

FLEXIÓN TRANSVERSAL

Flexión con corte. Tensiones tangenciales en los planos longitudinales. Teoría de Jouravski. Tensiones tangenciales para sección rectangular, circular, "doble te".

Introducción:

Si al reducir al baricentro de la sección en estudio, las fuerzas que actúan a uno u otro lado de la misma se obtiene momento flector M y esfuerzo de corte Q , como por ejemplo en el tramo CA o BD de la viga de la fig. 20, la sollicitación se denomina flexión transversal.

Debido a la relación que existe entre el momento flector M y el esfuerzo de corte Q ($dM/dz=Q$) la presencia de esfuerzo de corte Q implica necesariamente la variación del momento flector M .

Teoría de la cortadura longitudinal de Jouravski

Sabemos que el momento flector M genera tensiones normales σ en la sección transversal que las calculamos con la fórmula de Navier .

La existencia del esfuerzo de corte originará tensiones tangenciales en las secciones transversales y consecuentemente tensiones análogas en las secciones longitudinales, según la ley de reciprocidad de Cauchy.

A la existencia de estas tensiones tangenciales en los planos longitudinales podemos visualizarla analizando la deformación de una viga, compuesta por una serie de láminas paralelas superpuestas e independientes entre sí (y sin rozamiento) como indica la fig. 21a.

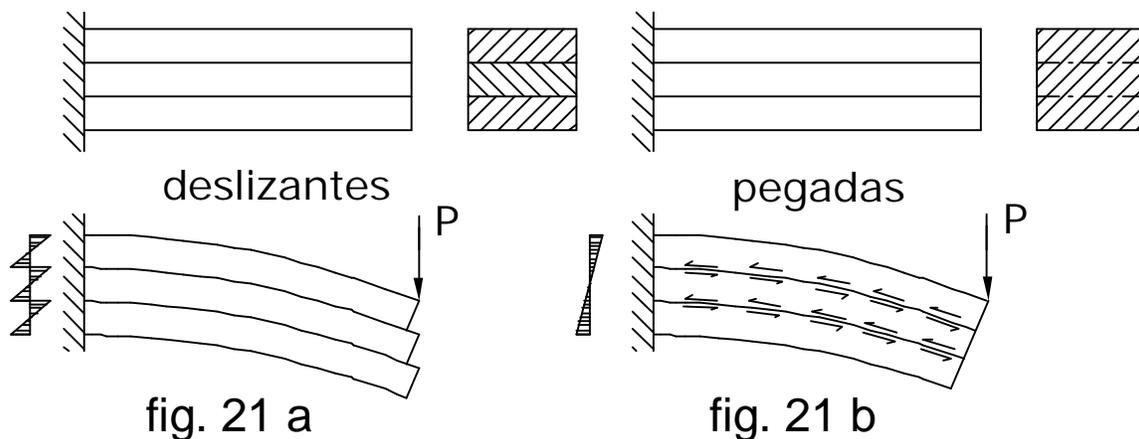


fig. 20

Al cargar la viga, cada lámina se encorvará en forma independiente, deslizándose respecto de las otras.

Si unimos todas las láminas con un pegamento (fig. 21 b), la viga bajo carga se comportará como una pieza única. El deslizamiento entre las láminas estará impedido por los esfuerzos rasantes que se generan en el pegamento, que impiden el deslizamiento entre las superficies contiguas.

En los planos horizontales de cualquier viga de una sola pieza, existen esfuerzos tangenciales comparables al que se presenta en el pegamento de este ejemplo.

El estudio de las tensiones tangenciales longitudinales ha sido efectuado por Jouravski, cuya teoría expondremos.

Consideraciones previas:

La existencia de tensiones de corte τ en la sección origina la existencia de deformaciones angulares γ .

En consecuencia, además de las deformaciones lineales ε relacionadas con las tensiones normales σ_z debidas a la presencia del momento flector M (flexión pura), cada elemento del material experimenta también deformaciones angulares γ relacionados con las tensiones tangenciales τ .

Las tensiones tangenciales se distribuyen en la sección de manera no uniforme (lo que será demostrado más adelante) y en consecuencia las deformaciones angulares también se distribuyen de manera no uniforme. En consecuencia en la flexión transversal, a diferencia de la flexión pura, las secciones transversales de la barra no permanecen planas como muestra la fig.22b.

Sin embargo tal circunstancia no influye de modo importante sobre el valor de las tensiones normales σ que fueran obtenidas con la fórmula de Navier (3) para el caso de flexión pura.

El error que se comete es del orden de h/ℓ (en valor unitario) en el caso de vigas con esfuerzo de corte Q variable, y totalmente nulo en el caso de esfuerzo de corte Q constante.

En este último caso todas las secciones adquieren la misma forma curva y entonces el giro relativo entre dos secciones contiguas provocará la misma deformación ε en la fibra genérica AB, aunque la sección no permanezca plana, fig 22b. En la figura la deformación ε es proporcional al segmento BC, que como se aprecia varía linealmente con "y".

Resumiendo, la presencia de Q no modifica la tensión σ_z debida al momento flector M si Q es constante, o la modifica muy poco si Q es variable. Por consiguiente en esas condiciones la tensión σ_z calculada con la expresión (2) obtenida para flexión pura, es válida para flexión transversal.

Análisis:

Sea la viga de la figura 23 solicitada por un estado de cargas cualquiera $q(z)$ que produce flexión transversal.

Por medio de las dos secciones 1-1 y 2-2 distanciadas dz (fig.23), aislamos un elemento diferencial de viga.

Dibujamos el diagrama de cuerpo libre, fig. 24a y 25b.

Separamos ahora una parte de dicho elemento por medio de un corte con un plano longitudinal (paralelo al plano neutro) ubicado a la distancia "y" del mismo, fig. 24 a.

