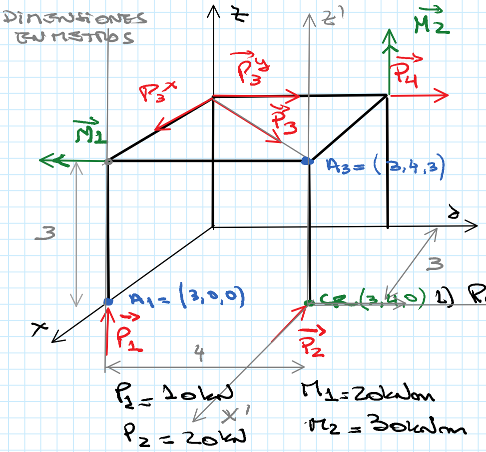
Noho .

UBA_EyR de Mat_ Fzas Concentradas

miércoles, 15 de septiembre de 2021 08:39

EJERCICIO N°1 → FUERZAS CONCENTRADAS ESPACIALES.



Concepto de equivalencia entre dos sistemas de fuerzas

Dos sistemas de fuerzas son equivalentes cuando actuan independientemente sobre el mismo cuerpo, tienen sobre él, el mismo efecto sobre el cambio de estado de movimiento del mismo

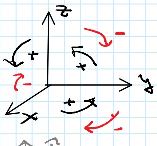
Concepto de equilibrio: de un sistema de fuerzas.

Un sistema de fuerzas está en equilibrio cuando no tiene ningún efecto sobre el cambio de estado de movimiento del cuerpo sobre el cual actúa.

1) Reducir el sistema al centro CR.

$$\boxed{\vec{R}_R = \sum_{i=1}^{m} \vec{P}_i}$$

$$\boxed{M_R^{CR} = \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \overset{\text{Fza}}{\vec{P}_i} \times \overset{\text{distancia}}{(\overrightarrow{CR - A_i})}}_{M_{FZAS}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{m} M_j}_{M_{LIBRES}}}$$



$P_1 = 10kN$ $\quad M_1 = 20kNm$

$P_2 = 20kN$ $\quad M_2 = 30kNm$

$P_3 = 30kN$

$P_4 = 40kN$

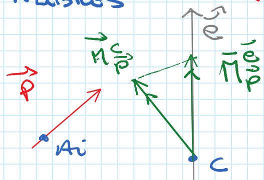
$\vec{P}_1 = (0\breve{i} + 0\breve{j} + 10\breve{k})\,kN$

$\vec{P}_2 = (-20\breve{i} + 0\breve{j} + 0\breve{k})\,kN$

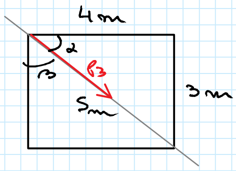
$\vec{P}_3 = (18\breve{i} + 24\breve{j} + 0\breve{k})\,kN$

$\vec{P}_4 = (0\breve{i} + 40\breve{j} + 0\breve{k})\,kN.$

$$\boxed{\vec{R}_R = (-2\breve{i} + 64\breve{j} + 10\breve{k})\,kN.}$$



$\vec{M}_P^e = \{\vec{P} \times (\overrightarrow{C - A_i}) \cdot \vec{e}\} . \vec{e}$



$\cos\alpha = 0,8$

$\cos\beta = 0,6$

$\vec{M}_{\vec{P}_1}^{CR} = \vec{P}_1 \times (\overrightarrow{CR - A_1}) = \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = (-40\breve{i} + 0\breve{j} + 0\breve{k})\,kNm$

$CR = (3,4,0)$

$A_1 = (3,0,0)$

$(\overrightarrow{CR - A_1}) = (0,4,0)$

$\vec{M}_{\vec{P}_2}^{CR} = \vec{0}$

$\vec{M}_{\vec{P}_3}^{CR} = \vec{P}_3 \times (\overrightarrow{CR - A_3}) = \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ 18 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (-72\breve{i} + 54\breve{j} + 0\breve{k})\,kNm$

