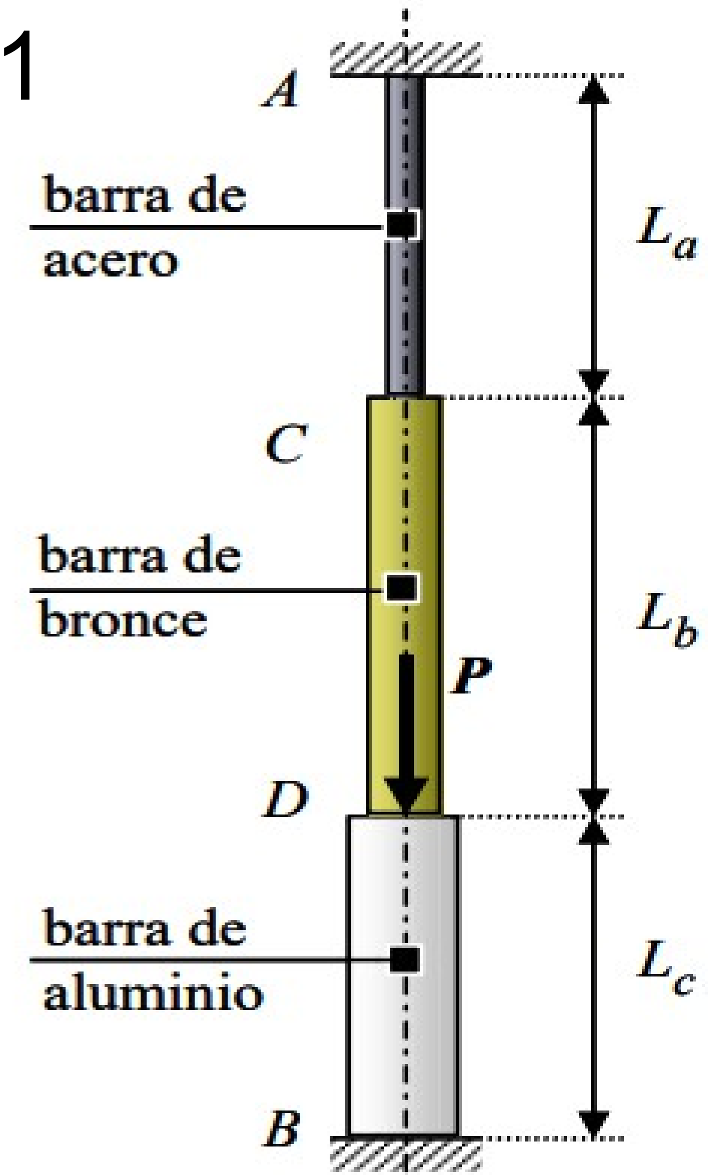
Ejercicio N° 1

Las barras de acero, bronce y aluminio que se observan en la figura están unidas entre sí en forma rígida y empotradas en ambos extremos A y B. Incluyendo los pesos propios de las mismas, y de acuerdo con los datos indicados se solicita:

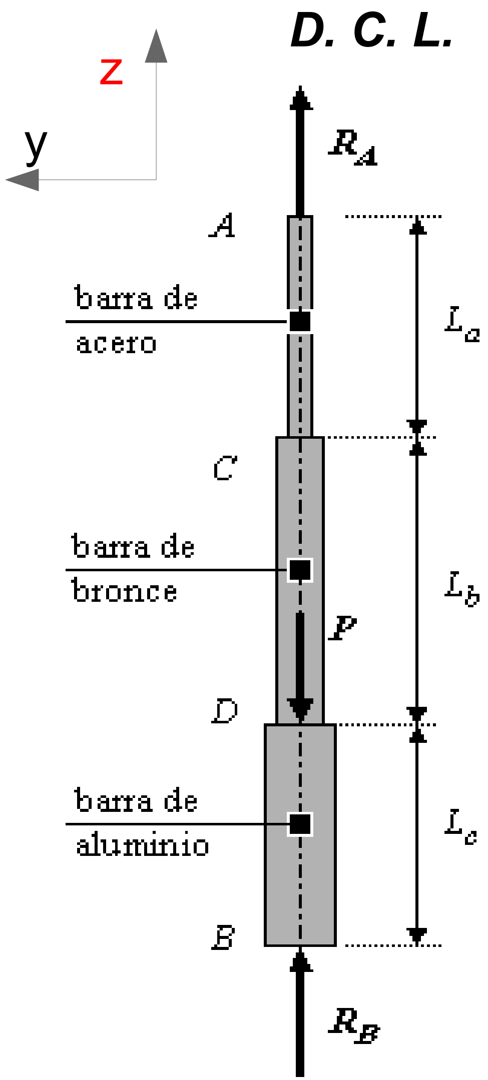
a) Calcular las reacciones de vínculo en A y B.

