

Fuerzas Distribuidas

Fuerzas Distribuidas



En la unidad anterior supusimos que las fuerzas actuaban en forma puntual o concentrada sobre puntos materiales.

Ello en realidad no pasa en la naturaleza: las fuerzas se aplican sobre los cuerpos a través de determinadas extensiones de volumen o de superficie.

Cómo en la unidad anterior, nos interesará trabajar, no con los sistemas originales, sino con sistemas equivalentes.

Buscaremos, en general, la **RESULTANTE** y su **Recta de Acción**

Fuerzas Distribuidas sobre un volumen

Un ejemplo de fuerzas distribuidas sobre volumen es el campo gravitatorio sobre una masa determinada, dicha acción se ejerce sobre todo el volumen siendo el peso la resultante del sistema de fuerzas, al cuerpo lo podemos imaginar conformado por un número infinito de partes infinitamente pequeñas sobre cada una actúa una fuerza infinitamente pequeña, este es el caso de fuerzas que se ejercen sobre un volumen.

La **Resultante** es el peso del cuerpo

El **Punto de aplicación** es el centro de masa o de gravedad

Fuerzas Distribuidas sobre superficies

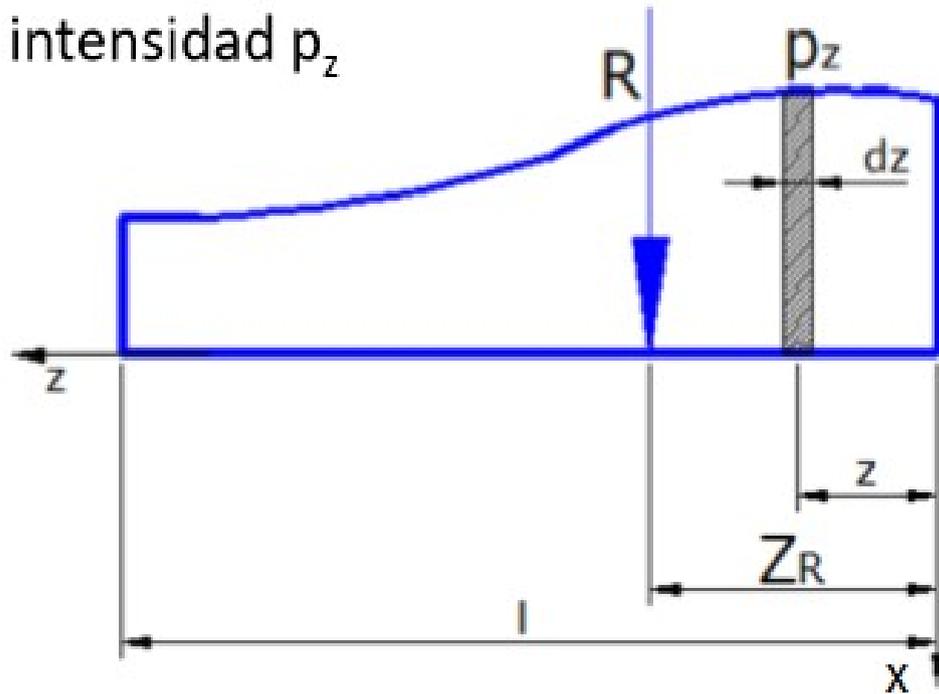
Como ejemplo de fuerzas distribuidas sobre una superficie podemos mencionar el caso de una esfera apoyada sobre un plano. Teóricamente el contacto entre ambos se establece a través de un punto, el de tangencia. La esfera transmite al plano sobre el que se apoya una fuerza igual a su peso con lo que, teóricamente, resultaría, para el plano de apoyo, una fuerza concentrada. Pero, en realidad, la esfera, cualquiera sea el material que la constituye, no es absolutamente rígida. Se deforma bajo la acción de su peso propio y, al deformarse, el contacto se establece a través de un círculo, tanto mayor cuanto mayor sea la deformación sufrida por la esfera. En consecuencia, el peso de aquella se transmitirá al plano de apoyo sobre una superficie. Otro ejemplo es el caso de las fuerzas ejercidas por un líquido sobre las paredes del recipiente.

La **Resultante** es el peso de la esfera

El **Punto de aplicación** es el centro del área del círculo de contacto

Resultante de una fuerza distribuida sobre una línea

Una fuerza distribuida sobre una línea constituye un sistema de infinitas fuerzas paralelas de intensidad infinitesimal, en consecuencia su resultante será paralela a la dirección del sistema y se deben satisfacer las condiciones de equivalencia. Supongamos una carga distribuida sobre una longitud l y de intensidad p_z

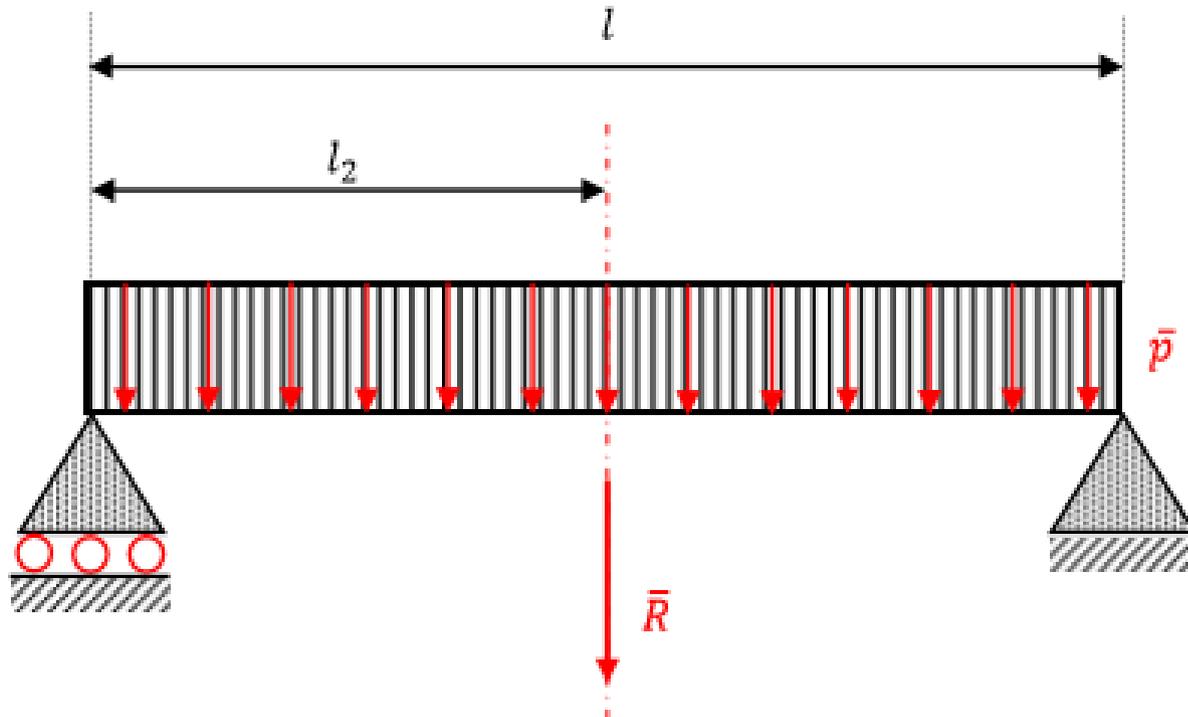


$$R = \int_0^l p_z \cdot dz$$

$$z_R = \frac{\int_0^l p_z \cdot z \cdot dz}{R}$$

Es decir, que la intensidad de la resultante de una fuerza distribuida sobre una línea es el área del diagrama de carga en la escala correspondiente, y su recta de acción pasa por el baricentro del mismo.