$\vec{M}_{\vec{P}_4}^{CR} = (-120\breve{i} + 0\breve{j} - 120\breve{k})\,kNm$

$\vec{M}_1 = (0\breve{i} - 20\breve{j} + 0\breve{k})\,kNm$

$\vec{M}_2 = (0\breve{i} + 0\breve{j} + 30\breve{k})\,kNm.$

Binomio de Reducción

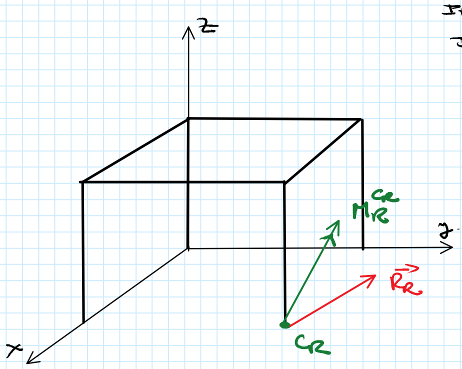
$$\boxed{\vec{M}_R^{CR} = (-232\breve{i} + 34\breve{j} - 90\breve{k})\,kNm}$$

$$\boxed{\vec{R}_R = (-2\breve{i} + 64\breve{j} + 10\breve{k})\,kN.}$$

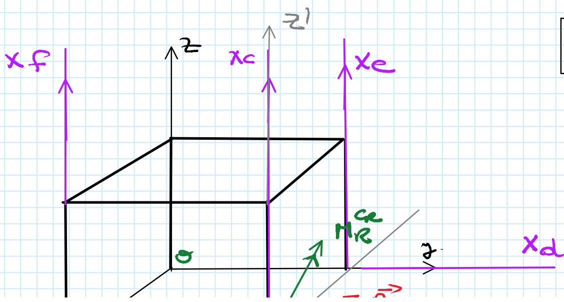
INVARIANTE VECTORIAL

$I_V = \vec{R}_R \qquad J_e = \dfrac{\vec{M}_R^{CR} \bullet \vec{R}_R}{|\vec{R}_R|}$

INVARIANTE ESCALAR.



$\boxed{\vec{R}_R = 0 \qquad \vec{M}_R^{CR} = 0}$ → CONDICIÓN NECESARIA Y SUFICIENTE PARA QUE UN SISTEMA ESTÉ EN EQUILIBRIO



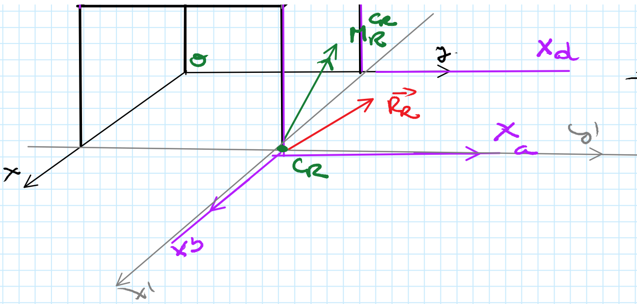
$\boxed{\vec{R}_R = 0 \qquad \vec{M}_R^{CR} = 0}$

$R_x = 0 = -2kN + X_b = 0 \qquad \boxed{X_b = 2kN}$

$R_y = 0 = 64kN + X_a + X_d = 0 \qquad \boxed{X_a = -34kN}$

$R_z = 0 = 10kN + X_c + X_e + X_f = 0 \qquad \boxed{X_c = 59,33kN}$

$\vec{M}_O^{CR} = 0$



$R_z = 0 = 10kN + X_c + X_e + X_f = 0$ $\boxed{X_c = 58{,}33kN}$

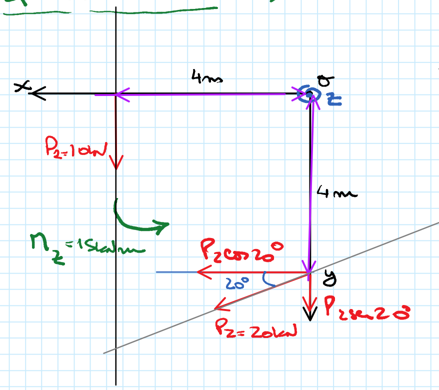
$\vec{M}_R^{CR} = 0$

$M_x = -232kNm - X_f \cdot 4m = 0$ $\boxed{X_f = -58kN}$

$M_y = 34kNm + X_e \cdot 3m = 0$ $\boxed{X_e = -11{,}kN}$

$M_z = -90kNm - X_d \cdot 3m = 0$ $\boxed{X_d = -30kN}$

Ejercicio N°2 → Sistemas de Fuerzas Coplanares.