b) Trazar los diagramas de esfuerzos normales Nz y tensiones normales σz.

c) Calcular los corrimientos de las secciones C y D



L_a	L_b	L_c	F_a	F_b	F_c	γ_a	γ_b	γ_c	E_a	E_b	E_c	P
cm	cm	cm	cm^2	cm^2	cm^2	kN/m^3	kN/m^3	kN/m^3	kN/cm^2	kN/cm^2	kN/cm^2	kN
500	400	300	12,57	19,64	28,28	78	80	26	21000	9000	8000	8



Calcular las reacciones de vínculo en *A* y *B*.

1) Equilibrio Estático:
La única ecuación que permite plantear la estática es:

$$R_A + R_B = P + W_{acero} + W_{bronce} + W_{aluminio} \quad \textbf{(1)}$$

2) Equilibrio Elástico:
Ecuación de compatibilidad geométrica o de deformaciones:

$$\Delta ltotal = 0 \longrightarrow \Delta La(\text{acero}) + \Delta Lb(\text{bronce}) + \Delta Lc(\text{aluminio}) = 0 \quad \textbf{(2)}$$

Cálculo de cada Δl (ingresando a la barra siempre contrario a "z +"):

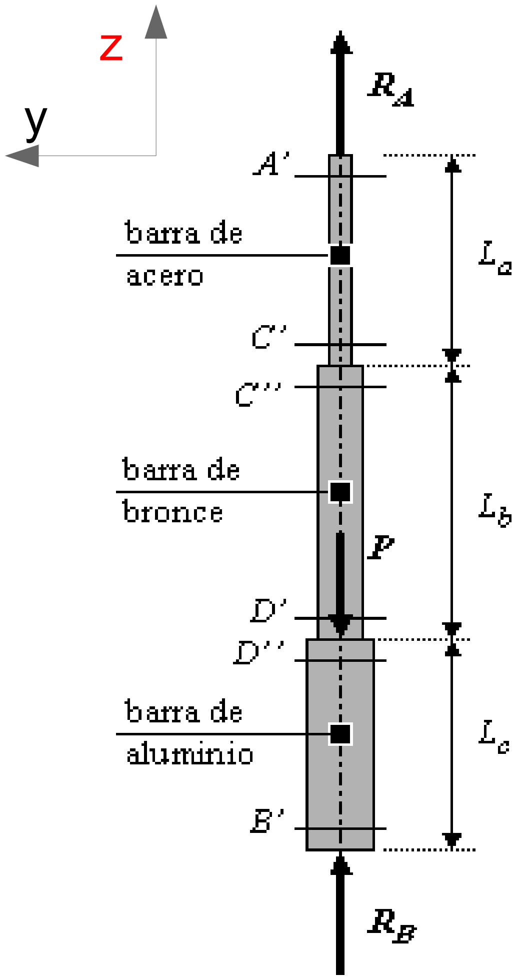
$$\Delta L_a = \left(R_A - \frac{1}{2} \cdot W_a \right) \cdot \frac{L_a}{E_a \cdot F_a}$$

$$\Delta L_b = \left(R_A - W_a - \frac{1}{2} \cdot W_b \right) \cdot \frac{L_b}{E_b \cdot F_b}$$

$$\Delta L_c = \left(R_A - W_a - W_b - P - \frac{1}{2} \cdot W_c \right) \cdot \frac{L_c}{E_c \cdot F_c}$$

(1) y **(2)** configuran un sistema de 2 ec x 2 ?