Cargas distribuidas más usuales



$$\bar{R} = \bar{p} \cdot l$$

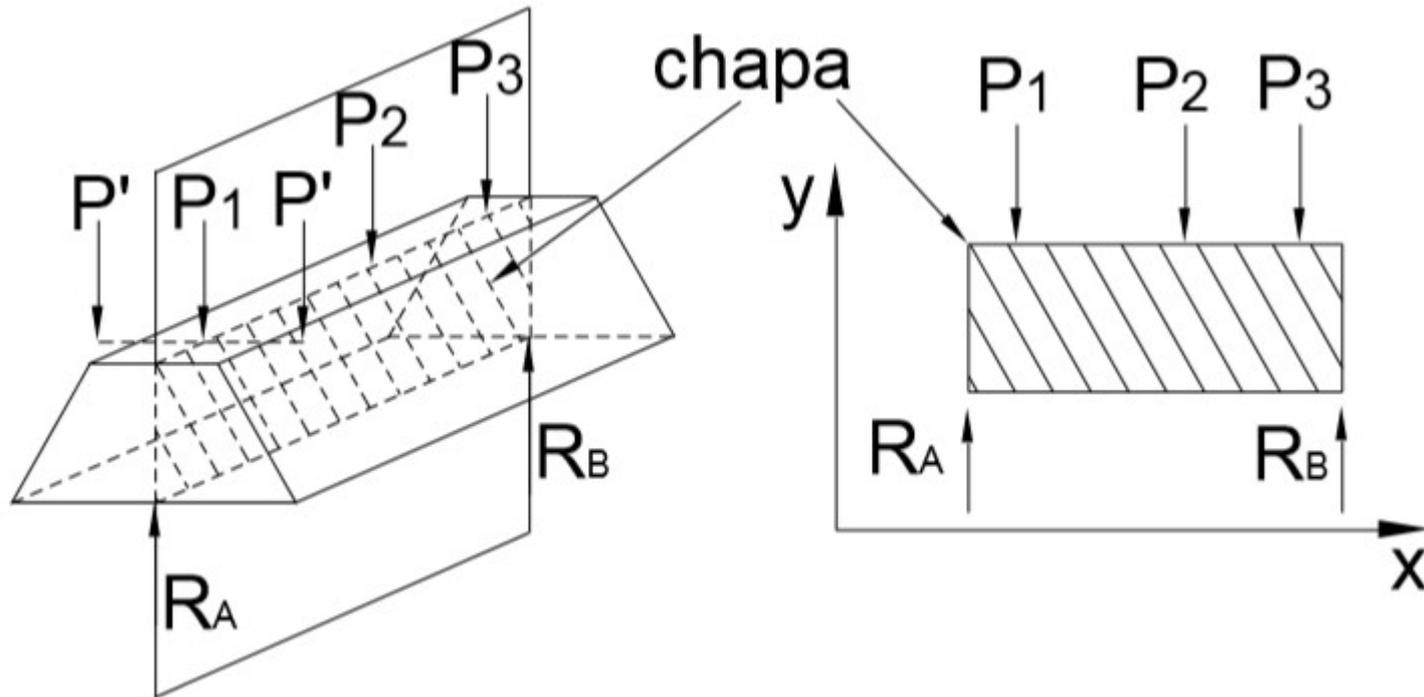
$$l_2 = \frac{l}{2}$$

Vector carga específica
CONSTANTE

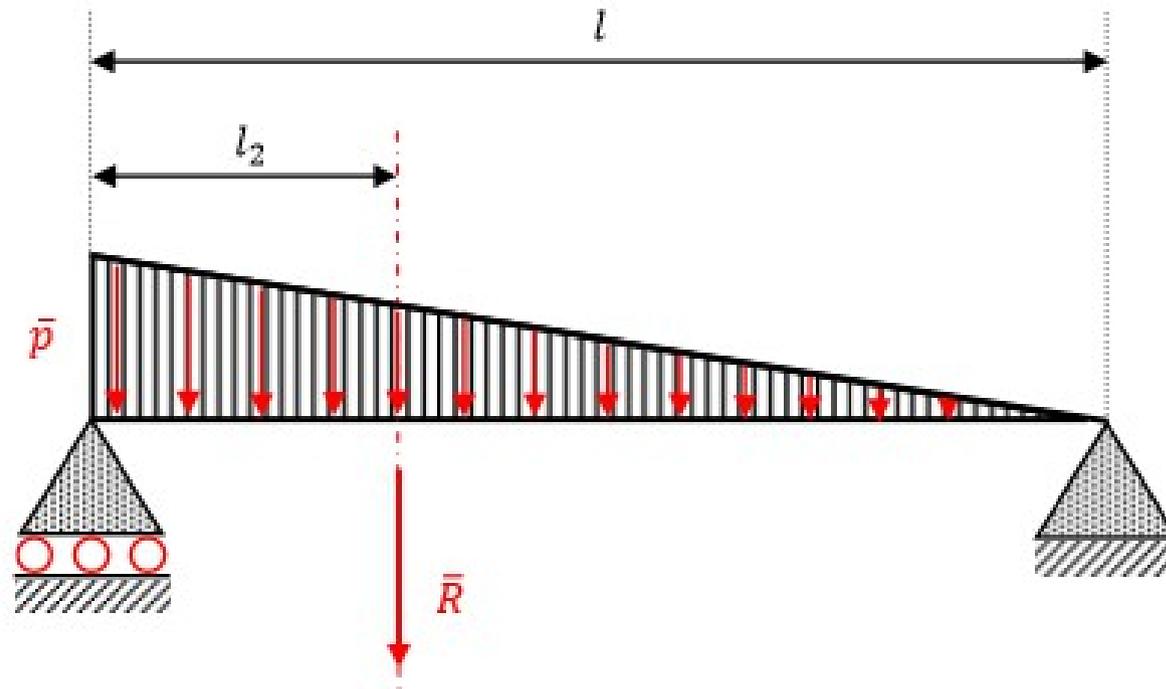
Ejemplo: peso propio en vigas

\bar{p} en [Kg/m] ; l en [m]

Vector carga específica **CONSTANTE**



Cargas distribuidas más usuales



$$\bar{R} = \frac{\bar{p} \cdot l}{2}$$

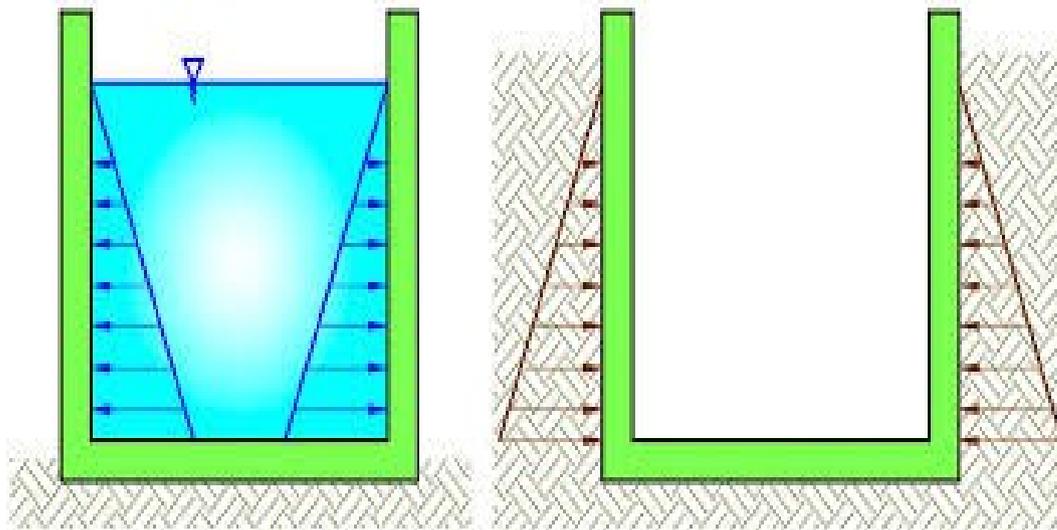
$$l_2 = \frac{l}{3}$$

Ejemplo: presión de columna de agua sobre paredes de represas

\bar{p} en [Kg/m] ; l en [m]

