

86.05 - SEÑALES Y SISTEMAS

GUÍA 1: SEÑALES EN EL TIEMPO

☞ = Python, Julia, MATLAB, OCTAVE, etc.

1. Determine los valores en forma rectangular de los siguiente números complejos:

(a) $e^{j\pi/2}$

(b) $e^{j3\pi/2}$

(c) $e^{j\pi}$

(d) $e^{j(\pi/2+2\pi m)}$ con $m \in \mathbb{Z}$

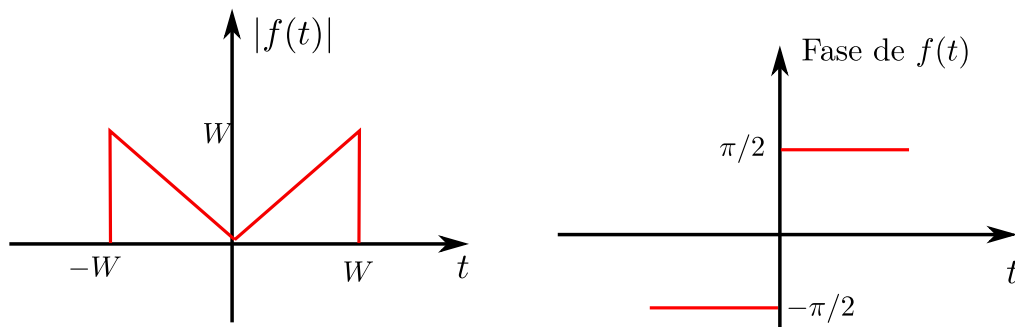
(e) $e^{j\pi/2+2\pi m}$ con $m \in \mathbb{Z}$

(f) j^j

(g) $\bar{j}^j$

(h) $\frac{3+5j}{1+j}$

2. Dado el siguiente gráfico de módulo y fase para la función $f(t)$, encuentre una expresión en forma rectangular para cada valor de t .



3. Usando que $\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$ y $\sin(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$ demuestre las siguientes identidades trigonométricas:

(a) $\sin(\theta \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos(\theta)$

(b) $\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta)$

4. Graficar las siguientes señales de tiempo continuo.

(a) $x(t) = \cos(\frac{2\pi}{8}t)$

(b) $x(t) = \sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$

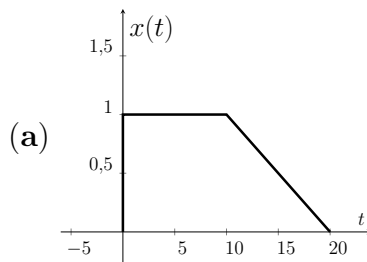
(c) $x(t) = u(t - 3) - u(t - 5)$

(d) $x(t) = \int_{-\infty}^t (\delta(\tau - 4) - \delta(\tau - 6)) d\tau$

(e) Tren de deltas de período $T = 4$:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

5. Para la señal $x(t)$



graficar en :

(i) $x\left(\frac{3}{2}t + 1\right)$

(ii) $x(-2t - 1)$

(iii) $x\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\right)$

6. Sea la señal periódica

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ -2 & \text{si } 1 < t < 2 \end{cases}$$

con período $T = 2$ y el tren de impulsos $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - 2k)$.

(a) Comprobar que

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 g(t - t_1) + A_2 g(t - t_2)$$

para algún $t_1, t_2, A_1, A_2 \in \mathbb{R}$ y obtener A_1, A_2, t_1, t_2 .

(b) Graficar $x(t)$ y $\frac{dx(t)}{dt}$.

7. Sea $x(t)$ una señal de tiempo continuo, y sean $y_1(t) = x(2t)$ y $y_2(t) = x(t/2)$.

(a) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar con demostración o contraejemplo según corresponda.

(i) Si $x(t)$ es periódica, entonces $y_1(t)$ es periódica.

(ii) Si $y_1(t)$ es periódica, entonces $x(t)$ es periódica.

(iii) Si $x(t)$ es periódica, entonces $y_2(t)$ es periódica.

(iv) Si $y_2(t)$ es periódica, entonces $x(t)$ es periódica.

(b) Determinar, si existe, el período fundamental de $y_1(t)$ y $y_2(t)$.