Dibujamos el cuerpo libre representando únicamente las fuerzas internas paralelas al eje longitudinal "z", que obran sobre él, fig. 24 b.

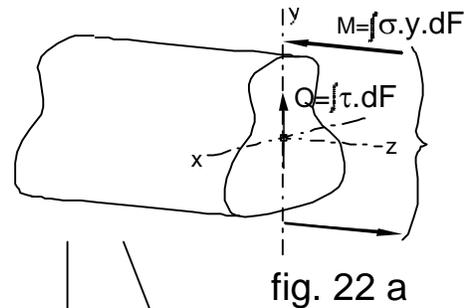


fig. 22 a

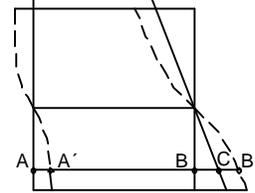


fig. 22 b

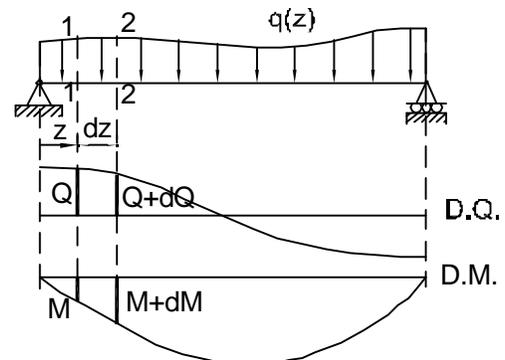


fig. 23

En la dirección "z" actúan las tensiones normales σ_z sobre las caras izquierda y derecha. Las resultantes R_1 y R_2 de las fuerzas provocadas por dichas tensiones (figs. 24b y 25a) no serán iguales ya que los momentos flectores que las generan difieren en dM , fig. 24 y 25.

En consecuencia para restablecer el equilibrio del elemento aislado ($\sum Z_i=0$) es necesario considerar además la fuerza horizontal que se genera en el plano de corte longitudinal. Esta fuerza será la resultante H de las fuerzas provocadas por tensiones tangenciales τ_{yz} .

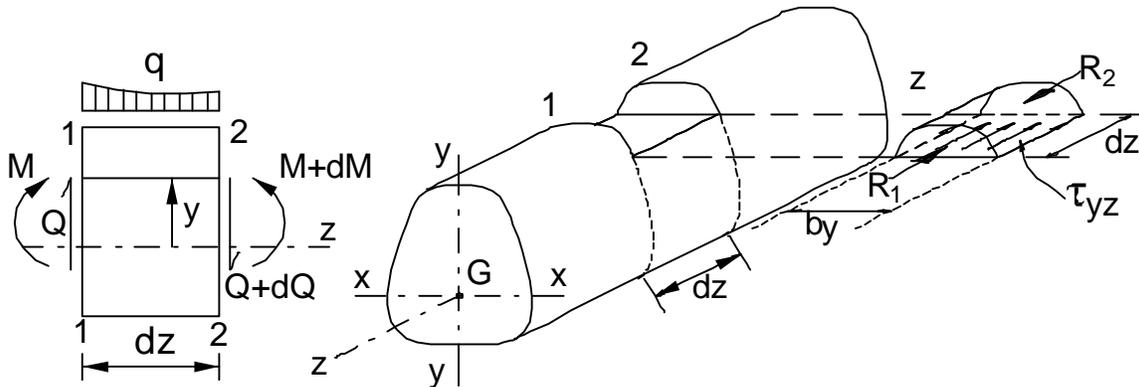


fig. 24 a

fig. 24 b

A las tensiones tangenciales τ_{yz} las suponemos repartidas uniformemente en el ancho b_y , fig. 25a. Esta hipótesis solamente se cumple cuando el ancho es constante y es solamente una aproximación en el caso en que la sección tenga ancho variable. En este último caso el error que se comete es de escasa magnitud. Por lo tanto calcularemos el valor medio de la tensión de corte longitudinal que actúa en el área diferencial " $b_y \cdot dz$ " independientemente de que el ancho sea constante o no.

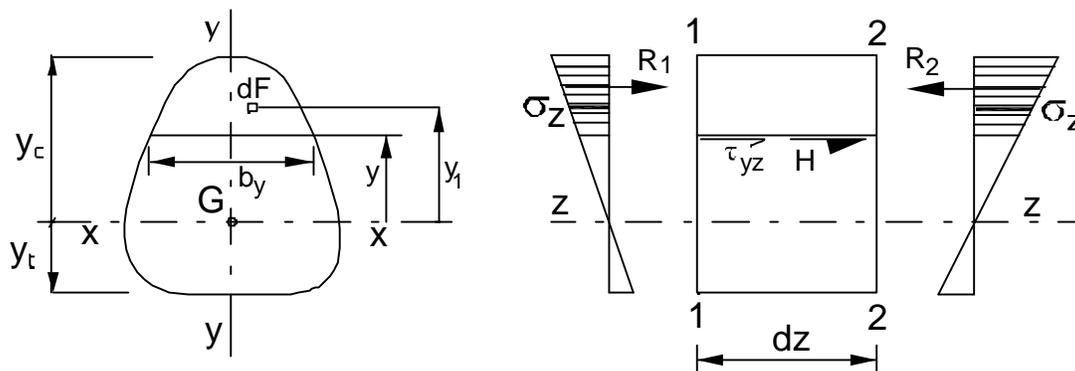


fig. 25 a

fig. 25 b

la condición de equilibrio $\sum Z_i=0$ se puede escribir del siguiente modo:

$$R_1 + H - R_2 = 0 \quad \text{resultando} \quad \boxed{H = R_2 - R_1} \quad [6]$$

en la que:

$$H = \tau_{yz} \cdot dz \cdot b_y \quad \text{en la que suponemos que } \tau_{yz} \text{ es constante.}$$

$$R_1 = \int_y^{y_c} \sigma_z \cdot dF = \frac{M}{I_x} \int_y^{y_c} y_1 \cdot dF = \frac{M}{I_x} S_x^*$$

$$R_2 = \int_y^{y_c} \sigma_z \cdot dF = \frac{M + dM}{I_x} \int_y^{y_c} y_1 \cdot dF = \frac{M + dM}{I_x} S_x^*$$