1) Reducir el sistema al origen (Binomio de Reducción)

$$R_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i$$

$R_x = 20kN \cdot \cos 20° = 18{,}79kN.$

$R_y = 10kN + 20kN \sin 20° = 16{,}84kN.$

$$\boxed{\vec{R}_R = (18{,}79; 16{,}84)\,kN}$$

$M_R^O = 15kNm + 10kN \cdot 4m - P_2 \cos 20° \cdot 4m$

$M_z \rightarrow$ única componente.

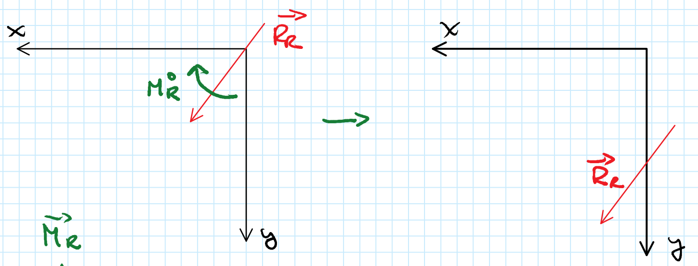
$$\boxed{M_R^O = -20{,}16\,kNm}$$

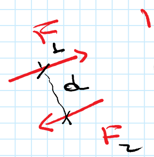
2) Determinar la resultante y un punto de su recta de acción

$\vec{R}_R \neq 0$

$\vec{M}_R \neq 0$

$I_e = \dfrac{\vec{M}_R \cdot \vec{R}_R}{|\vec{R}_R|} \Rightarrow \boxed{I_e = 0} \longrightarrow$ Resultante Única

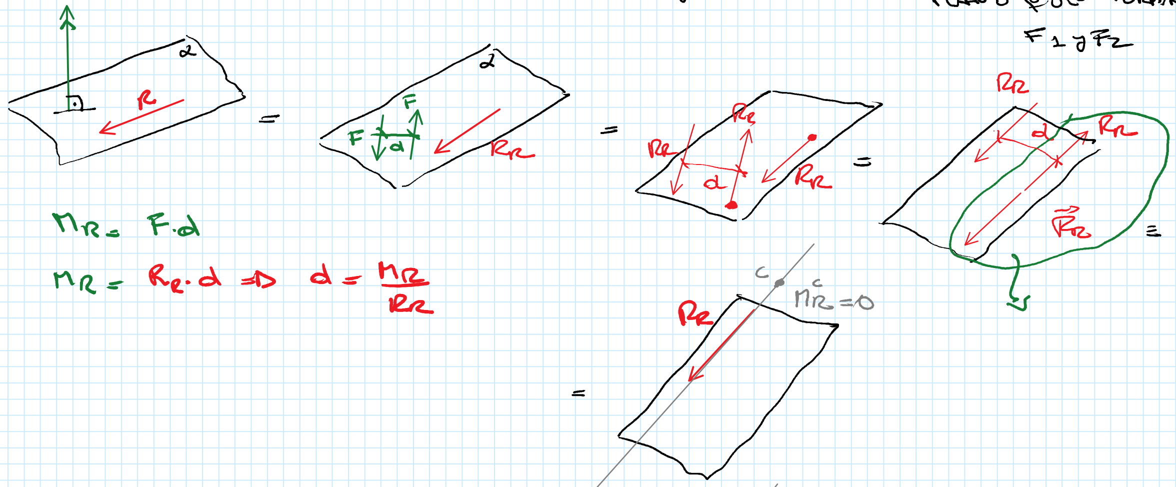




$|F_1| = |F_2|$

$M_{Par} = F \cdot d$

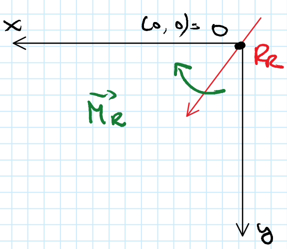
Dirección del Par ortogonal al plano que forman F_1 y F_2