W_a	W_b	W_c	R_A	R_B
kN	*kN*	*kN*	*kN*	*kN*
0,49	0,63	0,22	2,65	6,69



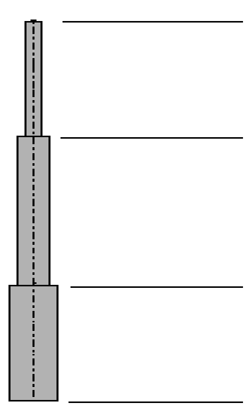
Trazar los diagramas de esfuerzos normales N_z y tensiones σ_z

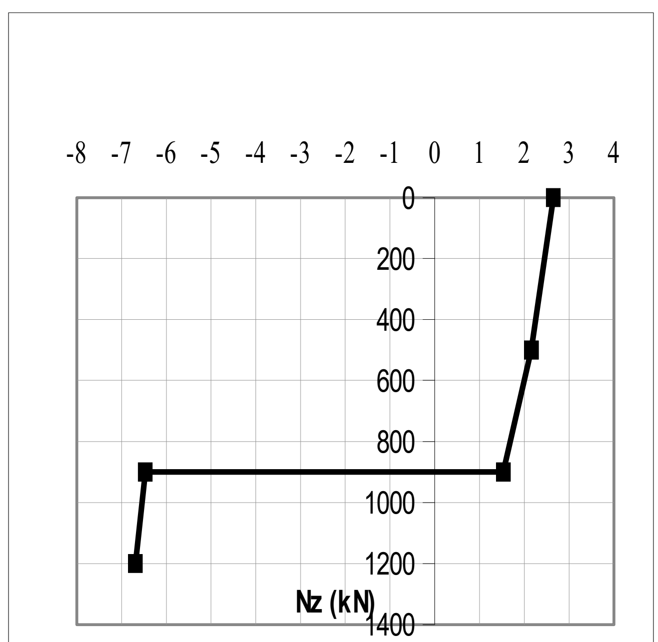
Hay que calcular esfuerzos normales y tensiones en los puntos singulares:

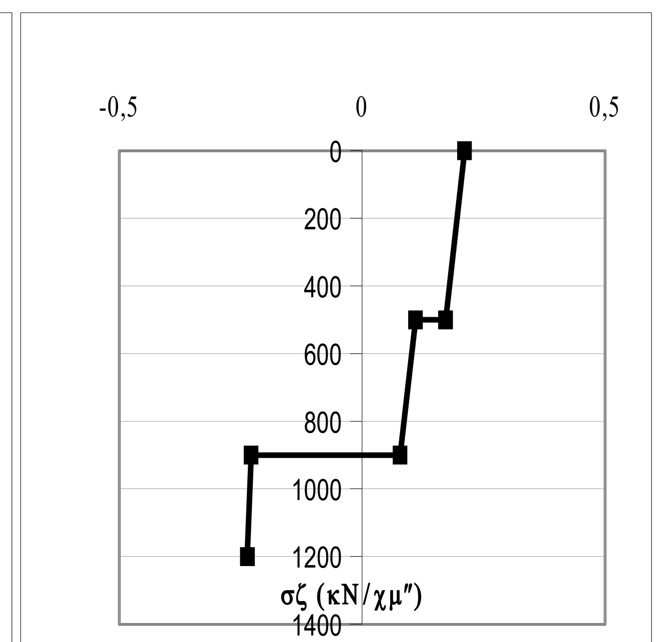
$$N_{z(A')} = R_A$$
$$N_{z(C')} = R_A - W_a$$
$$N_{z(C'')} = R_A - W_a$$
$$N_{z(D')} = R_A - W_a - W_b$$
$$N_{z(D'')} = R_A - W_a - W_b - P$$
$$N_{z(B')} = -R_B$$

$$\sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(A')}}{F_a} \qquad \sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(C'')}}{F_b} \qquad \sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(D'')}}{F_c}$$
$$\sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(C')}}{F_a} \qquad \sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(D')}}{F_b} \qquad \sigma_{z(A')} = \frac{N_{z(B')}}{F_c}$$