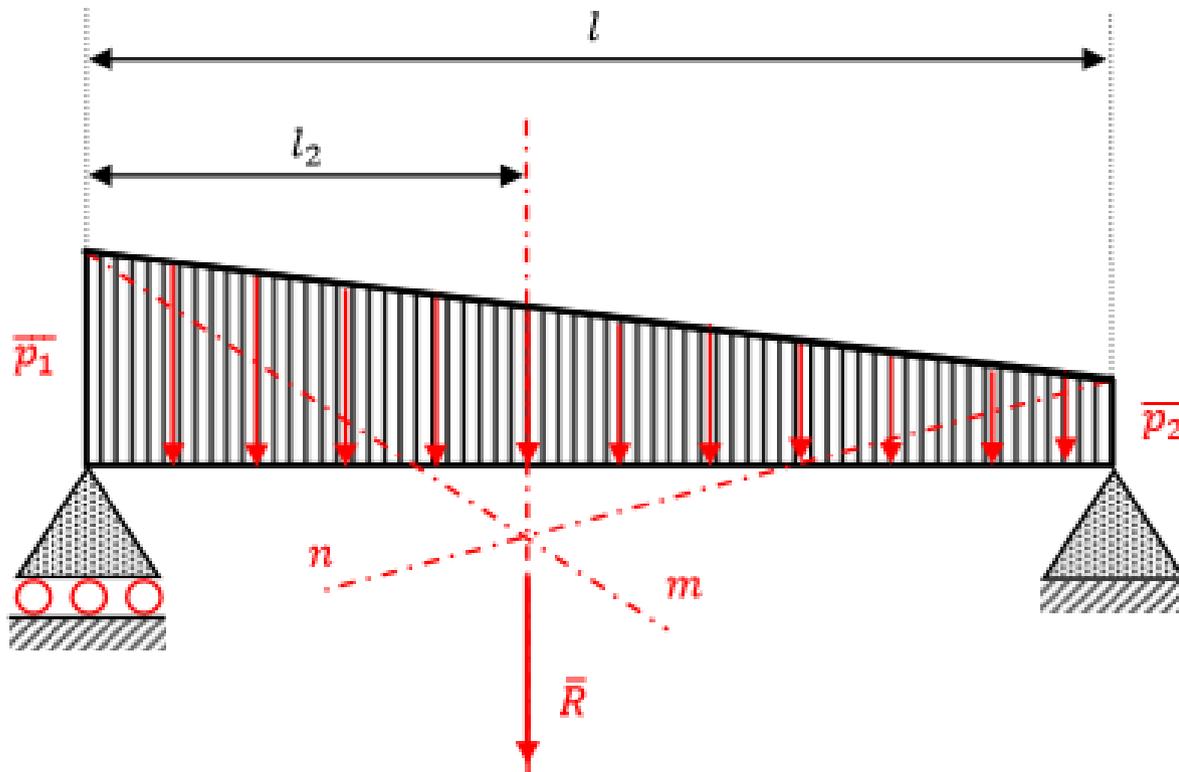
Vector carga específica
variación Lineal

Vector carga específica **LINEAL** (desde cero)



Cargas distribuidas más usuales

$$\bar{R} = p_2 \cdot l + \frac{(p_1 - p_2) \cdot l}{2}$$



l_2 : Determinado por método gráfico.

Las rectas extremas ($m; n$) que dividen la base del trapecio en tres partes iguales, se cortan en un punto cuya vertical es la recta de acción de la resultante del sistema de cargas.

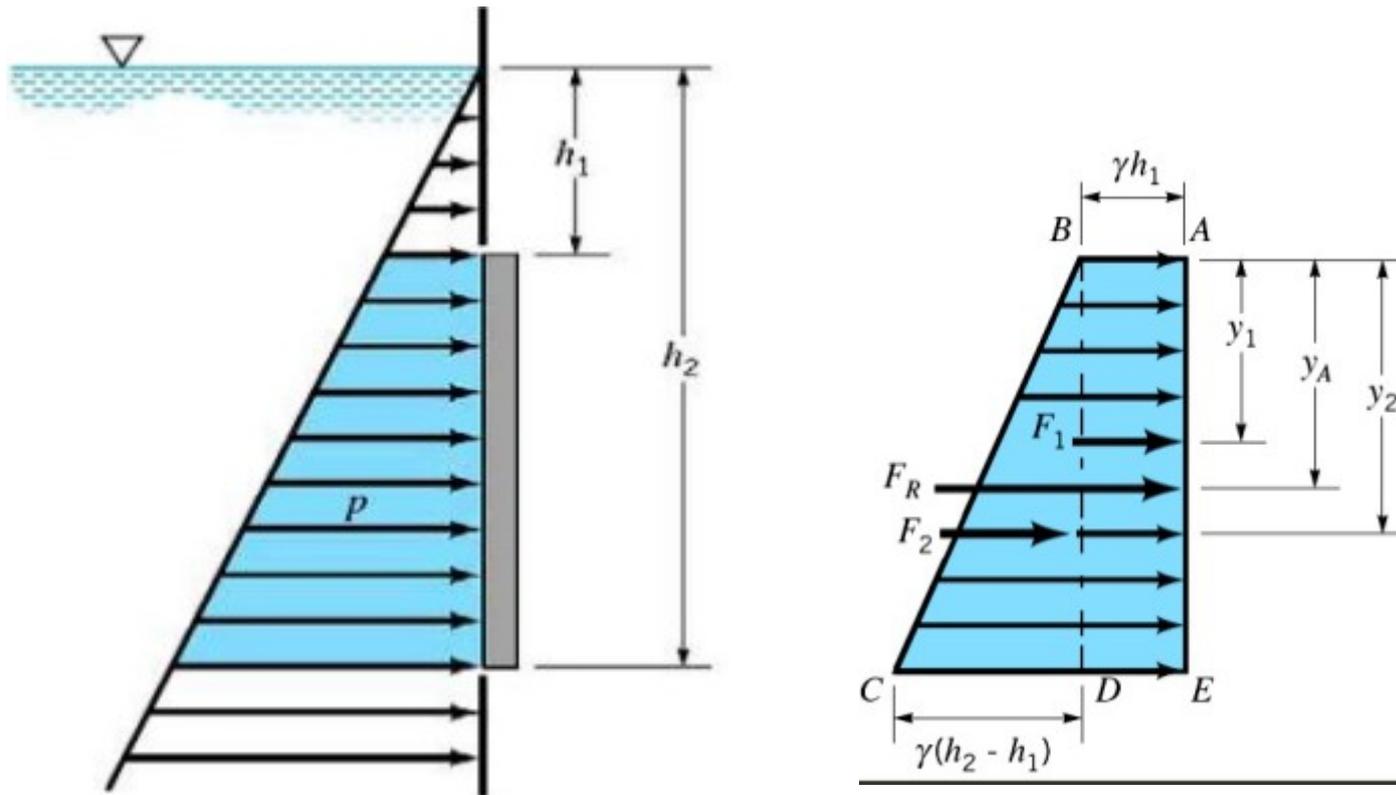
Vector carga específica
variación Lineal con $\bar{p}_2 \neq 0$

Ejemplo: presión de columna de agua sobre
 Compuertas inundadas

\tilde{p} en [Kg/m] ; l en [m]