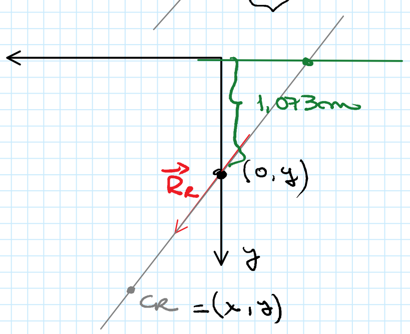


$M_R = F \cdot d$

$M_R = R_R \cdot d \Rightarrow d = \dfrac{M_R}{R_R}$

Sistema





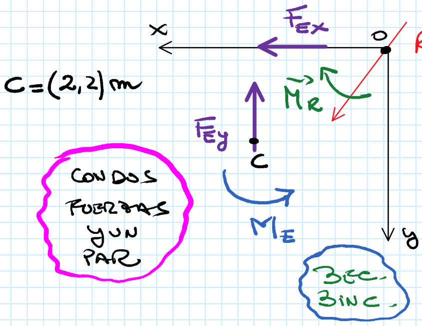
$$M^{C_R} = \vec{R_R} \times (\vec{C_R - O}) + \underbrace{\vec{M_R^O}}_{M_z} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ R_x & R_y & 0 \\ x & y & 0 \end{vmatrix} + M_R \check{k} = R_x \cdot y - R_y \cdot x + M_R = 0$$

$R_x = 18{,}79 \qquad R_y = 16{,}84 \qquad M_R^O = -20{,}16$

$$\boxed{R_x \cdot y - R_y \cdot x + M_R^O = 0}$$ → Ecuación de una Recta. → Recta de Acción de la Fuerza

↳ $x = 0$ $\qquad \boxed{y = 1{,}073\,m}$

EQUILIBRIO.



$$\boxed{\vec{R_R} = (18{,}79 ; 16{,}84)\,kN.}$$

$$\boxed{M_R^O = -20{,}16\,kN\,m}$$ → ÚNICA COMPONENTE EN DIR. Z

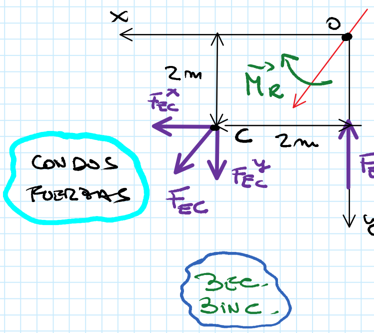
$\Sigma F_x = 0 \qquad F_{ex} + 18{,}79\,kN = 0 \qquad \boxed{F_{Ex} = -18{,}79\,kN}$

$\Sigma F_y = 0 \qquad -F_{ey} + 16{,}84\,kN = 0 \qquad \boxed{F_{Ey} = 16{,}84\,kN.}$

$\Sigma M^O = \underbrace{-20{,}16\,kN\,m}_{M_R^O} + M_E - F_{Ey} \cdot 2m = 0$

$-20{,}16\,kN + M_E - (16{,}84\,kN) \cdot 2m = 0$

$$\boxed{M_E = 53{,}84\,kN\,m}$$



① $\Sigma F_x = 0 \qquad F_{EC}^x + 18{,}79\,kN = 0 \qquad \boxed{F_{EC}^x = -18{,}79\,kN}$

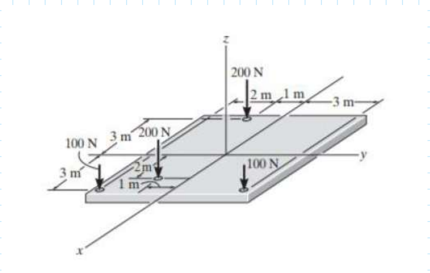
② $\Sigma F_y = 0 \qquad -F_{Ey} + F_{EC}^y + 16{,}84\,kN = 0$

③ $\Sigma M^O = 0 \qquad \underbrace{-20{,}16\,kN\,m}_{M_R^O} - F_{EC}^x \cdot 2m + F_{EC}^y \cdot 2m = 0$

$$\boxed{F_{EC}^y = -8{,}71\,kN}$$

$$\boxed{F_{Ey} = 8{,}13\,kN}$$

Ejercicio Nº 3: → Fuerzas Paralelas Espaciales



Determinar la Resultante del Sistema y un Punto de su Recta de Acción