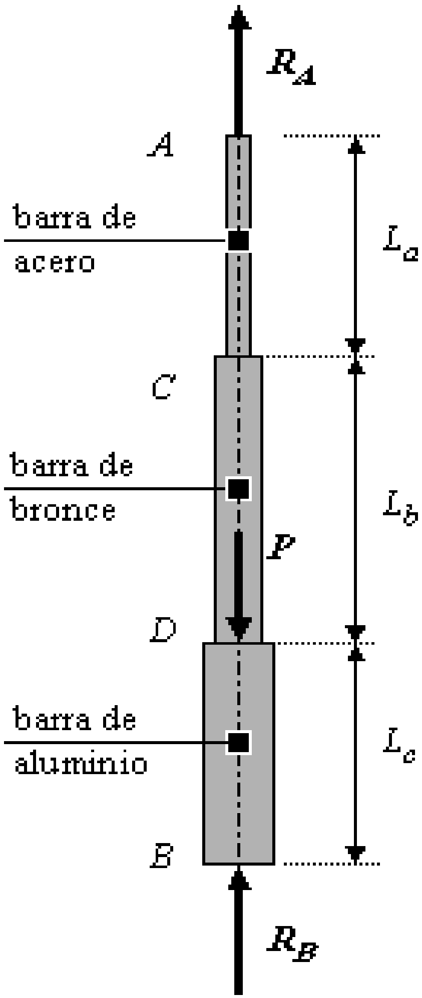
__Como se puede apreciar el tramo de aluminio se comprime, mientras que los otros dos se traccionan__







Calcular los corrimientos de las secciones C y D



Ya hemos usado los cálculos para ΔLa(acero); ΔLb(bronce); Δlc(aluminio)

El corrimiento de ”C” es el $|\Delta la$(acero)$|$: |ALARGAMIENTO|

El corrimiento de ”D” es el $|\Delta lc$(aluminio)$|$: |ACORTAMIENTO|

$$w_C = \Delta l_a = \left(R_A - \frac{1}{2} \cdot W_a \right) \cdot \frac{L_a}{E_a \cdot F_a}$$

$$w_D = -\Delta l_c = -\left[\left(R_A - W_a - W_b - P - \frac{1}{2} \cdot W_c \right) \cdot \frac{L_c}{E_c \cdot F_c} \right]$$

