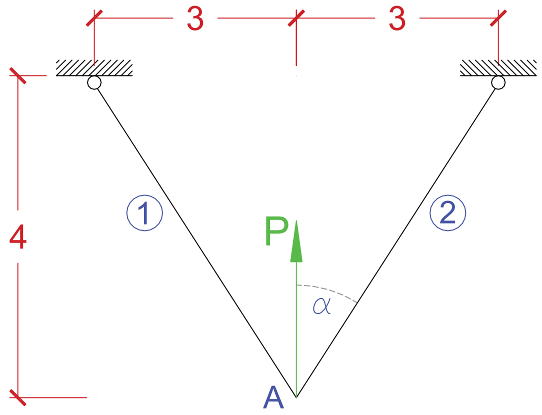
Enunciado: Para la siguiente estructura, calcular el desplazamiento del punto A.



Datos:

$L_H := 3m$

$L_V := 4m$

$A := 2.5 \cdot cm^2$

$E := 210GPa$

$P := 50kN$

Resolución:

Para poder calcular el desplazamiento del punto P debemos primero calcular las tensiones y deformaciones especificas de las barras. Para poder calcular esto requerimos conocer el valor de los esfuerzos axiles de las barras.

Siendo: $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ $\cos(\alpha) = \frac{4}{5}$ $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$ $\alpha := \operatorname{acos}\left(\frac{4}{5}\right) = 0.644$

Asumiendo los esfuerzos de las barras de tracción, calculamos el equilibrio del nudo A:

$\sum F_h$ $0 = N_2 \cdot \sin(\alpha) - N_1 \cdot \sin(\alpha)$

$\sum F_v$ $0 = N_2 \cdot \cos(\alpha) + N_1 \cdot \cos(\alpha) + P$

Del cual despejamos: $N_1 = -31.25\,kN$ $N_2 = -31.25\,kN$

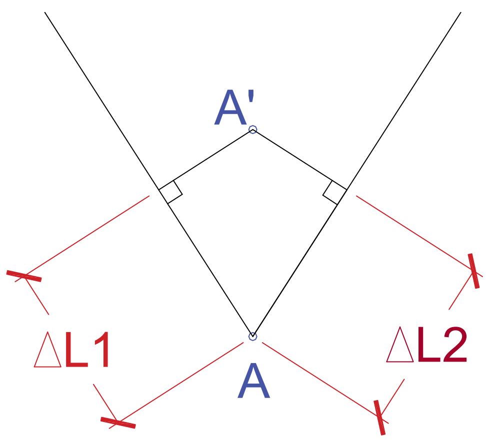
Por lo tanto: $\sigma_1 := \frac{N_1}{A} = -125 \cdot MPa$ $\sigma_2 := \frac{N_2}{A} = -125 \cdot MPa$

$\varepsilon_1 := \frac{\sigma_1}{E} = -5.952 \times 10^{-4}$ $\varepsilon_2 := \frac{\sigma_2}{E} = -5.952 \times 10^{-4}$

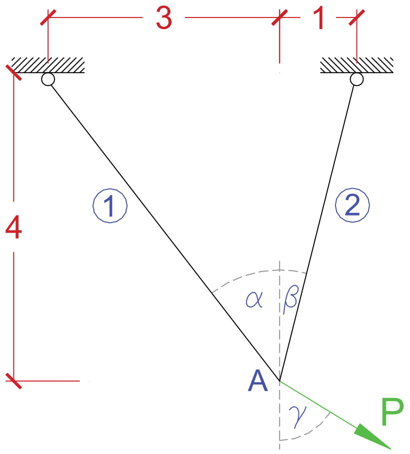
$\Delta L_1 := \varepsilon_1 \cdot L_1 = -2.976 \cdot mm$ $\Delta L_2 := \varepsilon_2 \cdot L_2 = -2.976 \cdot mm$ Siendo: $L_1 = L_2 = 5m$

Finalmente, por Williot, cada barra puede deformarse (acortarse o alargarse) en la dirección de su eje, y luego girar perpendicular a este. Por lo tanto el punto A se mueve al punto A' como se ve en el esquema. Dado que el sistema es totalmente simétrico, el punto A sufre únicamente un desplazamiento vertical, hacia arriba, de valor:

$$\delta := \frac{|\Delta L_1|}{\cos(\alpha)} = 3.72 \cdot mm$$



Enunciado: Para la siguiente estructura, calcular el desplazamiento del punto A.