Reemplazando H, R₁ y R₂ en la expresión (6) resulta:

$$\tau_{yz} \cdot dz \cdot b_y = \left[\frac{M + dM}{I_x} - \frac{M}{I_x} \right] S_x^* = \frac{dM}{I_x} S_x^*$$

resultando:

$$\tau_{yz} = \frac{dM}{dz} \cdot \frac{S_x^*}{b_y \cdot I_x} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b_y \cdot I_x},$$

y finalmente:

$$\tau_{yz} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b_y \cdot I_x} \quad [7] \quad \text{FÓRMULA DE JOURAVSKI}$$

Significado de cada factor en la fórmula de Jouravski:

τ_{yz} : tensión de corte longitudinal para la coordenada "y".

Q: esfuerzo de corte en la sección estudiada (se obtiene del diagrama de esfuerzo de corte y generalmente se utiliza el valor máximo, sea positivo o negativo. El esfuerzo de corte Q depende de la coordenada "x" de la sección donde se calcula τ_{yz} .

b_y : ancho de la sección en correspondencia con la coordenada "y" donde se calcula τ_{yz} .

S_x^* : momento estático, respecto al eje x (línea neutra), de la parte de la sección transversal que se encuentra por encima (o por debajo) de la línea de largo " b_y " donde se calcula τ_{yz} , ya que el S_x^* de la parte superior es igual al S_x^* de la parte inferior, respecto al eje x.

Tensiones tangenciales en la sección transversal. Fórmula de Colignon:

De acuerdo a la ley de reciprocidad de las tensiones tangenciales (de Cauchy), en el plano de la sección "x y" que es perpendicular al plano longitudinal "x z", existen tensiones tangenciales de dirección vertical que serán numéricamente iguales a las longitudinales horizontales.

En consecuencia las tensiones tangenciales de dirección vertical, pueden ser calculadas por medio de una fórmula que tiene la misma forma que la de Jouravski, que se denomina "fórmula de Colignon":

$$\tau_{zy} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b_y \cdot I_x} \quad [7]$$

para que se satisfaga la condición de equilibrio $\sum Y_i = 0$ debe ser:

$$Q = \int_F \tau_{zy} \cdot dF$$

lo que indica que las tensiones tangenciales transversales τ_{zy} son las que equilibran el esfuerzo de corte Q en la sección.

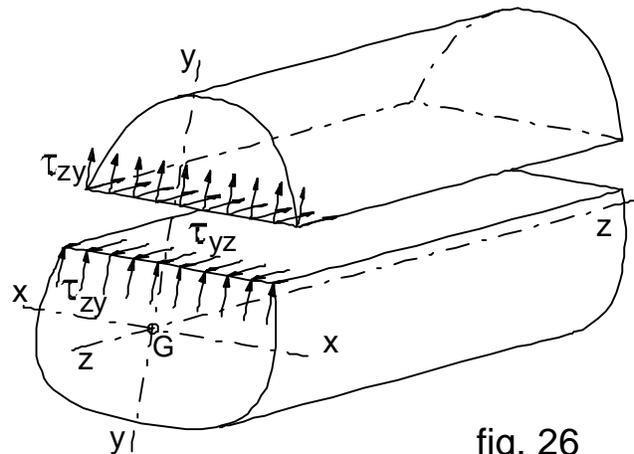


fig. 26

Tensiones tangenciales en la sección rectangular

Sea una sección rectangular de ancho b y altura h solicitada a flexión con esfuerzo de corte Q .

Las tensiones tangenciales en la coordenada "y", valen de acuerdo a la fórmula de Colignon:

$$\tau_{yz} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b_y \cdot I_x} \quad [7']$$

En esta expresión vemos que Q , I_x y b_y son constantes al variar "y". En consecuencia τ_{zy} experimentará la misma variación que S_x^* .

Calculamos S_x^* para la parte de la sección por sobre la coordenada "y", fig. 27:

$$S_x = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{2} + y\right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

S_x^* puede calcularse también por "diferencia", ver fig. 28:

$$S_x = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} - b \cdot y \cdot \frac{1}{2} \cdot y = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

siendo $I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$; $b_y = \text{cte} = b$, entonces la (7') resulta:

$$\tau_{zy} = \frac{Q}{b \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) = \frac{6 \cdot Q}{b \cdot h^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

Como vemos, la tensión τ_{zy} varía según una parábola de 2º grado: es nula para $y = \pm h/2$, y máxima para $y = 0$.

Este resultado está de acuerdo con el hecho de que si existiesen tensiones τ_{zy} en los bordes, por la ley de Cauchy tendrían que existir tensiones rasantes longitudinales τ_{yz} en las caras superior e inferior de la viga, lo cual no es posible ya que no existe ninguna fuerza externa rasante.

Para $y = 0$ (en el eje baricéntrico) las τ_{zy} son máximas y su valor es:

$$\tau_{zy \max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{b \cdot h} \quad \text{ó} \quad \tau_{zy \max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F} \quad [8]$$

Es decir que su valor es 50% superior que el que tendría suponiendo una repartición uniforme en toda la sección transversal.

