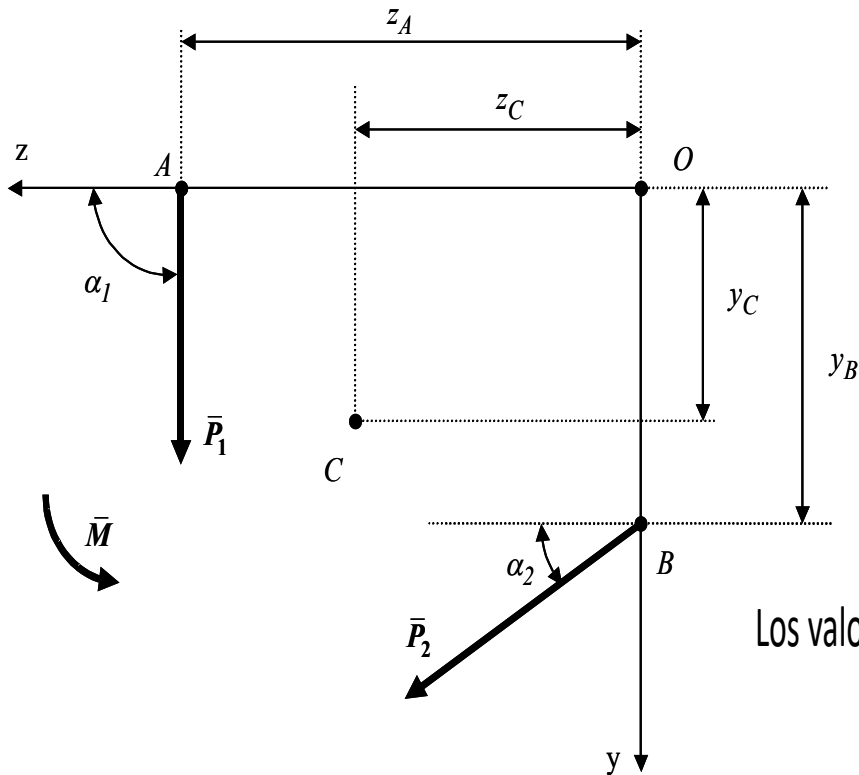


Tp 1 - Ejercicio N°4



$P1$	$P2$	M	$\alpha1$	$\alpha2$	yA	zA	yB	zB	yC	zC
kN	kN	$kN\ m$	$^\circ$	$^\circ$	m	m	m	m	m	m
20	40	30	90	20	0	4	4	0	2	2

Los valores indicados en la tabla corresponden al módulo de las magnitudes correspondientes

Se solicita:

Hallar el binomio de reducción en el punto O

Determinar la resultante del sistema (módulo, dirección, sentido y un punto de aplicación)

Equilibrarlo con una cupla y dos fuerzas, cuyas rectas de acción sean, respectivamente, el eje z y una paralela al eje y que pase por el punto C .

Equilibrarlo con dos fuerzas, una cuya recta de acción pase por el punto C y otra cuya recta de acción sea el eje y .

Binomio de reducción al punto "0"

$$R_y = P_1 \cdot \sin(\alpha_1) + P_2 \cdot \sin(\alpha_2)$$

$$R_z = P_1 \cdot \cos(\alpha_1) + P_2 \cdot \cos(\alpha_2)$$

$$M_{Rx}^0 = -P_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot z_A + P_2 \cdot \cos(\alpha_2) \cdot y_B - M$$

