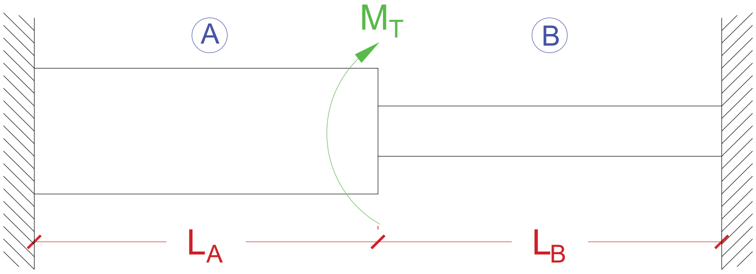
Enunciado: Para la siguiente estructura

a) Determinar el Momento Torsor admisible de la estructura.
b) Trazar diagramas de momentos torsor, curvatura, y giros absolutos a lo largo de la barra.
c) Calcular las tensiones tangenciales para cada sección.



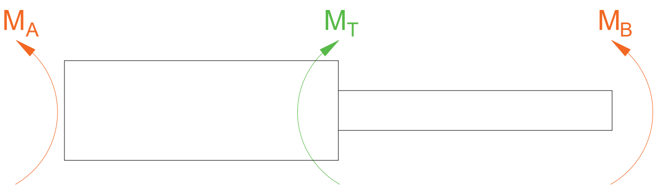
Datos: $L_A := 4m$ $L_B := 4m$ $\tau_{adm} := 50MPa$ $G := 85GPa$

Secciones anulares: Radios externos: $R_A := 6cm$ $R_B := 4cm$

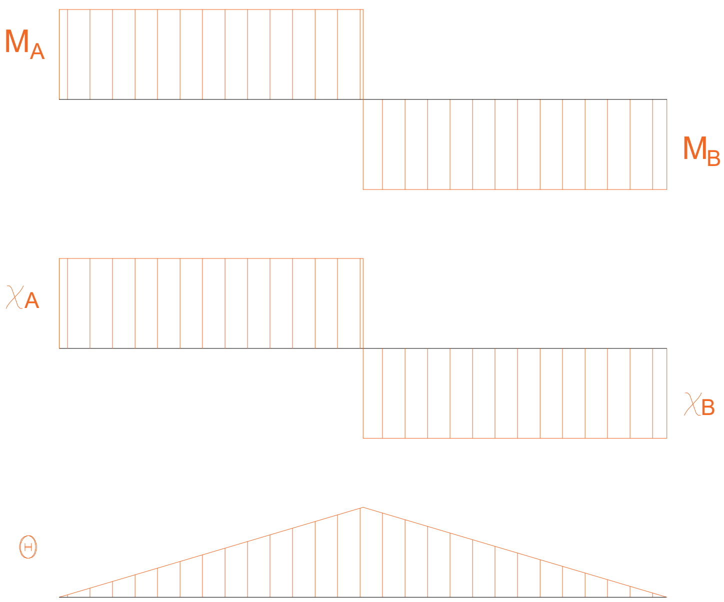
Radios internos: $r_A := 5.5cm$ $r_B := 3.5cm$

Resolución:

Reemplazando los vínculos por las reacciones que generan:



Aunque desconocemos el valor de las reacciones podemos deducir que los diagramas de momento, curvatura y giro deben ser:



Como todo hiperestático de un grado de libertad se resuelve buscando una ecuación de equilibrio (estática), y una de compatibilidad (cinemática).

Ecuación de compatibilidad: $0 = \theta_A + \theta_B$ Ecuación de equilibrio: $M_T = M_B + M_A$

Dadas la relación entre curvatura y momento: $\theta_B = \chi_B \cdot L_B = \dfrac{M_B \cdot L_B}{G \cdot J_{PB}}$ $\theta_A = \chi_A \cdot L_A = \dfrac{M_A \cdot L_A}{G \cdot J_{PA}}$

Entonces: $\dfrac{M_A \cdot L_A}{G \cdot J_{PA}} = \dfrac{(M_T - M_A) \cdot L_B}{G \cdot J_{PB}}$ $M_A = \dfrac{M_T \cdot L_B \cdot J_{PA}}{L_B \cdot J_{PA} + J_{PB} \cdot L_A}$

Siendo: $J_{PA} := \dfrac{\pi \cdot \left(R_A^{\ 4} - r_A^{\ 4}\right)}{2} = 598.375 \cdot cm^4$ $J_{PB} := \dfrac{\pi \cdot \left(R_B^{\ 4} - r_B^{\ 4}\right)}{2} = 166.406 \cdot cm^4$

Resulta: $M_A := \dfrac{J_{PA}}{J_{PA} + J_{PB}} \cdot M_T = 0.782 \cdot M_T$ $M_B := \dfrac{J_{PB}}{J_{PA} + J_{PB}} \cdot M_T = 0.218 \cdot M_T$

Para calcular el máximo momento M_T que se puede aplicar, debemos calcular cuanto tiene que valor M_T para que la sección A alcance la tensión admisible, y el valor de M_T para que la sección B alcance la tensión admisible.

$M_{Amax} = 0.782\ M_T = \dfrac{\tau_{adm} \cdot J_{PA}}{R_A}$ $M_{Bmax} = 0.218\ M_T = \dfrac{\tau_{adm} \cdot J_{PB}}{R_B}$

$M_{TA} := \dfrac{\tau_{adm} \cdot J_{PA}}{R_A} \cdot \dfrac{J_{PA} + J_{PB}}{J_{PA}} = 6.373 \cdot kN \cdot m$ $M_{TB} := \dfrac{\tau_{adm} \cdot J_{PB}}{R_B} \cdot \dfrac{J_{PA} + J_{PB}}{J_{PB}} = 9.56 \cdot kN \cdot m$

El máximo valor que puede tomar M_T resulta entonces el menor de los dos. $M_T := M_{TA} = 6.373 \cdot kN \cdot m$

Los momentos de cada barra resultan entonces: $M_A := \dfrac{J_{PA}}{J_{PA} + J_{PB}} \cdot M_T = 4.986 \cdot kN \cdot m$ $M_B := \dfrac{J_{PB}}{J_{PA} + J_{PB}} \cdot M_T = 1.387 \cdot kN \cdot m$

Las tensiones tangenciales máximas resultan: $\tau_A := \dfrac{M_A \cdot R_A}{J_{PA}} = 50 \cdot MPa$ $\tau_B := \dfrac{M_B \cdot R_B}{J_{PB}} = 33.333 \cdot MPa$

Las tensiones tangenciales mínimas: $\tau_{min-A} := \dfrac{M_A \cdot r_A}{J_{PA}} = 45.833 \cdot MPa$ $\tau_{min-B} := \dfrac{M_B \cdot r_B}{J_{PB}} = 29.167 \cdot MPa$

Las curvaturas resultan: $X_A := \dfrac{M_A}{G \cdot J_{PA}} = 9.804 \times 10^{-3} \dfrac{1}{m}$ $X_B := \dfrac{M_B}{G \cdot J_{PB}} = 9.804 \times 10^{-3} \dfrac{1}{m}$

Y finalmente el giro absoluto máximo: $\theta_1 := X_A \cdot L_A = 0.039$ $\theta_2 := X_B \cdot L_B = 0.039$