Otros formas de sección:

Si se estudian otras formas de sección se obtienen distintos valores de la máxima tensión de corte como ser:

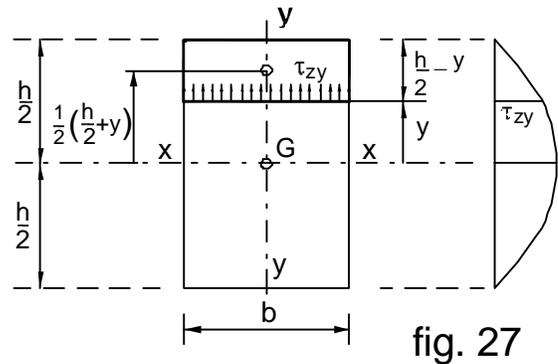


fig. 27

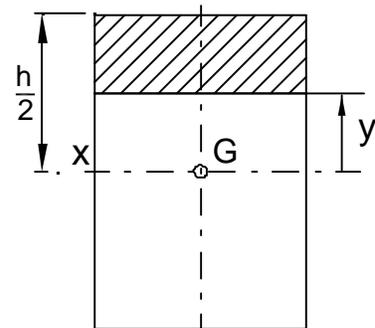


fig. 28

Para sección circular es: $\tau_{zy_{max}} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F}$

Sección anular muy delgada: $\tau_{zy_{max}} \cong 2 \frac{Q}{F}$

Llamando $\tau_{medio} = \frac{Q}{F}$ podemos generalizar la

expresión de $\tau_{zy_{máx}}$ así:

$$\tau_{zy_{máx}} = \alpha \cdot \tau_{medio} \quad [9]$$

donde “ α ” es un coeficiente que depende de la forma de la sección por lo que se denomina coeficiente de forma, fig. 29.

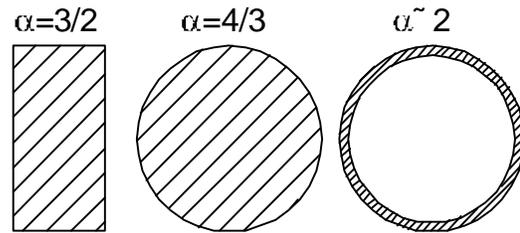


fig. 29

Tensiones τ_{zx} :

Al estudiar la sección rectangular hemos admitido que las tensiones tangenciales en la sección transversal de la viga eran paralelas a la fuerza Q, es decir:

$$\tau = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = 0$$

Estrictamente esto sólo se cumple en los puntos M, C y N, figura 30.

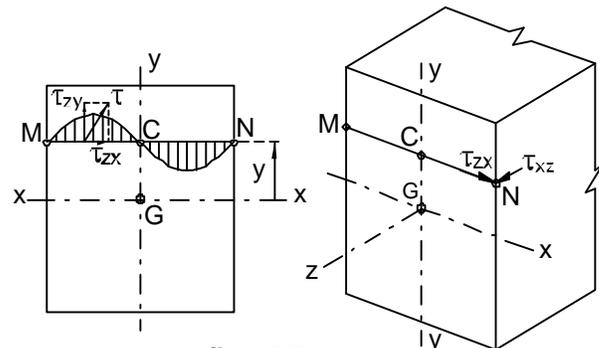


fig. 30

Por simetría, en el punto C, τ no puede tener componente τ_{zx} .

Si τ tuviese una dirección cualquiera en los punto M y N, admitiría las dos componentes cartesianas: τ_{zy} y τ_{zx} .

La componente τ_{zx} , por la ley de Cauchy daría lugar a tensiones tangenciales τ_{xz} en las caras laterales de la viga, que no pueden existir por no haber fuerza exterior rasante, fig. 30 derecha.

La teoría de la elasticidad demuestra que en puntos intermedios existen componentes τ_{zx} , cuya distribución responde a una ley tal, que a ambos lados del eje de simetría “y”, las tensiones τ_{zx} tienen signo contrario, fig. 30 izquierda. Ello se debe a que debe ser nula la resultante de las fuerzas cortantes en dirección horizontal x ($Q_x = 0$).

Si el ancho “b” de la sección es pequeño, el máximo vabr de las tensiones tangenciales τ_{zx} es pequeño y en consecuencia se las puede despreciar, admitiendo sin cometer error importante que para las secciones angostas las τ_{zx} son nulas.

Secciones simétricas de contorno curvilíneo

Con la fórmula de Colignón podemos calcular las tensiones tangenciales τ_{zy} perpendiculares a la arista AB, suponiéndolas uniformemente distribuidas a lo largo de la misma, fig. 31.

Para los puntos A y B las tensiones τ_{zy} así determinadas no son las tensiones tangenciales absolutas (τ) ya que de ser así admitiría dos compo-

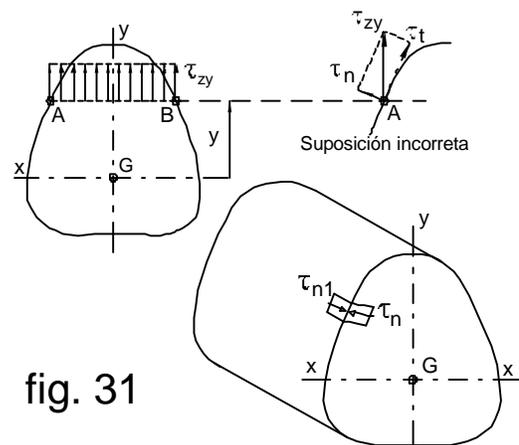


fig. 31

entes cartesianas, fig. 31.

τ_t de dirección tangente al contorno.

τ_n perpendicular al contorno.

A la componente τ_n , por la ley de Cauchy le correspondería una tensión τ_{n1} actuando en la superficie exterior de la pieza, la que no puede existir por no haber ninguna fuera externa rasante, por lo tanto:

$$\tau_n = \tau_{n1} = 0$$

Lo que implica que en los puntos A y B del contorno las tensiones tangenciales tienen dirección tangente al mismo, como se muestra en la fig.32.

Significa que la tensión τ_{zy} es en realidad la componente vertical de la τ (absoluta), lo que implica que también habrá una componente horizontal τ_{zx} .