Ry	Rz	MROx
33,7	37,6	40,4

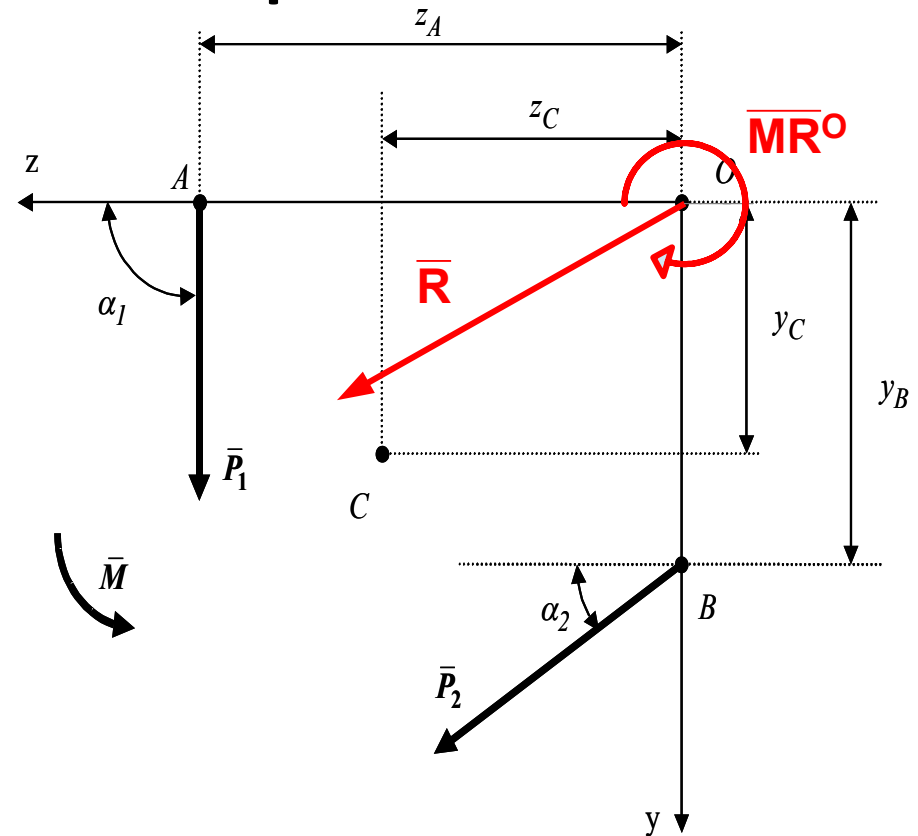
Resultante:

Vector

$$R = R_y \cdot j + R_z \cdot k$$

Módulo

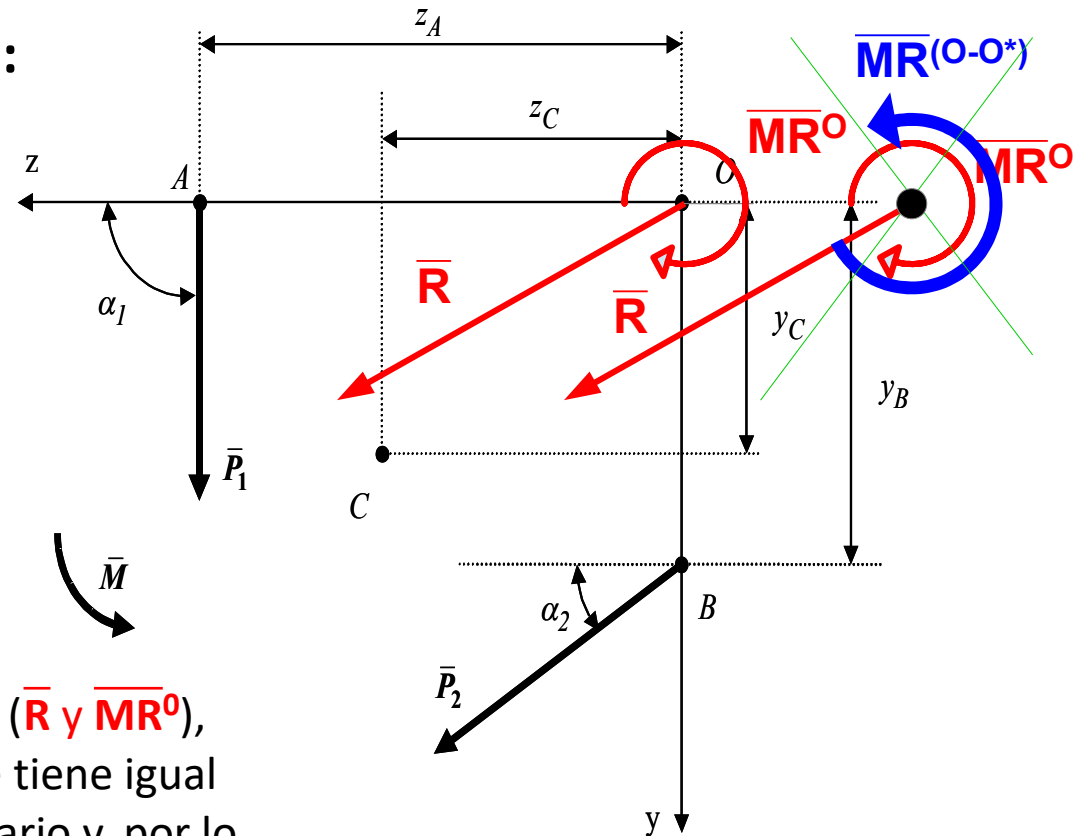
$$R = \sqrt{R_y^2 + R_z^2}$$



Punto de aplicación O^* de la resultante:

Si redujéramos el sistema (ahora usando el binomio de reducción $\bar{\mathbf{R}}$ y $\overline{\mathbf{MR}}^0$) a un punto " O^* " de la recta de acción de la resultante

Obtendríamos, además del binomio encontrado ($\bar{\mathbf{R}}$ y $\overline{\mathbf{MR}}^0$), una cupla al reducir $\bar{\mathbf{R}}$ hacia " O^* " ($\overline{\mathbf{MR}}^{(O-O^*)}$), que tiene igual dirección y módulo que $\overline{\mathbf{MR}}^0$ pero sentido contrario y, por lo tanto, se anulan mutuamente, quedando sólo $\bar{\mathbf{R}}$ equivalente al sistema original



El sistema de fuerzas provoca sólo traslaciones en el cuerpo o estructura en estudio

Para hallar un punto de aplicación O^* de la resultante (con coordenadas y_{O^*} y z_{O^*}), debe plantearse:

- 1°) Encontrar la cupla de traslación de $\bar{\mathbf{R}}$ calculando: $\overline{\mathbf{MR}}^{(O-O^*)} = (O-O^*) \wedge \bar{\mathbf{R}} \Rightarrow \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & -y_{O^*} & -z_{O^*} \\ 0 & R_y & R_z \end{vmatrix}$
- 2°) Sumar vectorialmente $\overline{\mathbf{MR}}^{(O-O^*)} + \overline{\mathbf{MR}}^O = 0$
por lo que escalarmente planteamos:

$$R_y \cdot z_{O^*} - R_z \cdot y_{O^*} + M_{Rx}^O = 0$$

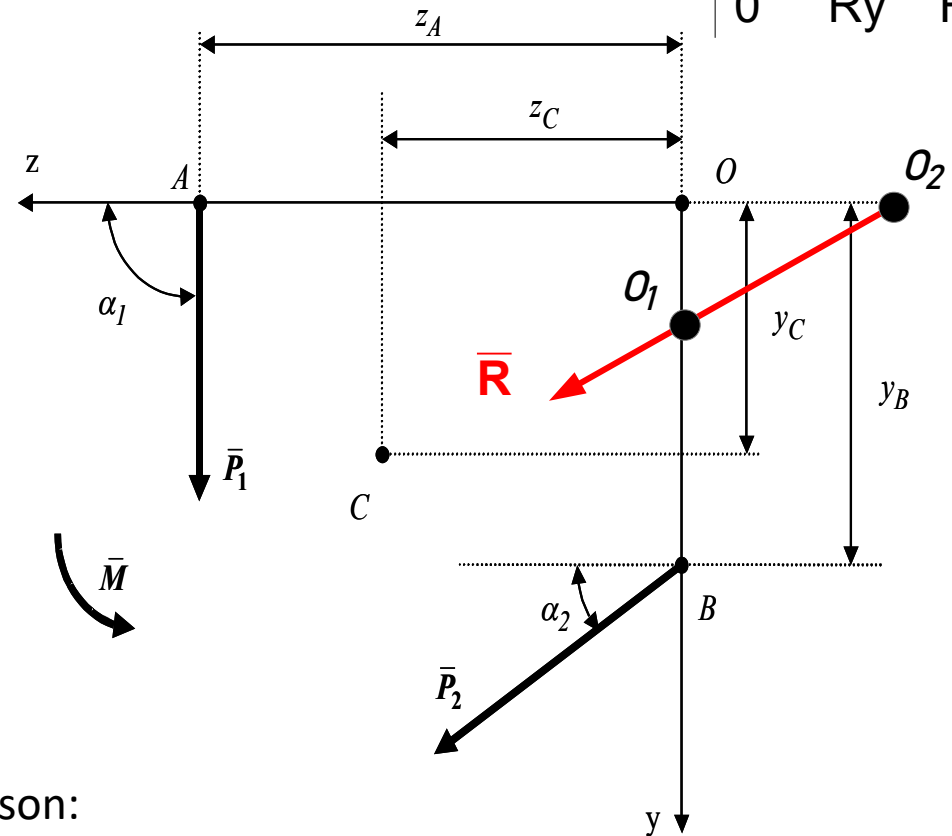
Por lo que, evidentemente, existen infinitos puntos de aplicación de la resultante, formando una recta:

$$z_{O^*} = \frac{R_z}{R_y} \cdot y_{O^*} - \frac{M_{Rx}^O}{R_y} \quad \text{ó} \quad y_{O^*} = \frac{R_y}{R_z} \cdot z_{O^*} + \frac{M_{Rx}^O}{R_z}$$

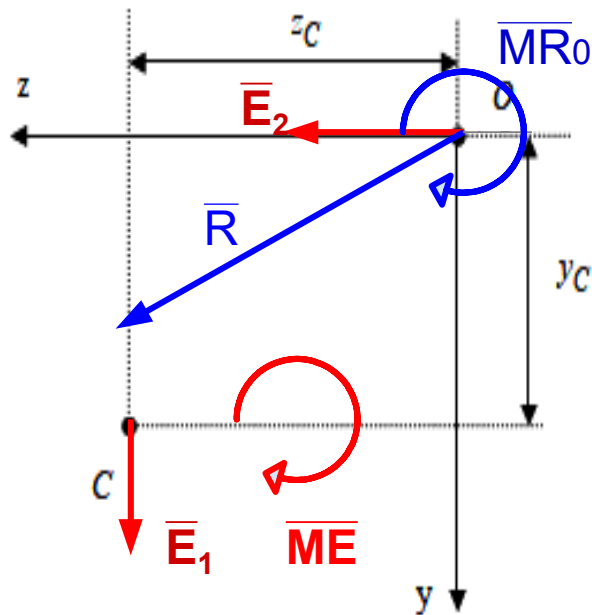
Los puntos de intersección de esta recta con los ejes coordenados $\bar{y}$ y $\bar{z}$ son O_1 y O_2

$$z_{O1} = -\frac{M_{Rx}^O}{R_y} \quad \text{y} \quad y_{O1} = \frac{M_{Rx}^O}{R_z} \quad \text{Cuyos valores son:}$$

R_y	R_z	R	z_{O1}	y_{O1}	z_{O2}	y_{O2}
33,7	37,6	50,5	0	1,07	-1,19	0



Equilibrar el sistema con una cupla y dos fuerzas, cuyas rectas de acción sean, respectivamente, el eje z y una paralela al eje y que pase por el punto C



Como el binomio de reducción (**AZUL**) en “O” es equivalente al sistema original, trabajaremos con $\bar{R}$ y $\bar{MR}_0$ y lo equilibraremos con el conjunto de fuerzas en **ROJO**