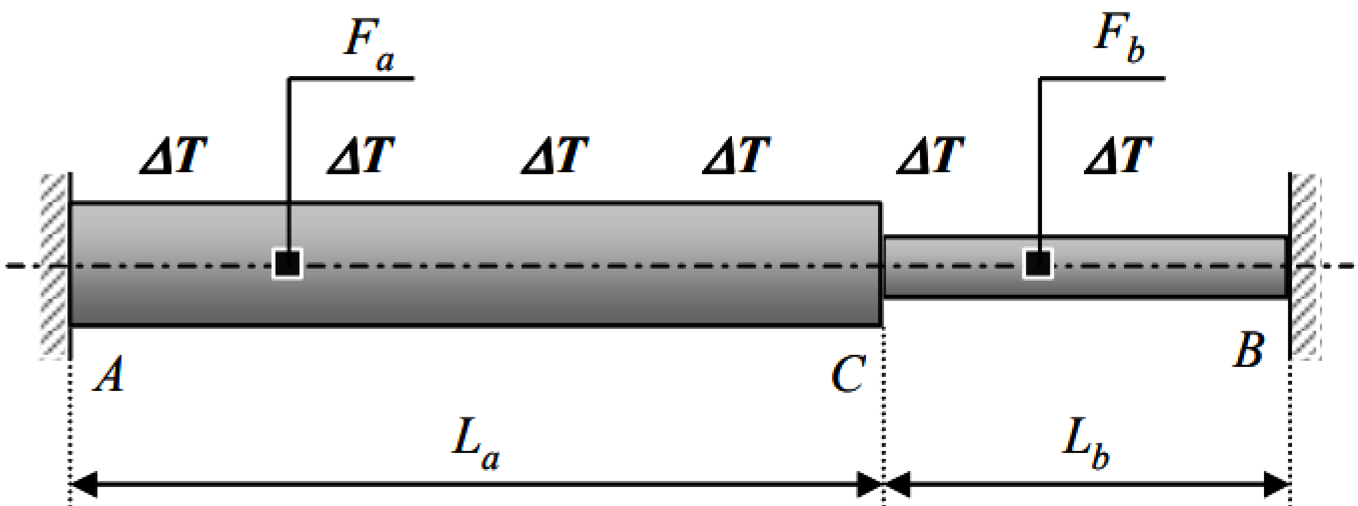
w_C	w_D
cm	***cm***
0,0046	0,0087

Ejercicio N° 2

El sistema mostrado en la figura se encuentra sometido a la acción de una variación uniforme de temperatura ΔT. Basándose en los datos indicados en la tabla se solicita:

a) Trazar el diagrama de tensiones normales σz que produce dicho cambio de temperatura

b) Calcular el corrimiento de la sección C

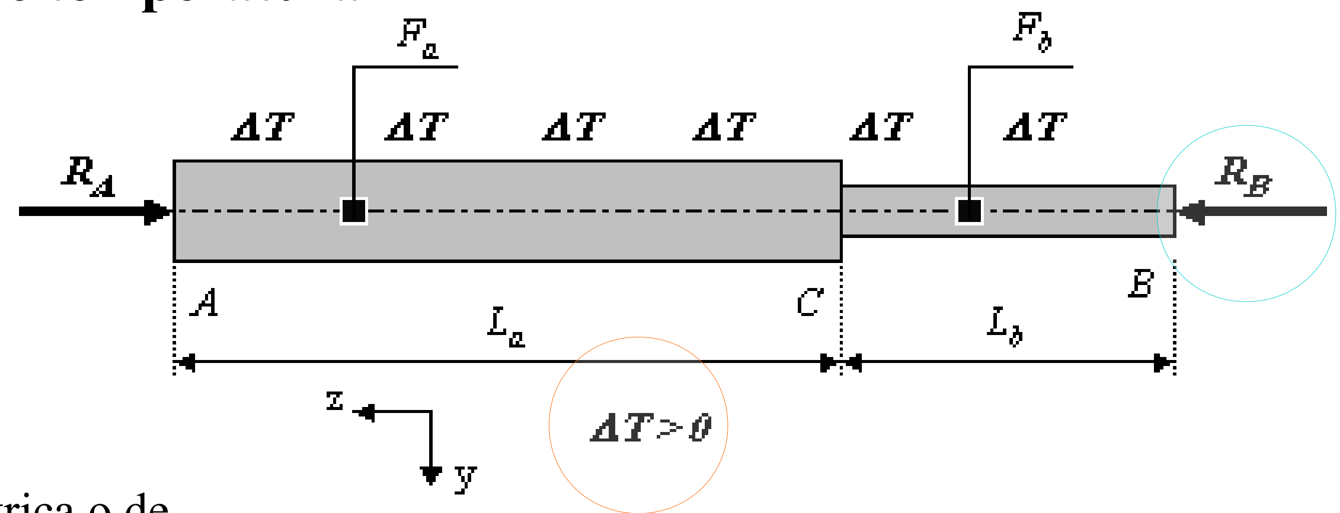


ΔT	α	E	F_a	F_b	L_a	L_b
ºC	1/ºC	kN/cm^2	cm^2	cm^2	m	m
50	1,20E-005	21000	30	20	3	2

α : Coeficiente de dilatación térmica lineal

Trazar el diagrama de tensiones normales σz que produce el cambio de temperatura

D. C. L.



1) Equilibrio Estático:
La única ecuación que permite plantear la estática es:
$R_B - R_A = 0$ **(1)**