Por simetría en C debe ser: $\tau_{zy} = \tau$; $\tau_{zx} = 0$

Entonces la componente horizontal τ_{zx} varía entre dos cantidades de signo contrario en el segmento AB, anulándose en el punto C (el eje de simetría) como muestra la gráfica de fig. 32.

Entonces, en secciones simétricas de contorno curvilíneo la fórmula de Colignón nos brinda el valor de la componente vertical τ_{zy} de la tensión tangencial τ , en los distintos puntos de la sección transversal.

La tensión absoluta máxima en se puede obtener dividiendo a la componente vertical por el seno del ángulo "α" de inclinación de la recta tangente al contorno en A o B.

Tensiones tangenciales en la sección circular

Hemos visto que en los puntos del contorno de una sección curvilínea la tensión tangencial absoluta tiene la dirección de la tangente en ese punto, fig. 32.

Además la fórmula de Colignón nos brinda el valor de las tensiones tangenciales paralelas a la fuerza cortante Q (vertical en este caso).

Las tensiones de corte en este tipo de sección varían con "y" por dos motivos: el cambio del momento estático y la variación del ancho de la sección. En la sección circular la máxima tensión ocurre en la línea neutra nn (eje x), donde las tensiones absolutas poseen dirección vertical, figura derecha.

Calcularemos el momento estático de media sección con respecto a la línea neutra:

$$S_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{d^3}{12} \quad I_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad \tau_{zy \max} = \frac{Q \cdot S_x}{d \cdot I_x} = \frac{Q}{d} \cdot \frac{d^3}{12} \cdot \frac{64}{\pi \cdot d^4} = \frac{4}{3} \frac{Q}{\pi \cdot d^2 / 4}$$

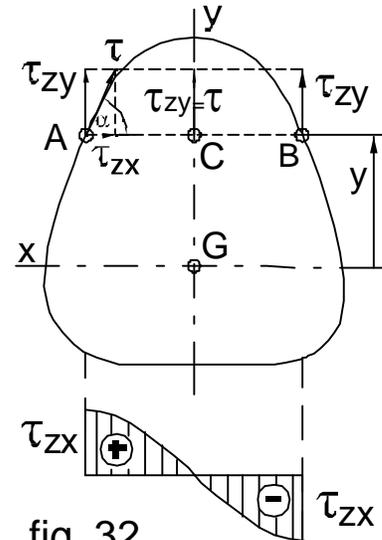


fig. 32

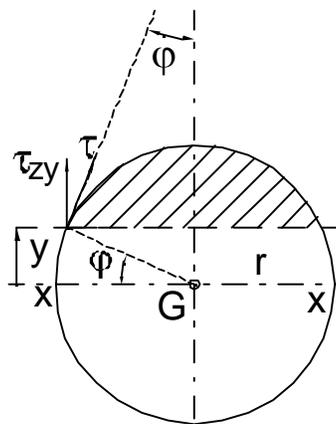


fig. 33 a

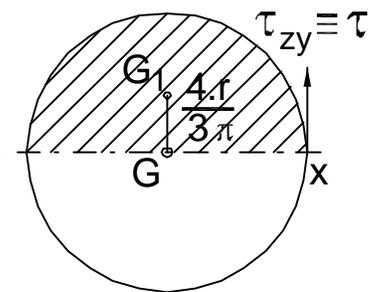


fig. 33 b

Resultando finalmente:
$$\tau_{zy \max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{F} \quad [10]$$

Tensiones de corte en la sección "doble te"

a) Tensiones en el alma

Para estudiar la distribución de estas tensiones usaremos las mismas hipótesis que en la sección rectangular:

1. Las tensiones tangenciales son paralelas a la fuerza cortante Q .

2. Las tensiones τ_{zy} se distribuyen uniformemente en todo el ancho b_1 .

Para un punto del alma de ordenada " y ", el momento estático de la parte rayada, con respecto al eje " x " resulta:

$$S_x^* = b \cdot \frac{h - h_1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + \frac{h_1}{2} \right) + b_1 \left(\frac{h_1}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{2} + y \right)$$

El primer sumando es una diferencia de cuadrados resultando: $\frac{b}{8} \cdot (h^2 - h_1^2)$

El segundo sumando se puede operar resultando:

$$b_1 \left(\frac{h_1}{2} - y \right) \left(\frac{h_1}{4} + \frac{y}{2} \right) = b_1 \left(\frac{h_1^2}{8} + \frac{h_1 y}{4} - \frac{h_1 y}{4} - \frac{y^2}{2} \right) = b_1 \left(\frac{h_1^2}{8} - \frac{y^2}{2} \right) = \frac{b_1}{8} (h_1^2 - 4y^2)$$

Aplicando la fórmula de Colignón: $\tau = \tau_{zy} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b_1 \cdot I_x}$ y reemplazando los dos sumando del momento estático obtenemos:

$$\tau_{zy} = \frac{Q}{8 \cdot b_1 \cdot I_x} \left[b(h^2 - h_1^2) + b_1(h_1^2 - 4y^2) \right] \quad \text{vemos que } \tau_{zy} \text{ varía según una ley parabólica.}$$

Su valor será máximo para $y = 0$:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{8 \cdot b_1 \cdot I_x} (bh^2 - bh_1^2 + b_1 h_1^2)$$

y será mínimo para $y = \frac{h_1}{2}$:

$$\tau_{\min} = \frac{Q}{8 \cdot b_1 \cdot I_x} (bh^2 - bh_1^2)$$

Como la diferencia entre los factores entre paréntesis es " $b_1 \cdot h_1^2$ ", entonces cuando el espesor b_1 del alma es muy pequeño comparado con el ancho b del ala (como en el caso de los perfiles normalizados) las tensiones τ_{\max} y τ_{\min} difieren muy poco entre sí, y la distribución de tensiones tangenciales en el alma es prácticamente uniforme, fig. 34.