Las magnitudes estáticas equilibrantes y sus respectivos puntos de aplicación serán:

$$\bar{E}_1 = E_{1y} \cdot j$$

$$\bar{E}_2 = E_{2z} \cdot k$$

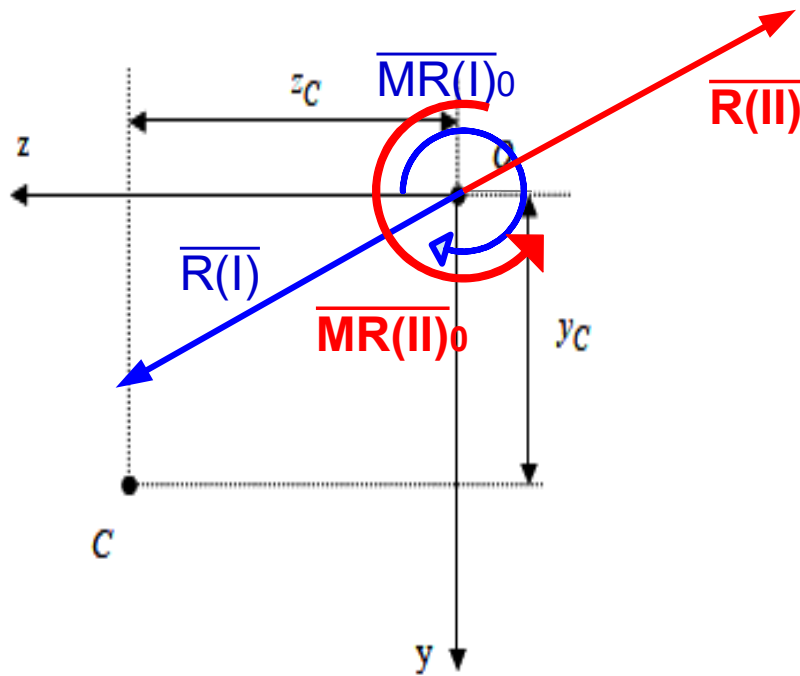
$$\bar{M}_E = M_E \cdot i$$

$$C(y_C \quad z_C)$$

$$O(0 \quad 0)$$

NOTA: Las direcciones son dato, pero los sentidos y módulos de las fuerzas y momento “E” son incógnitas. Lo recomendable es asignar sentidos positivos (en este caso de acuerdo a la terna izquierda usada) a todas las incógnitas. Los módulos se calcularán a continuación planteando el “EQUILIBRIO” de ambos sistemas. El **AZUL** y el **ROJO**

Plantear el equilibrio de ambos sistemas significa plantear la nulidad del conjunto de todas las fuerzas puestas en juego (o sea: ambos binomios de reducción).



Vectorialmente:

$$\overline{R(I)} + \overline{R(II)} = 0$$

$$\overline{MR(I)_0} + \overline{MR(II)_0} = 0$$

Escalarmente:

$$(1) \quad R_y + E_{1y} = 0$$

$$(2) \quad R_z + E_{2z} = 0$$

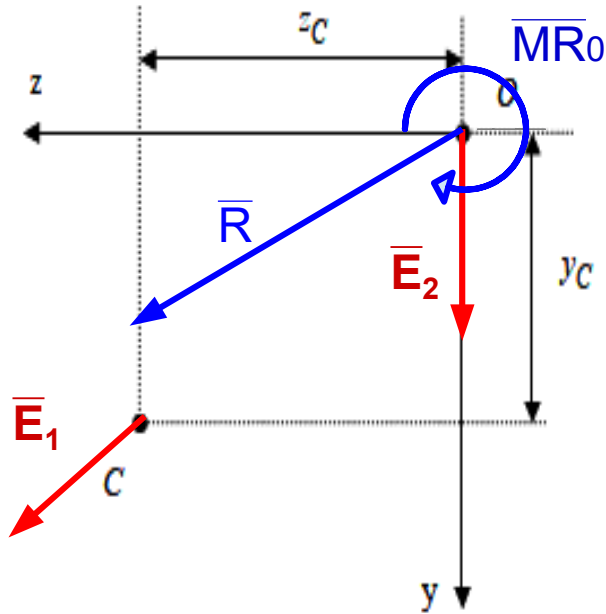
$$(3) \quad M_{Rx}^O + M_E - E_{1y} \cdot z_C = 0$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas cuya resolución es:

E_{1y}	E_{2z}	ME
-33,7	-37,6	-107,7

NOTA: Los signos “-” significan que los sentidos arbitrariamente elegidos para las incógnitas son contrarios a los reales.