Vector carga específica **LINEAL** (valor inicial \neq cero)

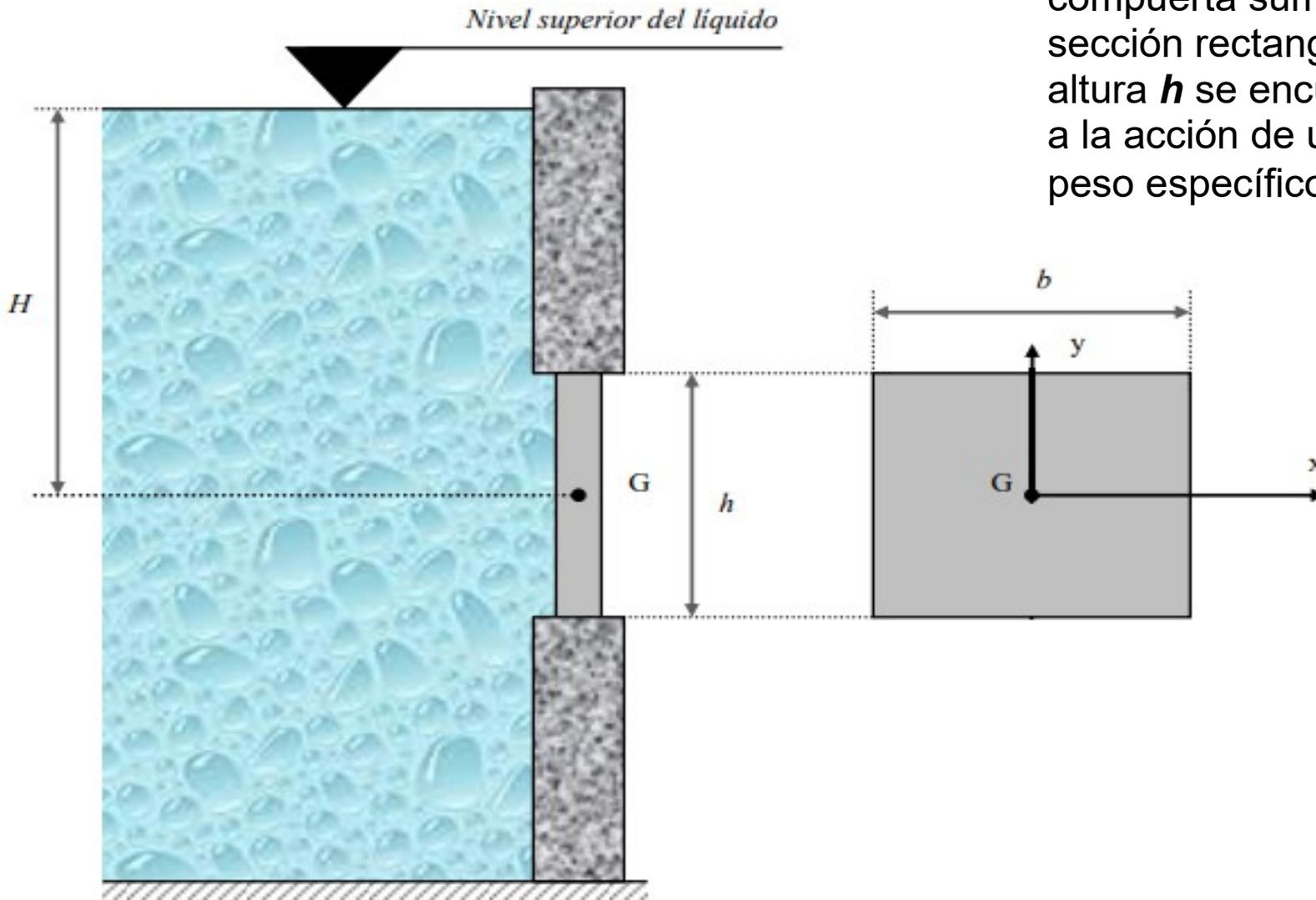
Cuando la compuerta no alcanza la superficie libre del líquido



NOTA:

Se puede trabajar con una sola resultante F_R o con 2 resultantes parciales F_1 y F_2

Ejercicio ejemplo 3



Uno de los lados de una compuerta sumergida de sección rectangular de base b y altura h se encuentra sometido a la acción de un líquido cuyo peso específico es γ .

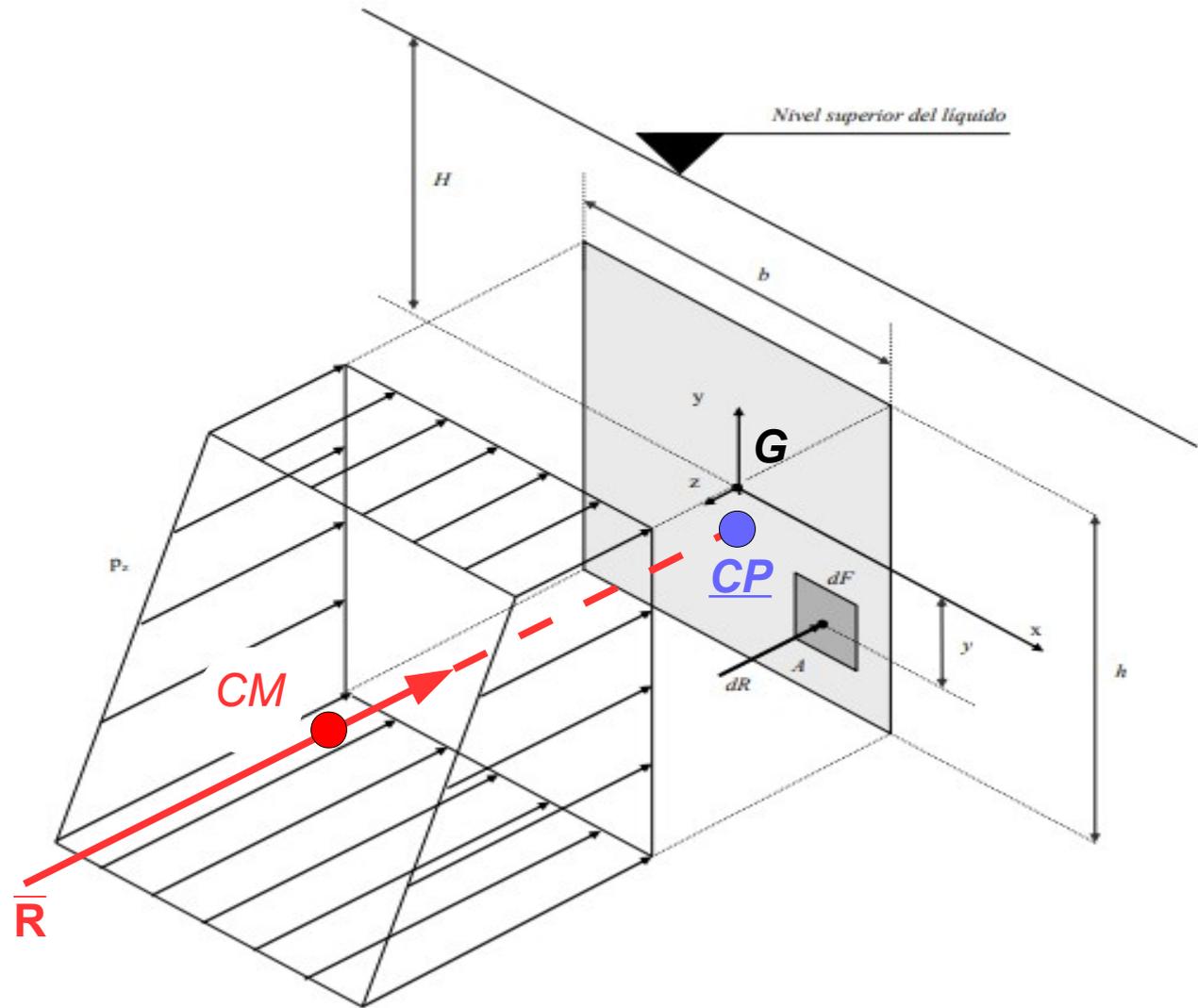
- 1.- Esquematizar el sólido de cargas actuantes sobre la compuerta
- 2.- Determinar la resultante del sistema de fuerzas distribuidas actuantes sobre la compuerta
- 3.- Encontrar las coordenadas del centro de presión

Ejercicio ejemplo 3: sólido de cargas actuantes sobre la compuerta

La Resultante \bar{R} del sólido de cargas pasará por el centro de masas del sólido CM .