Si extendiésemos la validez de la fórmula de Colignón al resto del perfil ocurriría que en la transición entre el alma y el ala se produciría una discontinuidad en el diagrama de tensiones tangenciales debido a la variación brusca del ancho que pasa de b_1 a b (tener en cuenta que en la fórmula de Colignón cambia solamente b_1 por b , con el mismo momento estático).

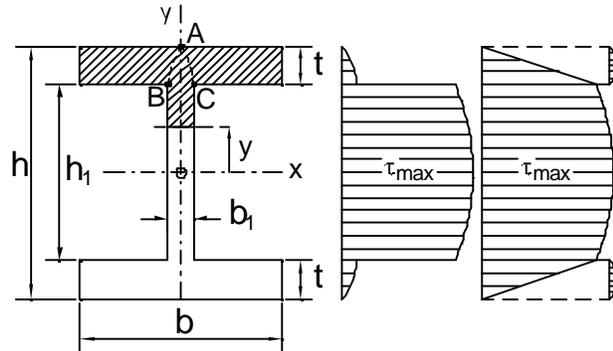


fig. 34 a

fig. 34 b

Pero en realidad no es así, ya que la hipótesis de distribución uniforme de las tensiones t_{zy} en todo el ancho de la sección no es aceptable en las alas.

En los puntos de las alas existen tensiones τ_{zy} y τ_{zx} . Las τ_{zy} (salvo en la zona ABC, fig. 34a) varían según una ley parabólica, fig. 34 b, anulándose en correspondencia con los bordes superior e inferior de las alas, ya que sobre la superficie exterior de las mismas no existen fuerzas rasantes exteriores. El valor de estas τ_{zy} es muy reducido y pueden despreciarse.

En la zona ABC puede admitirse una variación lineal de las τ_{zy} hasta anularse en el borde superior o el inferior de cada ala.

Debido a la escasa importancia de las τ_{zy} en las alas, el alma absorbe prácticamente la totalidad del esfuerzo cortante Q . Por ese motivo se obtiene una buena aproximación para $\tau_{m\acute{a}x}$ dividiendo el esfuerzo de corte Q por el área del alma:

$$\tau_{\max} \cong \frac{Q}{h_1 \cdot b_1} \quad [11]$$

donde h_1 es la altura del alma solamente. El error que se comete oscila aproximadamente entre el 1 y el 5 por ciento.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto podemos decir que **en las vigas de sección "doble te" el esfuerzo de corte es soportado casi exclusivamente por el alma**.

Además como vimos al deducir la fórmula de Navier y siendo pequeña la contribución del alma en el momento de inercia k de la sección "doble te", **las alas son las que absorben la casi totalidad del momento flector M** .

b) Tensiones en las alas

Sea la viga de la fig. 35a, constituida por un perfil con sección "doble te" de alas delgadas, solicitada por un estado de cargas cualquiera $q(z)$ que produce flexión transversal.

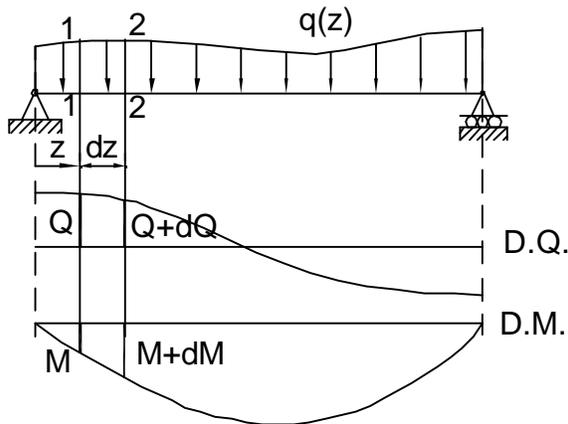


fig. 35 a

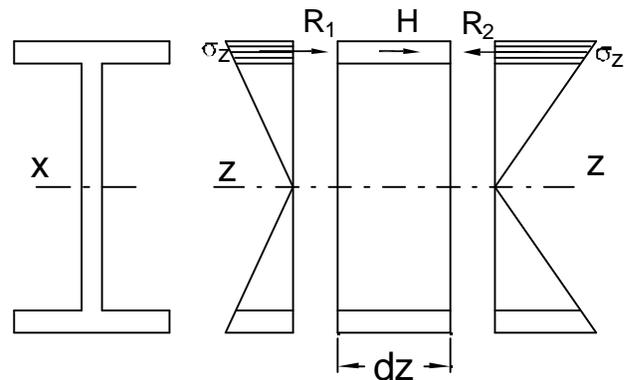


fig. 35 b

Por medio de las dos secciones 1-1 y 2-2 distanciadas dz , aislamos un elemento diferencial de viga y dibujamos el correspondiente diagrama de cuerpo libre, fig. 35b.

Separamos ahora una parte del ala de dicho elemento, por medio de un corte con un plano vertical longitudinal (paralelo al eje de la viga) ubicado a la distancia "x" del borde del ala, fig. 36a.

Dibujamos la parte del ala representando únicamente las fuerzas internas R_1 y R_2 , paralelas al eje longitudinal "z", que obran sobre esa parte del ala, fig. 35b y 36.