Equilibrar el sistema con dos fuerzas, una cuya recta de acción pase por el punto C y otra cuya recta de acción sea el eje y



Como el binomio de reducción (**AZUL**) en “0” es equivalente al sistema original, trabajaremos con $\vec{R}$ y $\overline{MR}_0$ y lo equilibraremos con el conjunto de fuerzas en **ROJO**

Las magnitudes estáticas equilibrantes y sus respectivos puntos de aplicación serán:

$$\vec{E}_1 = E_{1y} \cdot j + E_{1z} \cdot k$$

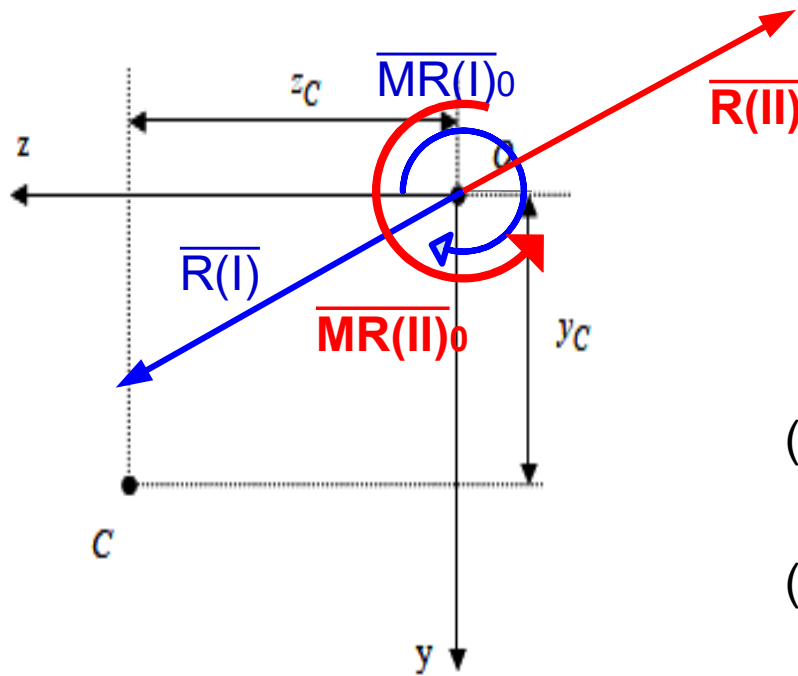
$$C(y_C \quad z_C)$$

$$\vec{E}_2 = E_{2y} \cdot j$$

$$O(0 \quad 0)$$

NOTA: Las direcciones son dato, pero los sentidos y módulos de las fuerzas son incógnitas. Lo recomendable es asignar sentidos positivos (en este caso de acuerdo a la terna izquierda usada) a todas las incógnitas. Los módulos se calcularán a continuación planteando el “EQUILIBRIO” de ambos sistemas. El **AZUL** y el **ROJO**

Plantear el equilibrio de ambos sistemas significa plantear la nulidad del conjunto de todas las fuerzas puestas en juego (o sea: ambos binomios de reducción).



Vectorialmente:

$$\overline{R(I)} + \overline{R(II)} = 0$$

$$\overline{MR(I)_0} + \overline{MR(II)_0} = 0$$

Escalarmente:

$$(1) \quad R_y + E_{1y} + E_{2y} = 0$$

$$(2) \quad R_z + E_{1z} = 0$$

$$(3) \quad M_{Rx}^O + E_{2y} \cdot z_C + R_y \cdot z_C - R_z \cdot y_C = 0$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas cuya resolución es:

E_{1y}	E_{1z}	E_{2y}
-17,4	-37,6	-16,3

NOTA: Los signos “-” significan que los sentidos arbitrariamente elegidos para las incógnitas son contrarios a los reales.