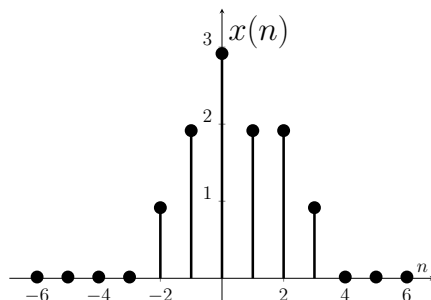
8. Graficar las siguientes señales en tiempo discreto:

- | | |
|---|---|
| (a) $\cos\left(\frac{2\pi}{12}n\right)$ | (b) $2^n u(n)$ |
| (c) $2^{-n}u(-n+2)$ | (d) $\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)u(n-2)$ |
| (e) $\cos\left(\frac{1}{6}n\right)$ | (f) $x(n)$ definida como las muestras de una senoidal de frecuencia 10Hz muestreada con $T_s = \frac{1}{1000\text{Hz}}$ |
-

9. Evaluar, si es posible, las siguientes sumas y expresar su respuesta en forma cartesiana y polar. Implementar una función en `Matlab` que obtenga la suma geométrica para cualquiera de ellas.

- | | | |
|--|--|---|
| (a) $\sum_{n=-2}^7 e^{j\frac{\pi}{2}n}$ | (b) $\sum_{n=0}^9 \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$ | (c) $\sum_{n=0}^9 \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{j\frac{\pi}{8}n}$ |
| (d) $\sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{j\frac{\pi}{2}n}, a < 1$ | (e) $\sum_{n=-4}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n e^{j\frac{3\pi}{4}n}$ | |
-

10. Sea la señal discreta $x(n)$



Graficar cada una de las siguientes señales. Implementar en `Matlab` una función que grafique cada una de ellas a partir de una $x(n)$ genérica.

- | | |
|------------------|-------------------------|
| (a) $x(n)u(2-n)$ | (b) $x(n-1)\delta(n-3)$ |
| (c) $x(3n+1)$ | (d) $x(3-n)$ |
-

11. Sea $x(n)$ una señal de tiempo discreta, y sean $y_1(n) = x(2n)$ y

$$y_2(n) = \begin{cases} x(n/2) & \text{si } n \text{ es par} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar con demostración

o contraejemplo según corresponda.

- (i) Si $x(n)$ es periódica, entonces $y_1(n)$ es periódica.
- (ii) Si $y_1(n)$ es periódica, entonces $x(n)$ es periódica.
- (iii) Si $x(n)$ es periódica, entonces $y_2(n)$ es periódica.
- (iv) Si $y_2(n)$ es periódica, entonces $x(n)$ es periódica.

(b) Obtener, si existe, el período fundamental de $y_1(n)$ y $y_2(n)$.

12. Sea $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ la señal exponencial compleja en tiempo continuo con período fundamental $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Sea la siguiente señal discreta obtenida al tomar muestras de $x(t)$ equiespaciadas:

$$x_d(n) = x(nT_s) = e^{j\omega_0 t} \Big|_{t=nT_s} = e^{j\omega_0 nT_s}$$

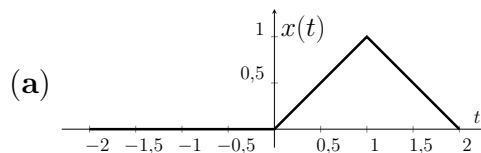
- (a) Demostrar que $x_d(n)$ es periódica si y sólo si $\frac{T_0}{T_s}$ es un número racional.
 - (b) Determinar el período y la frecuencia fundamental de $x_d(n)$ cuando ésta es periódica. Expresar la frecuencia fundamental como una fracción de T_0 .
 - (c) ¿Cuántos periodos de T_0 se necesitan para obtener las muestras que forman un solo período de $x_d(n)$ en el caso en que ésta última es periódica?
-

13. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- (a) La suma de dos señales senoidales de tiempo continuo de frecuencias f_1 y f_2 es siempre una señal periódica.
- (b) La suma de dos señales senoidales de tiempo discreto de frecuencias f_1 y f_2 es siempre una señal periódica.

EJERCICIOS ADICIONALES

14. Graficar las partes par e impar de la siguiente señal.



15. Demostrar las siguientes propiedades sobre la paridad las señales en el tiempo continuo:

(a) Si $x(t)$ es impar, entonces su valor medio es cero:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = 0$$

(b) Si $x(t)$ es par, entonces:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = 2 \int_0^{\infty} x(t) dt = 2 \int_{-\infty}^0 x(t) dt$$

(c) Si $x_1(t)$ es par y $x_2(t)$ es impar, entonces $x_1(t)x_2(t)$ es impar.

(d) Si $x_1(t)$ es par y $x_2(t)$ es par, entonces $x_1(t)x_2(t)$ es par.

(e) Si $x_1(t)$ es impar y $x_2(t)$ es impar, entonces $x_1(t)x_2(t)$ es par.

Estos resultados también se extienden para las señales en el tiempo discreto.