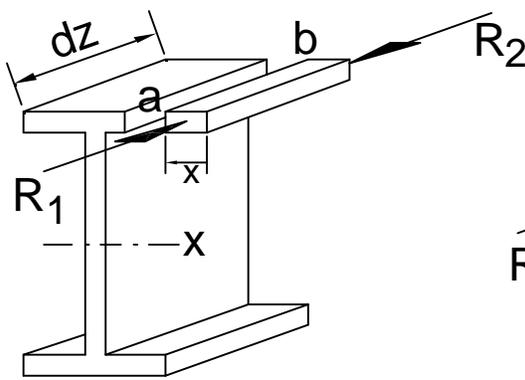


fig. 36 a

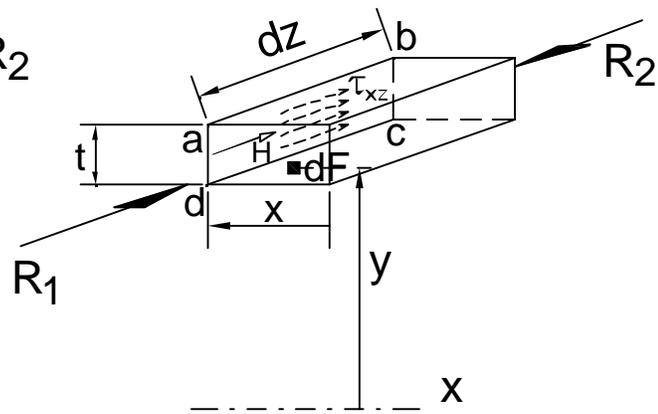


fig. 36 b

En la dirección "z" actúan las tensiones normales σ_z sobre las caras izquierda y derecha. Las resultantes R_1 y R_2 de las fuerzas provocadas por dichas tensiones no serán iguales ya que los momentos flectores que las generan difieren en dM , fig. 35a.

En consecuencia para restablecer el equilibrio del elemento aislado ($\sum Z_i=0$) es necesario considerar además, la fuerza horizontal que se genera en la cara "abcd", fig. 36b. H será la resultante de las fuerzas provocadas por las tensiones tangenciales τ_{xz} , fig. 35b.

A las tensiones tangenciales τ_{xz} las suponemos repartidas uniformemente en la cara abcd, fig. 36b. Por lo tanto calcularemos el valor medio de las tensiones de corte longitudinales que actúan en el área diferencial "t.dz", fig. 36b.

la condición de equilibrio $\sum Z_i=0$ se puede escribir del siguiente modo:

$$R_1 + H - R_2 = 0 \quad \text{resultando} \quad \boxed{H = R_2 - R_1} \quad [12]$$

en la que:

$$H = \tau_{xz} \cdot t \cdot dz \quad (\text{suponiendo que } \tau_{xz} \text{ es constante en ese área}).$$

$$R_1 = \int_{F^*} \sigma_z \cdot dF = \frac{M}{I_x} \int_{F^*} y \cdot dF = \frac{M}{I_x} \cdot S_x^* \quad \text{siendo } F^* \text{ el área de ancho "x" y altura "t".}$$

$$R_2 = \int_{F^*} \sigma_z \cdot dF = \frac{M + dM}{I_x} \int_{F^*} y \cdot dF = \frac{M + dM}{I_x} S_x^*$$

Reemplazando H, R_1 y R_2 en la expresión (12) resulta:

$$\tau_{xz} \cdot t \cdot dz = \left[\frac{M + dM}{I_x} - \frac{M}{I_x} \right] S_x^* = \frac{dM}{I_x} S_x^*$$

Resultando:

$$\tau_{xz} = \frac{dM}{dz} \cdot \frac{S_x^*}{t \cdot I_x} \quad \text{y finalmente:} \quad \boxed{\tau_{xz} = \frac{Q \cdot S_x^*}{t \cdot I_x}} \quad [13]$$

S_x^* es para este caso (alas de bordes paralelos al eje "x") una función lineal de "x":

$$S_x^* = k_1 \cdot x$$

Por lo que la tensión de corte dada por la (13) resultará también con variación lineal:

$$\tau_{xz} = k_2 \cdot x$$

De acuerdo con la ley de Cauchy, al existir tensiones de corte τ_{xz} en el plano longitudinal, deben existir tensiones de corte τ_{zx} de igual valor absoluto, en el plano de la sección (en la zona de las alas).

A esas tensiones las calculamos con la misma expresión:

$$\tau_{zx} = \frac{Q \cdot S_x^*}{t \cdot I_x} \quad \text{con:} \quad S_x^* = k_1 \cdot x \quad [14]$$

Esas tensiones de corte varían linealmente desde "0" en el borde del ala hasta $(\tau_{zx})_{\text{máx}}$ en la zona de unión del ala con el alma, como muestra la figura 37.

Para un perfil con las dimensiones de la fig. 37' la expresión del $(\tau_{zx})_{\text{máx}}$ será:

$$(\tau_{zx})_{\text{máx}} = \frac{Q}{t \cdot I_x} \cdot S_x^* = \frac{Q}{t \cdot I_x} \cdot \frac{b - b_1}{2} \cdot t \cdot \frac{h}{2} + \frac{h_1}{2}$$

$$\text{resultando:} \quad (\tau_{zx})_{\text{máx}} = \frac{Q}{8 \cdot I_x} \cdot (b - b_1) \cdot (h + h_1) \quad [15]$$

Por razones de simetría las fuerzas horizontales H provocadas por las tensiones τ_{zx} (fig.38) serán opuestas y de valores iguales, equilibrándose entre sí, tanto en el ala superior como en el ala inferior.

Además, como ya habíamos analizado en el apartado anterior, las tensiones τ_{zy} en el alma, equilibran el esfuerzo de corte Q (vertical).

Centro de corte:

Cuando el "plano de cargas" contiene al eje centroidal (eje geométrico "z") de la viga, el momento de las fuerzas externas con respecto "z" resulta nulo. Sin embargo, según sea la forma de la sección, la viga puede quedar sometida a torsión.

Perfiles con simetría: al analizar las tensiones de corte en las alas de los perfiles "doble te" de pared delgada, vimos que con sección simétrica respecto a la "línea de fuerzas", las fuerzas de corte H se equilibraban anulándose mutuamente en la dirección horizontal. Consecuentemente la resultante de las fuerzas H y Q, es la propia fuerza Q que contiene al centroide G de la sección y que coincide con la "línea de fuerzas" (exteriores). En dicho caso no existe momento (torsor) con respecto al eje geométrico longitudinal "z" de la barra que contiene a G.