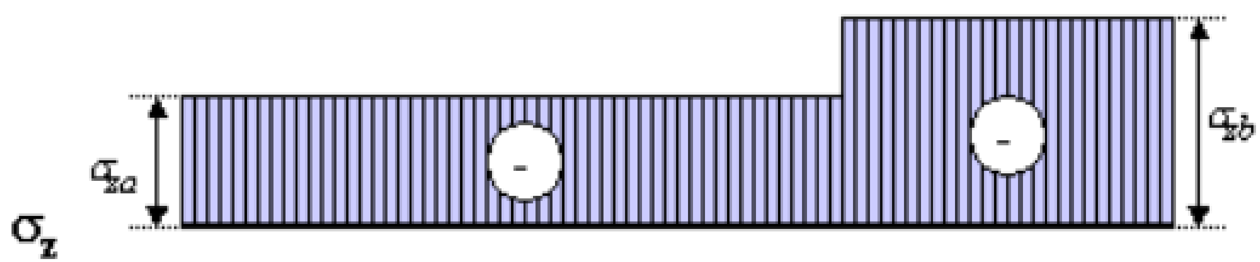
2) Equilibrio Elástico:
Ecuación de compatibilidad geométrica o de deformaciones: Δltotal = 0

$\Delta La + \Delta Lb = 0$ **(2)**

$$\Delta L_a = -\frac{R_A \cdot L_a}{E \cdot F_a} + \alpha \cdot \Delta T \cdot L_a$$

$$\Delta L_b = -\frac{R_A \cdot L_b}{E \cdot F_b} + \alpha \cdot \Delta T \cdot L_b$$

$$R_A = R_B = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot \frac{(L_a + L_b)}{\left(\frac{L_a}{F_a} + \frac{L_b}{F_b}\right)}$$



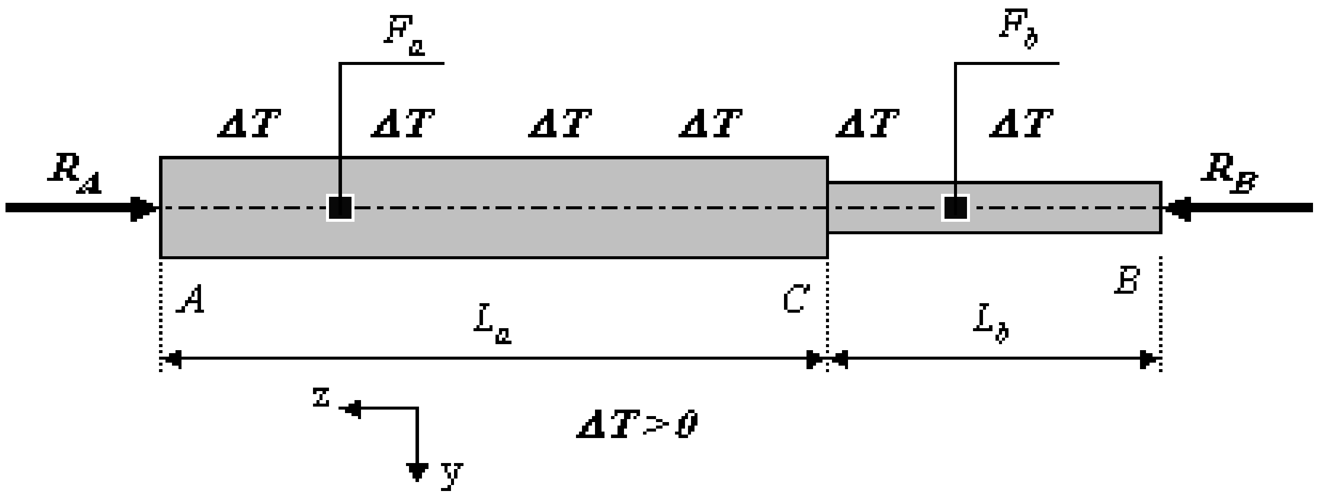
$$\sigma_{za} = \frac{R_A}{F_a}$$

$$\sigma_{zb} = \frac{R_A}{F_b}$$

R_A	R_B	σ_{za}	σ_{zb}
kN	kN	kN/cm²	kN/cm²
-315	-315	-10,5	-15,75

Calcular el corrimiento de la sección "C"

D. C. L.



El corrimiento de la sección C es simplemente el alargamiento de la parte L_a que coincide con el acortamiento de la otra L_b (ya que por la hipótesis de Bernoulli-Navier no hay distorsiones)

$$\left|\Delta L_b\right| = \left| -\frac{R_A \cdot L_b}{E \cdot F_b} + \alpha \cdot \Delta T \cdot L_b \right|$$

w_C [cm]
0,0003