La recta de acción de esa resultante generará, sobre la superficie en estudio (la cara de la compuerta en contacto con el líquido), un punto de intersección llamado "Centro de Presión (CP)".

Si las dos caras (laterales y atravesadas por \bar{R}) del sólido de cargas fueran paralelas, coincidiría el baricentro G de la cara en estudio de la compuerta con el CP , ya que el centro de masas del sólido de cargas quedaría alineado con G .



Ejercicio ejemplo 3: resultante de cargas

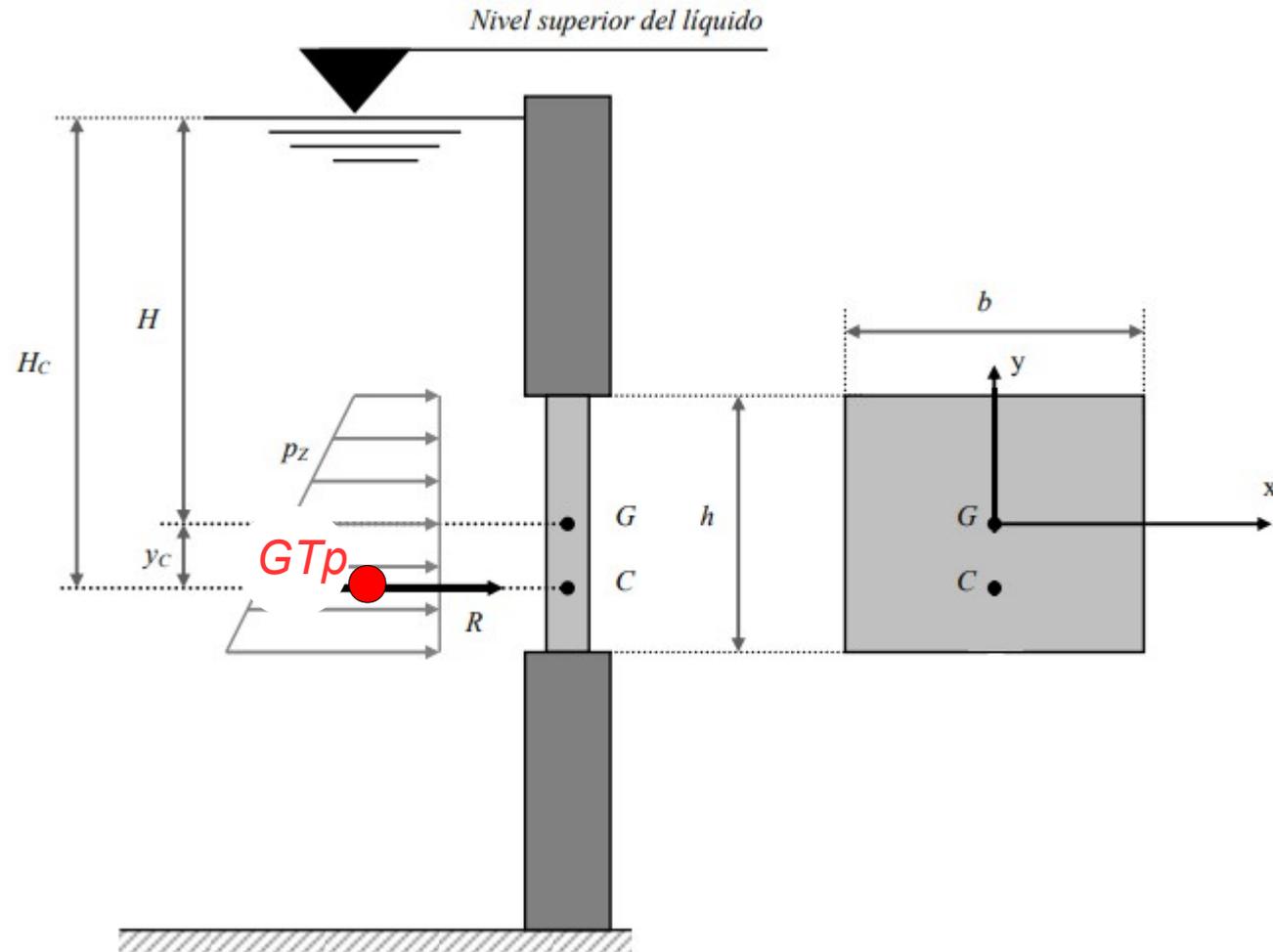
Haciendo PLANO el problema (ya que el plano yz es de simetría): la Resultante \bar{R} del área de cargas pasará por el baricentro del trapecio GTP .

El “Centro de Presión” estará localizado a una distancia y_c del centro de coordenadas G de referencia (baricentro de la compuerta).

Para hallarlo hay 2 posibilidades:

a) tratamiento escalar: usando el concepto de Momento estático de 1er orden halla el GTP .

b) tratamiento vectorial: entendiendo que el sistema de cargas es un sistema que admite R te única (hidrostática y Pascal), se puede hallar el binomio de reducción en G y aplicar el Teorema de Varignón para encontrar un punto de la recta de acción de la Resultante.