Datos:

$L_{H1} := 3m$ $\quad A_1 := 2.5 \cdot cm^2$

$L_{H2} := 1m$ $\quad A_2 := 5 \cdot cm^2$

$L_V := 4m$ $\quad E := 210GPa$

$\gamma := 50°$ $\quad P := 100kN$

Resolución:

Para poder calcular el desplazamiento del punto P debemos primero calcular las tensiones y deformaciones especificas de las barras. Para poder calcular esto requerimos conocer el valor de los esfuerzos axiles de las barras.

Siendo: $\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{3}{4}\right) = 0.644$ $\quad \beta := \operatorname{atan}\left(\frac{1}{4}\right) = 0.245$

Asumiendo los esfuerzos de las barras de tracción, calculamos el equilibrio del nudo A:

$$\sum F_h \qquad 0 = N_2 \cdot \sin(\beta) - N_1 \cdot \sin(\alpha) + P \cdot \sin(\gamma)$$

$$\sum F_v \qquad 0 = N_2 \cdot \cos(\beta) + N_1 \cdot \cos(\alpha) - P \cdot \cos(\gamma)$$

Del cual despejamos: $N_1 = 115.843\,kN$ $\quad N_2 = -29.269\,kN$

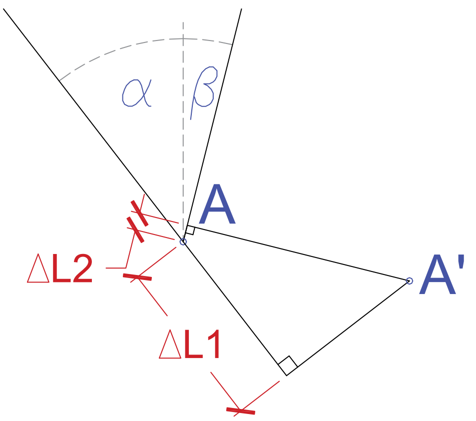
Por lo tanto: $\sigma_1 := \frac{N_1}{A_1} = 463.371 \cdot MPa$ $\quad \sigma_2 := \frac{N_2}{A_2} = -58.539 \cdot MPa$

$\varepsilon_1 := \frac{\sigma_1}{E} = 2.207 \times 10^{-3}$ $\quad \varepsilon_2 := \frac{\sigma_2}{E} = -2.788 \times 10^{-4}$

Siendo: $L_1 := \sqrt{(3m)^2 + (4m)^2} = 5\,m$ $\quad L_2 := \sqrt{(1m)^2 + (4m)^2} = 4.123\,m$

$\Delta L_1 := \varepsilon_1 \cdot L_1 = 11.033 \cdot mm$ $\quad \Delta L_2 := \varepsilon_2 \cdot L_2 = -1.149 \cdot mm$

Finalmente, por Williot, cada barra puede deformarse (acortarse o alargarse) en la dirección de su eje, y luego girar perpendicular a este. Por lo tanto el punto A se mueve al punto A' como se ve en el esquema. Definiendo como positivo hacia abajo y hacia la derecha:



$$\Delta L_1 = a_x \cdot \sin(\alpha) + a_y \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Delta L_2 = -a_x \cdot \sin(\beta) + a_y \cdot \cos(\beta)$$

Despejo: $a_y = 2.559 \cdot mm$ $\quad a_x = 14.976 \cdot mm$