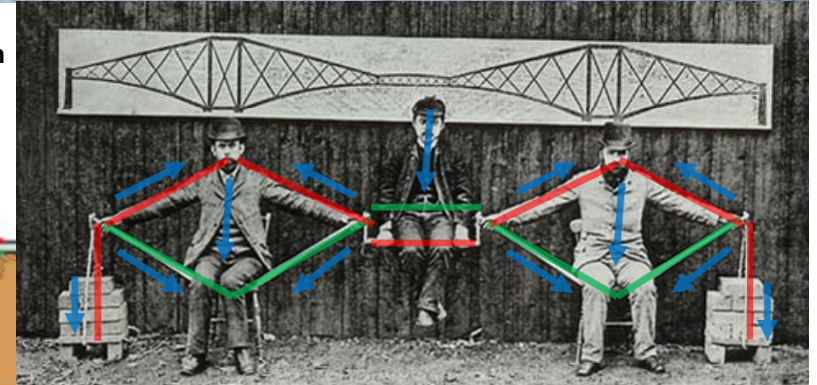
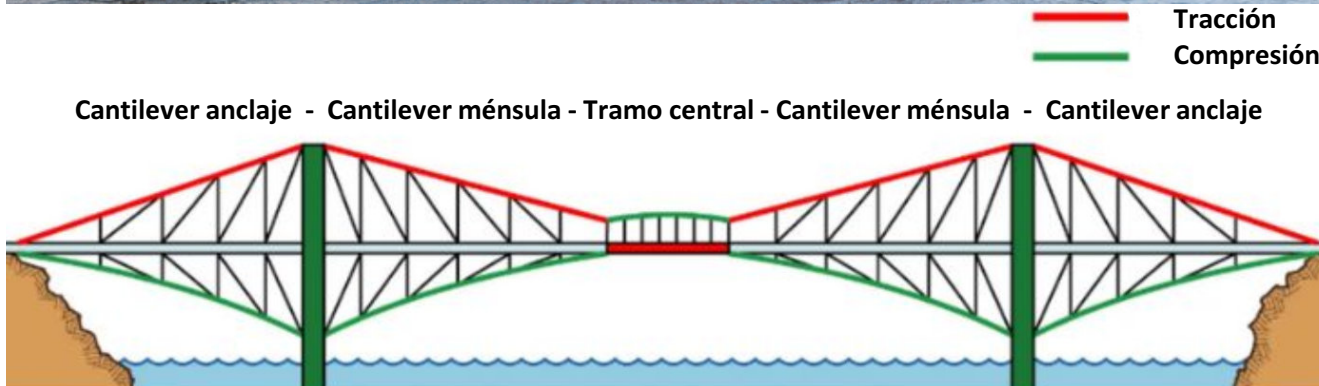