$$\bar{R} = -(\gamma \cdot H \cdot F) \tilde{k}$$

Ejercicio ejemplo 3: centro de presión

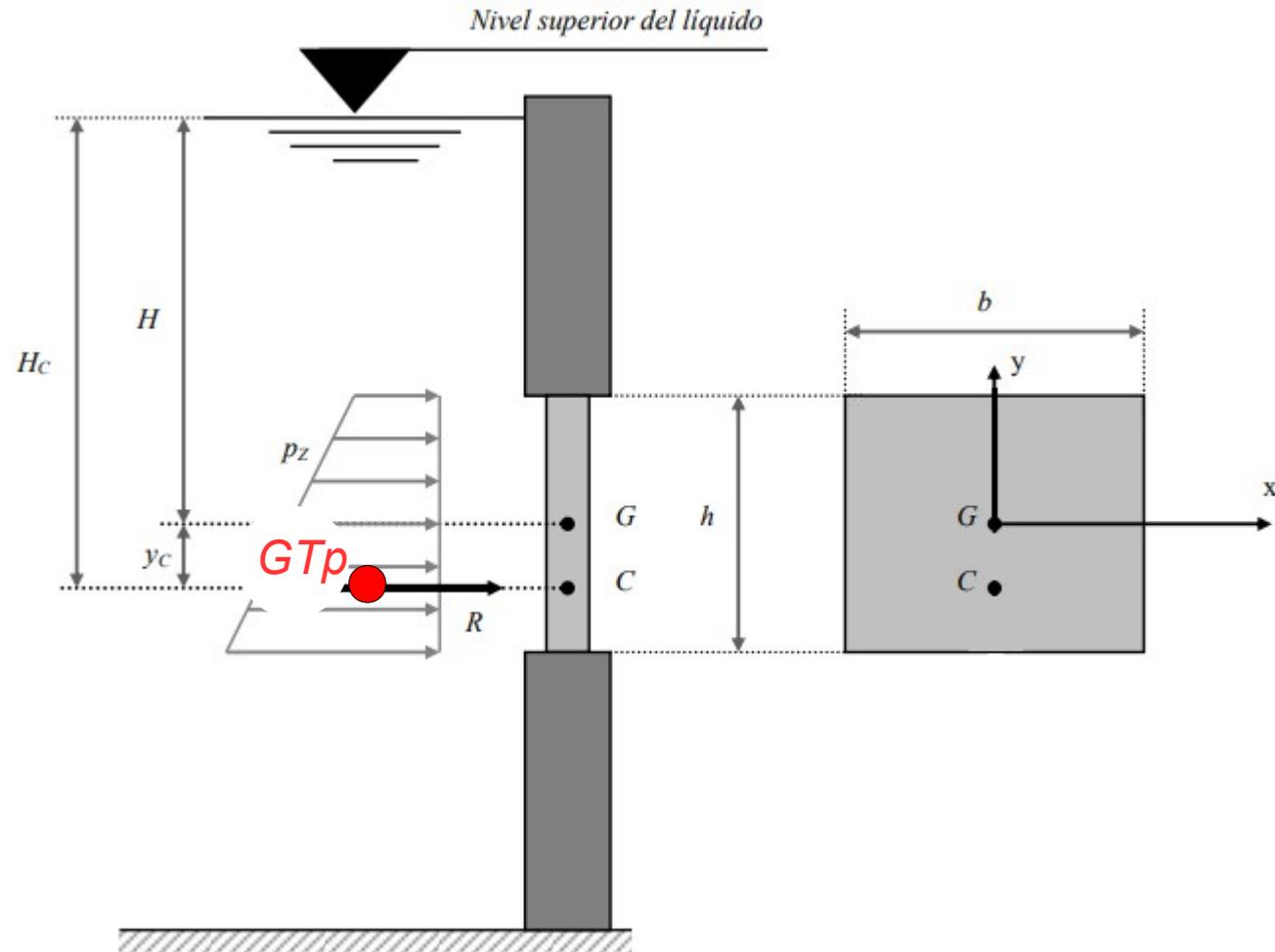
$$\bar{\mathbf{R}} = -(\gamma \cdot H \cdot F) \bar{\mathbf{k}}$$

En este caso:

$$x_c = 0 \quad \wedge \quad y_c = -\frac{J_x}{H \cdot F} :$$

$$y_c = -\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{H \cdot b \cdot h}$$

$$y_c = -\frac{h^2}{12 \cdot H}$$

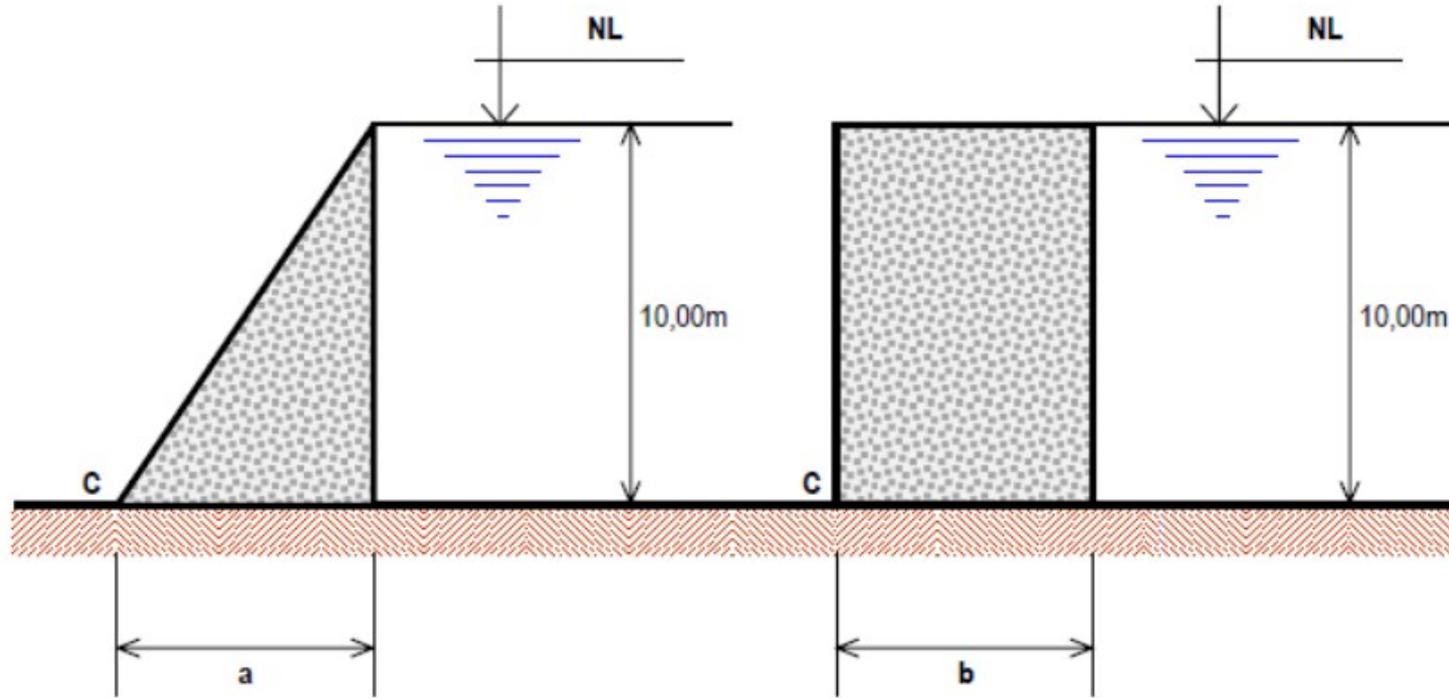


Las coordenadas de C son:

$$C \left(0 \quad -\frac{h^2}{12 \cdot H} \quad 0 \right)$$

Ejercicio ejemplo 4 - ESTABILIDAD DE PRESAS VUELCO y DESLIZAMIENTO - CONVENIENCIA ECONÓMICA

Los esquemas mostrados representan las opciones de sección transversal triangular y rectangular de una pequeña presa de hormigón que es utilizada para la contención de agua. Se pide realizar un estudio sobre resistencia de la presa (vuelco/deslizamiento) y determinar la conveniencia económica de elegir entre una sección y otra (determinar el volumen de material necesario según un esquema u otro).



Condiciones técnicas de evaluación:

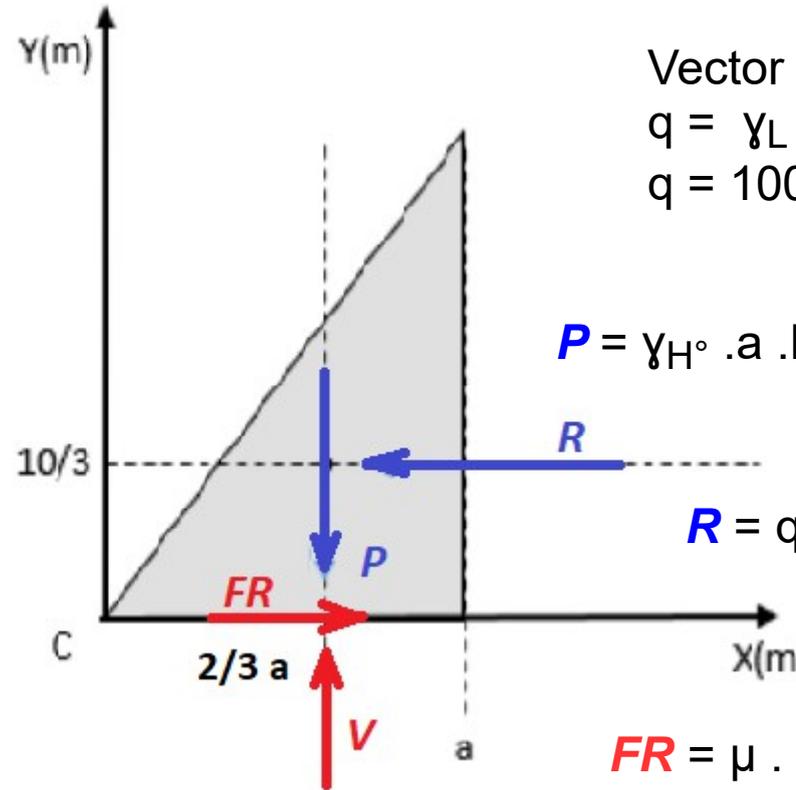
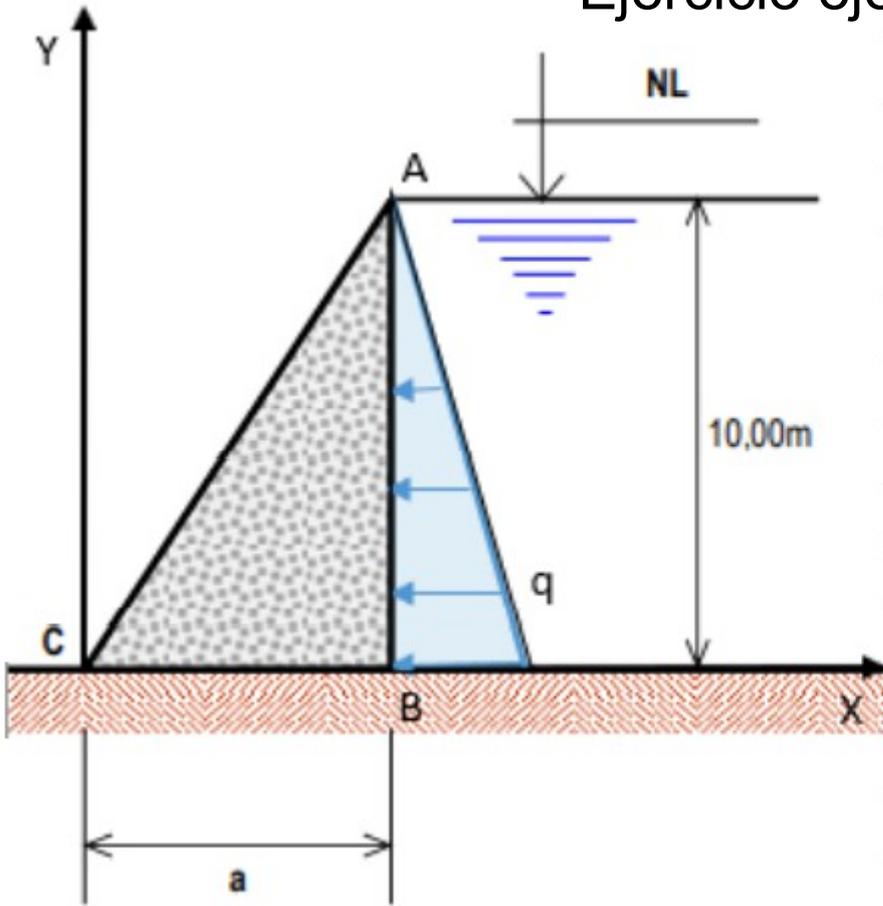
1º) la estabilidad de ambas presas desde el punto de vista del vuelco respecto del punto "C"

2º) la condición de no deslizamiento de la presa frente a la presión lateral del agua.

3º) determinar qué sección necesita menos hormigón (por m lineal de presa).

$\gamma_{HP} = 24,00\text{kN/m}^3$	$\gamma_L = 10,00\text{kN/m}^3$
Peso Especifico del Hormigón	Peso Especifico del Agua
$CS_V = FS_V = 3,0$	$CS_D = FS_D = 2,0$
Coeficiente de Seguridad al Vuelco	Coeficiente de Seguridad al Deslizamiento

Ejercicio ejemplo 4 Presa Triangular



Vector carga específica:
 $q = \gamma_L \cdot h \cdot 1m$
 $q = 100 \text{ KN/m}$

$$P = \gamma_H \cdot a \cdot h/2 = 120 \cdot a \text{ [KN/m]}$$

$$R = q \cdot h/2 = 500 \text{ KN}$$

$$V = P$$

$$FR = \mu \cdot P = 120 \cdot a \text{ [KN/m]}$$

Deslizamiento: $FR - R \cdot CS_D = 0$
 $(\sum F_{ix} = 0) \quad 120 \cdot a - 500 \cdot 2 = 0$

$$a_{(Des)} \geq 8,33m$$

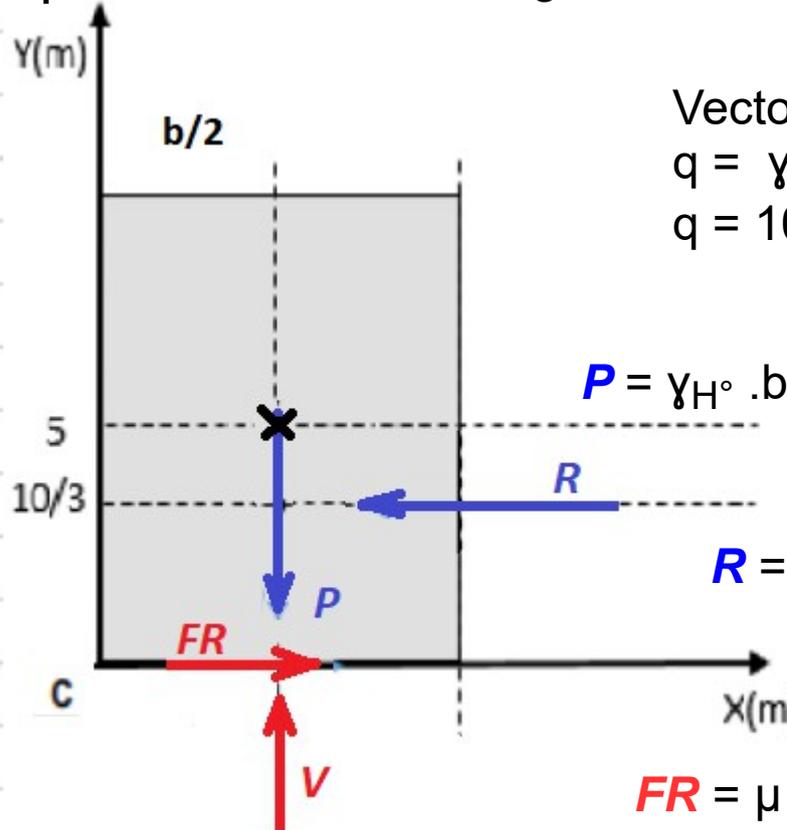
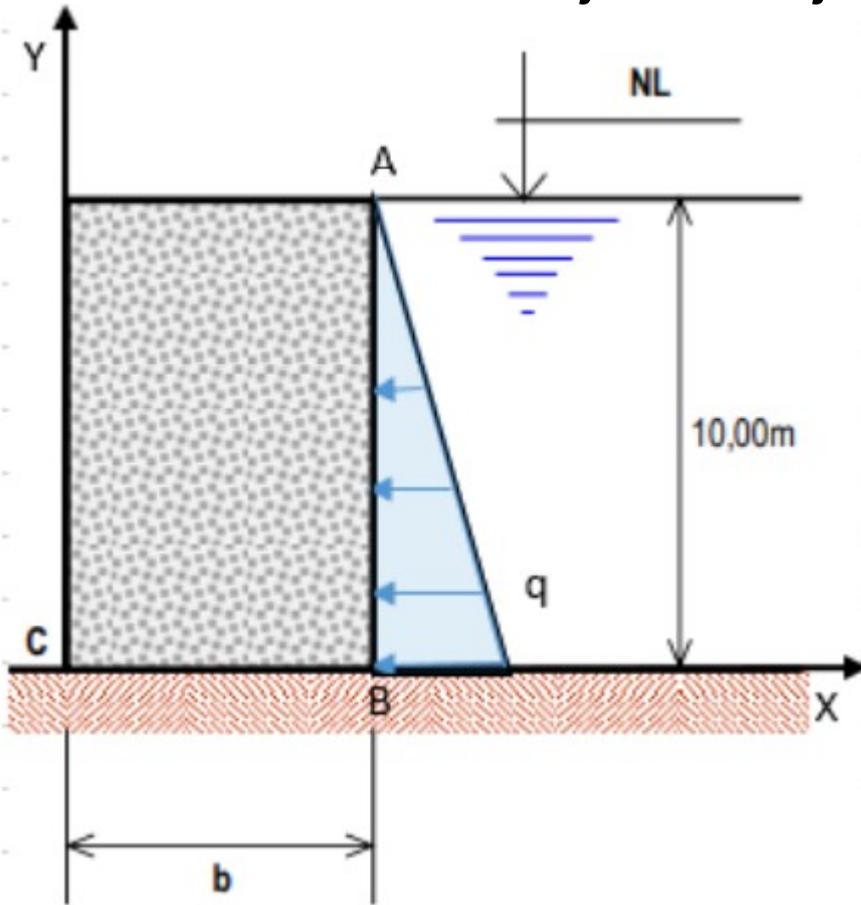
Vuelco: $M_{(estab)} = P \cdot a \cdot 2/3 = 80 a^2$
 $(\sum M^C = 0) \quad M_{(volc)} = R \cdot 10m/3 = 5000/3$