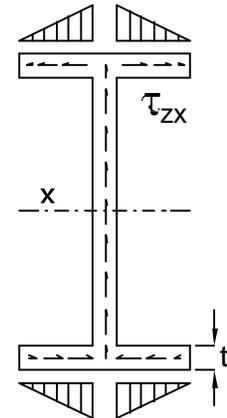


fig. 37

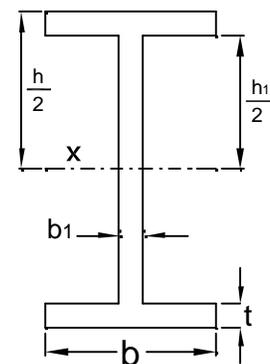


fig. 37'

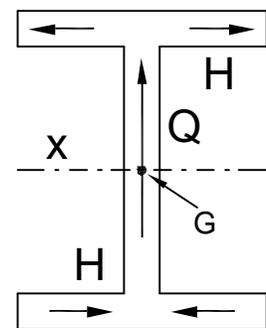
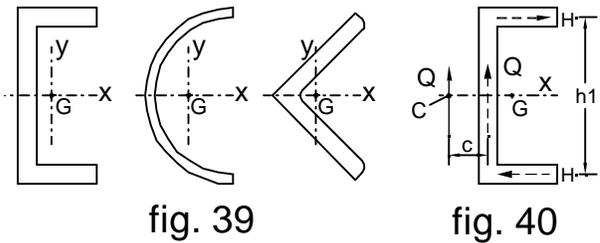


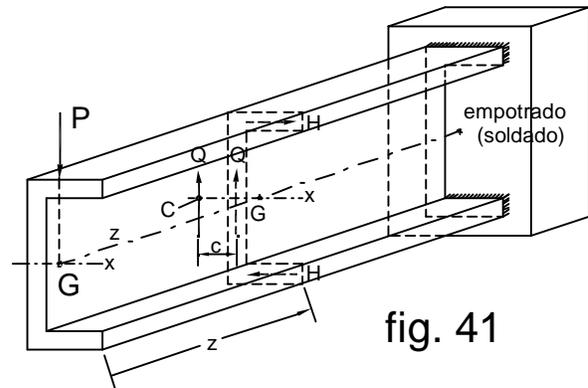
fig. 38

Perfiles que no poseen simetría: la situación es diferente en el caso de perfiles como los que muestra la figura 39, los que no poseen simetría con respecto al eje "y" (principal de inercia) que contiene al centroide G.

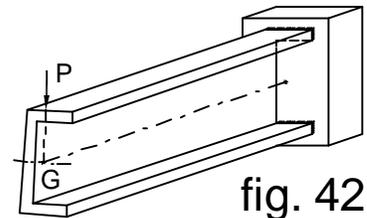
Para una sección como la de la fig 40, la resultante de las fuerzas H, -H y Q interiores, originadas por las tensiones de corte en las alas y en el alma, es otra fuerza Q ubicada a una distancia "c" del centro del alma y por lo tanto no estará contenida en el plano de las cargas externas (línea de fuerzas), fig. 40.



Ello hace que un tramo de longitud genérica "z" de la barra, fig. 41, esté sometida a una fuerza externa P que contiene a G en el extremo libre, y a la resultante Q de las fuerzas interiores en la sección de coordenada "z". Como estas dos fuerzas no están en el mismo "plano de cargas" originará un momento torsor con respecto al eje longitudinal "z" de la barra, que ocasionará una deformación torsional como la mostrada en la fig. 42.



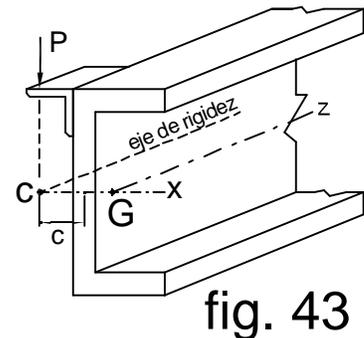
Para evitarlo es necesario desplazar el plano de cargas (plano donde actúa P) a una posición paralela que contenga a la resultante Q de las fuerzas interiores. Para el caso mostrado ello se puede materializar fijando un accesorio en el extremo de la viga que permita colocar a la fuerza P en el lugar correcto, fig. 43.



En esas condiciones la viga no estará expuesta a torsión y serán aplicables las hipótesis de la flexión. Consecuentemente podremos calcular las tensiones de corte en los distintos lugares de la sección con las fórmulas vistas anteriormente.

La posición de la carga P se determina entonces conociendo la posición de la resultante Q de las fuerzas cortantes interiores.

Es suficiente utilizar dos ecuaciones de equivalencia: la de fuerzas verticales y la de momento con respecto a cualquier punto del plano de la sección. Para este caso particular, para que no intervenga Q (del alma) en la ecuación de momento, se toma como centro al punto medio del alma que coincide con Q, fig. 40.



El momento de la cupla (H,-H) es $M=H \cdot h_1$, en la que h_1 es la distancia entre las líneas medias de cada ala, fig. 40.

Para que la carga P se encuentre a la misma distancia "c", el momento de P debe ser igual al momento de las fuerzas de corte interiores. Debe cumplirse: $M=P \cdot c$, en la que "c" es la distancia que queremos averiguar.

Por ser iguales ambos momentos, resulta entonces: $c=H \cdot h_1 / P$. Se sabe que la resultante vertical Q de las fuerzas de corte interiores, es numéricamente igual a la carga P.

Al punto "C" ubicado a la distancia "c", fig. 43, se lo denomina centro de corte o centro de flexión. Dicho punto está contenido en una línea paralela al eje "z" que se denomina "eje de rigidez" de la viga.