TB036 - ESTÁTICA



PUENTE FERROVIARIO FORTH - ESCOCIA



PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA

SISTEMAS DE FUERZAS

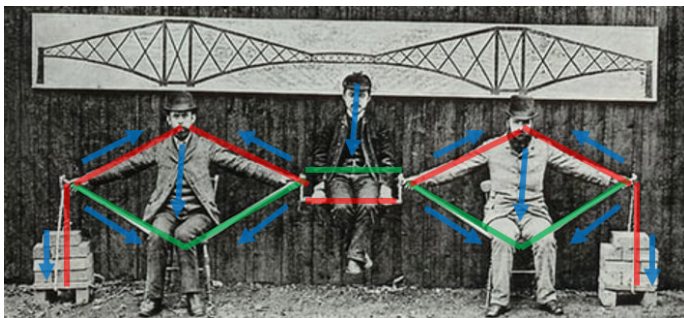
MECÁNICA

Estudio del movimiento
de las partículas y fluidos



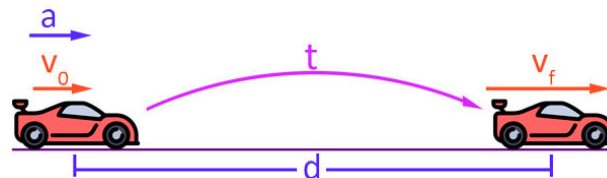
ESTÁTICA

Estudio de las
condiciones de
equilibrio de los
cuerpos indeformables



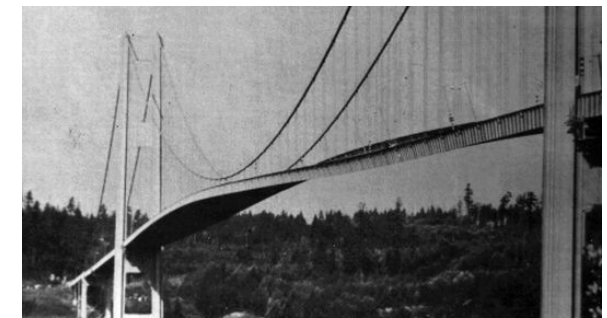
CINEMÁTICA

Estudio el movimiento
de los cuerpos desde
el punto de vista
geométrico



DINÁMICA

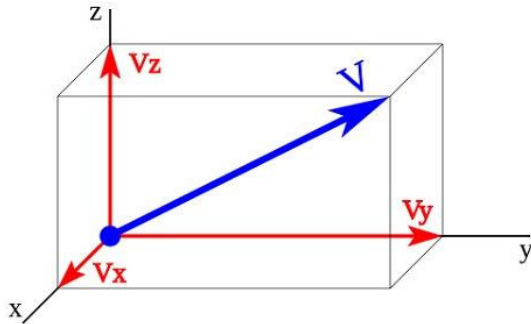
Estudio el movimiento
de los cuerpos y las
causas que los
producen o generan



ESTÁTICA

FUERZA

- Puntuales
- Superficiales
- Volumétricas



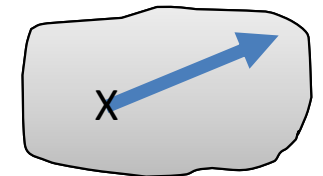
Toda acción capaz de modificar el estado de movimiento o deformación de un cuerpo

MAGNITUD

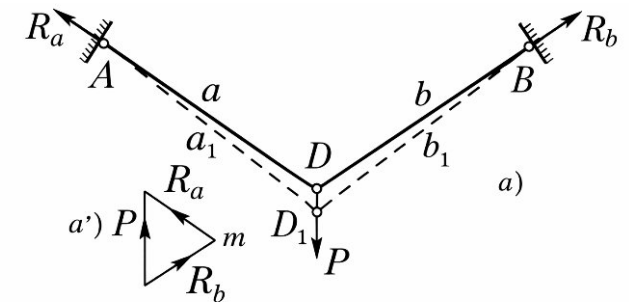
SENTIDO

DIRECCIÓN

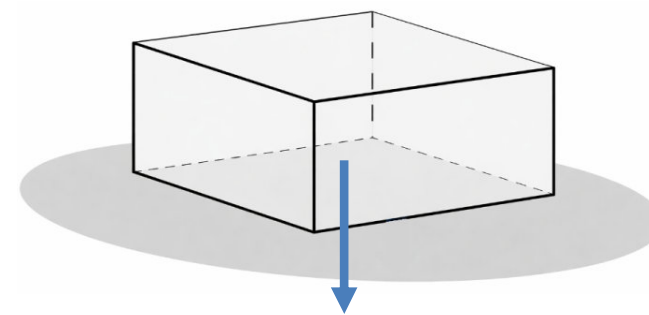
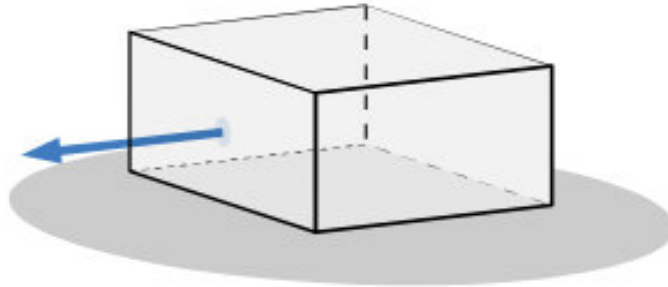
PUNTO DE APLICACIÓN