$$a_{(Vuel)} \geq 7,9m$$

Seguridad Estructural: $M_{(estab)} \geq M_{(volc)} \cdot CS_V$
 $80a^2 \geq 5000/3 \cdot 3$

Consideramos el coeficiente de rozamiento (μ) aprox = 1
 Si considerásemos un μ menor (entre 0,5 y 1) vamos a obtener una **FR** menor.
 Eso redundará en una distancia "a" MAYOR.

Ejercicio ejemplo 4 Presa Rectangular



Vector carga específica:
 $q = \gamma_L \cdot h \cdot 1m$
 $q = 100 \text{ KN/m}$

$P = \gamma_H \cdot b \cdot h = 240 \cdot b \text{ [KN/m]}$

$R = q \cdot h/2 = 500 \text{ KN}$

$V = P$

$FR = \mu \cdot P = 240 \cdot b \text{ [KN/m]}$

Deslizamiento: $FR - R \cdot CS_D = 0$
 $(\sum F_x = 0) \quad 240 \cdot b - 500 \cdot 2 = 0$

$\rightarrow b_{(Des)} \geq 4,16m$

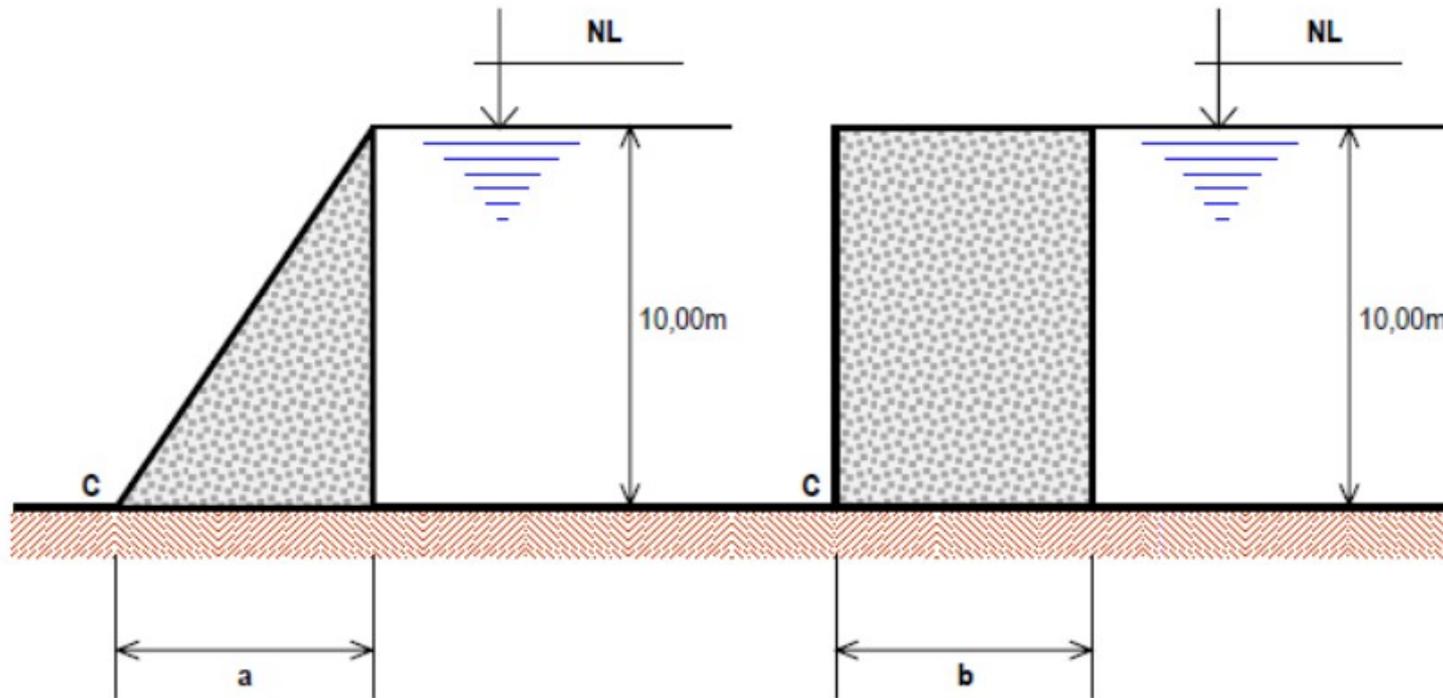
Vuelco: $M_{(estab)} = P \cdot b/2 = 120 b^2$
 $(\sum M^C = 0) \quad M_{(volc)} = R \cdot 10m/3 = 5000/3$

$\rightarrow b_{(Vuel)} \geq 6,45m$

Seguridad Estructural: $M_{(estab)} \geq M_{(volc)} \cdot CS_V$
 $120 b^2 \geq 5000/3 \cdot 3$

Consideramos el coeficiente de rozamiento (μ) aprox = 1
 Si considerásemos un μ menor (entre 0,5 y 1) vamos a obtener una **FR** menor.
 Eso redundará en una distancia "a" MAYOR.

Ejercicio ejemplo 4 - CONVENIENCIA ECONÓMICA



Determinar qué sección necesita menos hormigón (por m lineal de presa):

Presa Triangular: $a_{(Des)} \geq 8,33\text{m}$ \longrightarrow $\text{Área}_a = 10 \cdot 8,33/2 = 41,6\text{m}^2$

Presa Rectangular: $b_{(Volc)} \geq 6,45\text{m}$ \longrightarrow $\text{Área}_b = 10 \cdot 6,45 = 64,5\text{m}^2$

Conclusión:

Es más conveniente económicamente realizar la presa de forma triangular, ya que ahorraremos casi 23m^3 de hormigón por metro lineal, cumpliendo con las condiciones estructurales y de seguridad planteadas