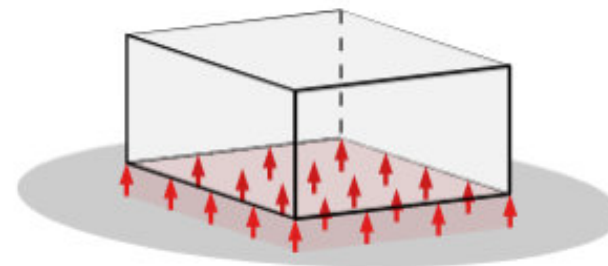
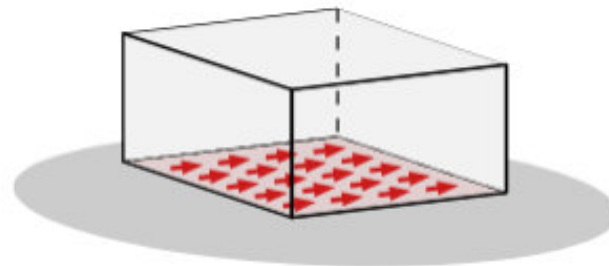
Hipótesis de rigidez: Asumimos que el cuerpo con el que trabajamos es infinitamente rígido. (la distancia entre 2 puntos es invariable)



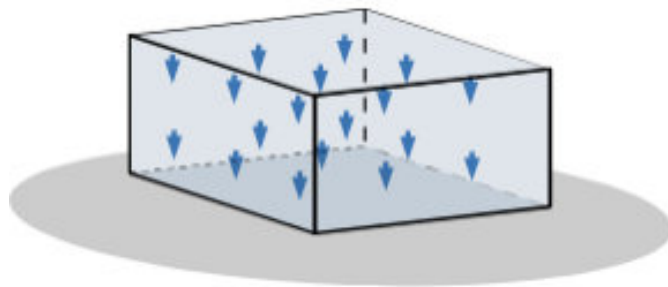
FORMAS DE APLICACIÓN DE LAS FUERZAS



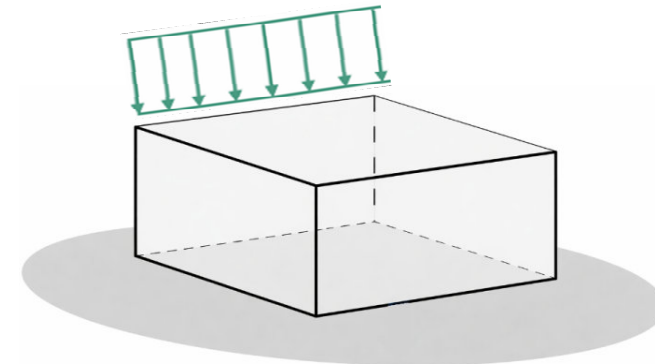
Fuerzas concentradas o puntuales (kN)



Fuerzas superficiales o distribuidas (kN/m^2)



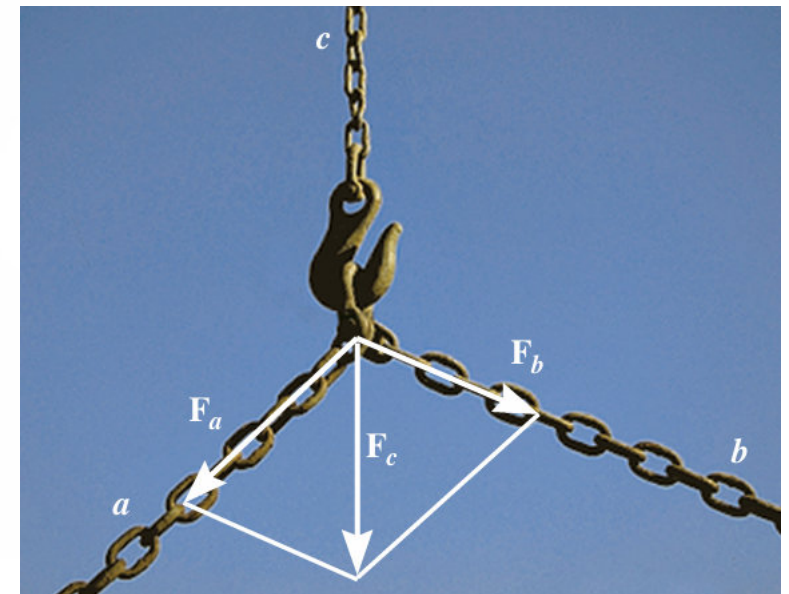
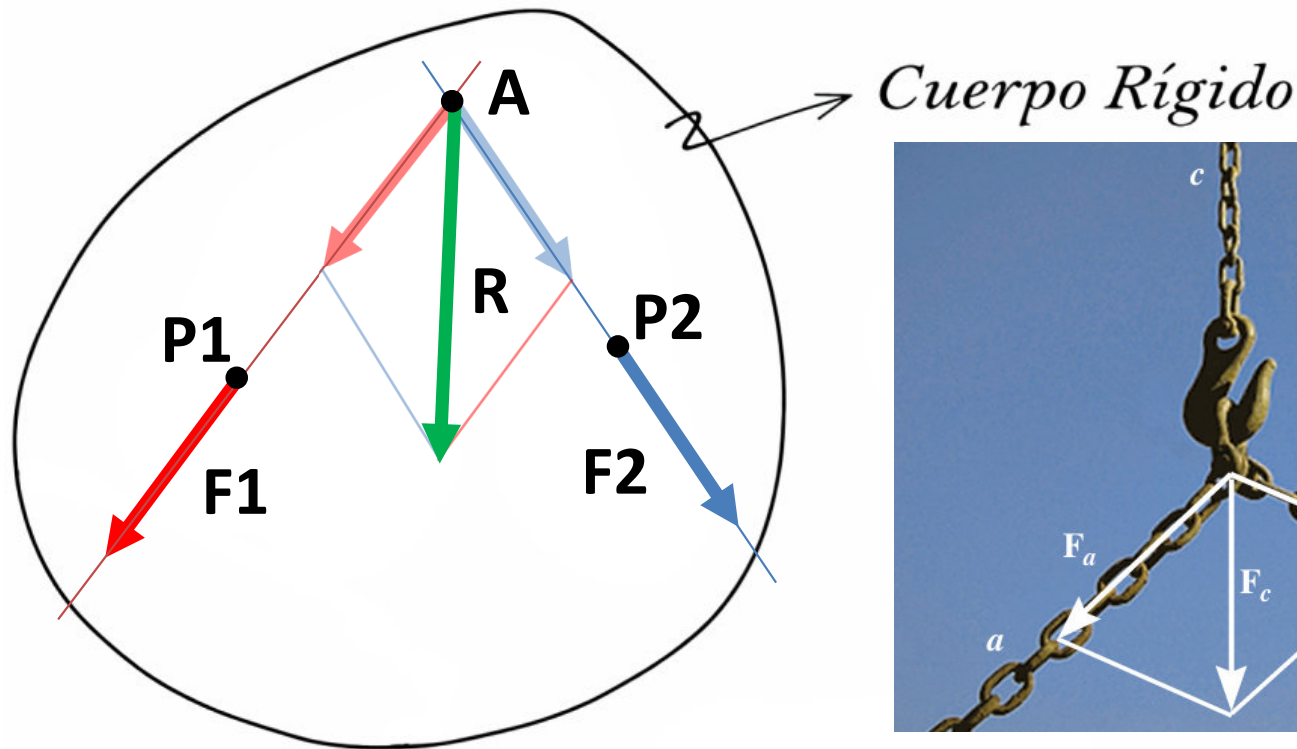
Fuerzas másicas o
volumétricas (kN/m^3)



Fuerzas lineales o por
unidad de longitud (kN/m)

PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

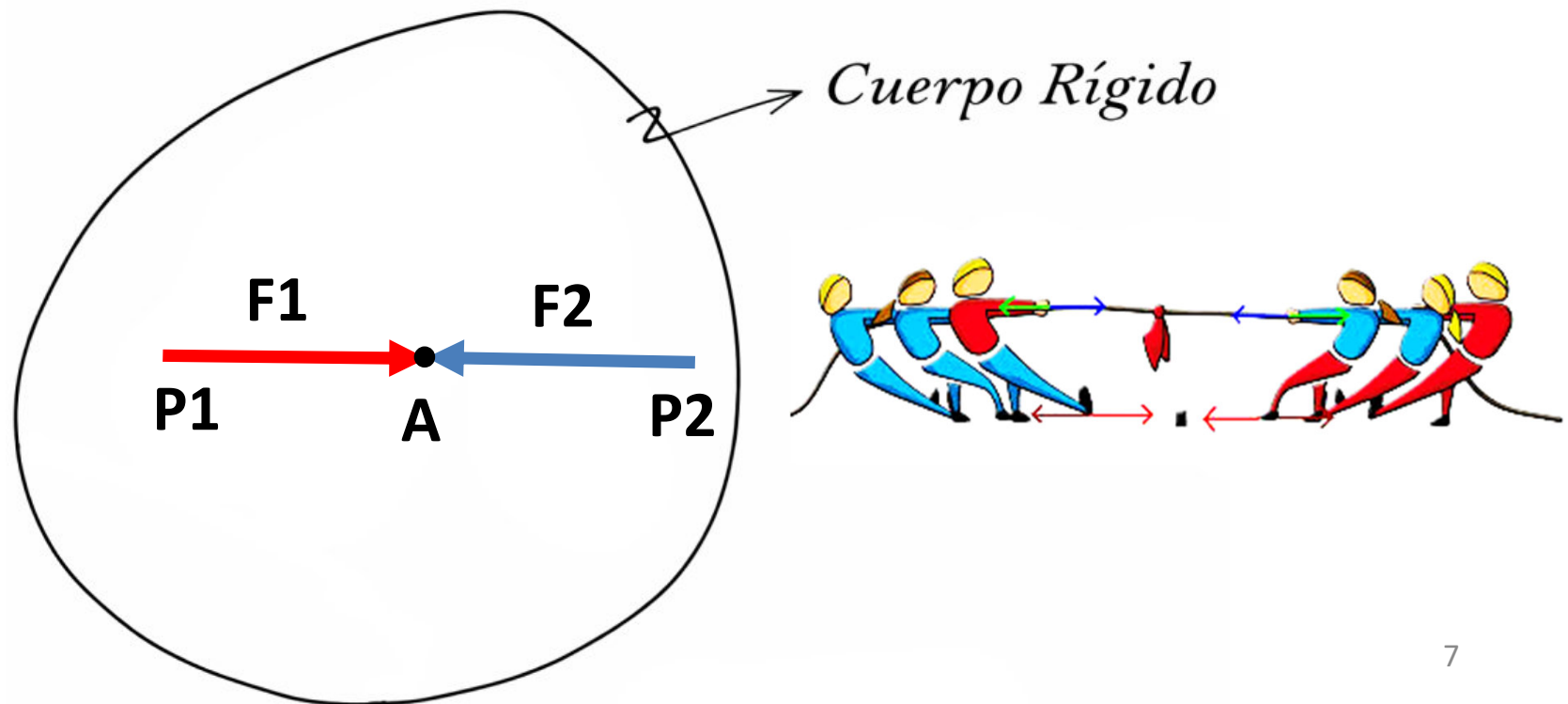
Primer principio: El efecto de dos fuerzas (F_1 y F_2) que actúan sobre un mismo cuerpo rígido y cuyas rectas de acción se cortan en un punto propio (A), es el mismo del que tiene una sola fuerza (R) cuya recta de acción pasa por su punto en común (A) y cuya dirección, intensidad y sentido están dada por el paralelogramo que construyen sus vectores representativos.



PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

Segundo principio: El efecto de dos fuerzas (F_1 y F_2) que actúan sobre un mismo cuerpo rígido y tienen la misma intensidad, la misma recta de acción y sentidos contrarios es nulo.

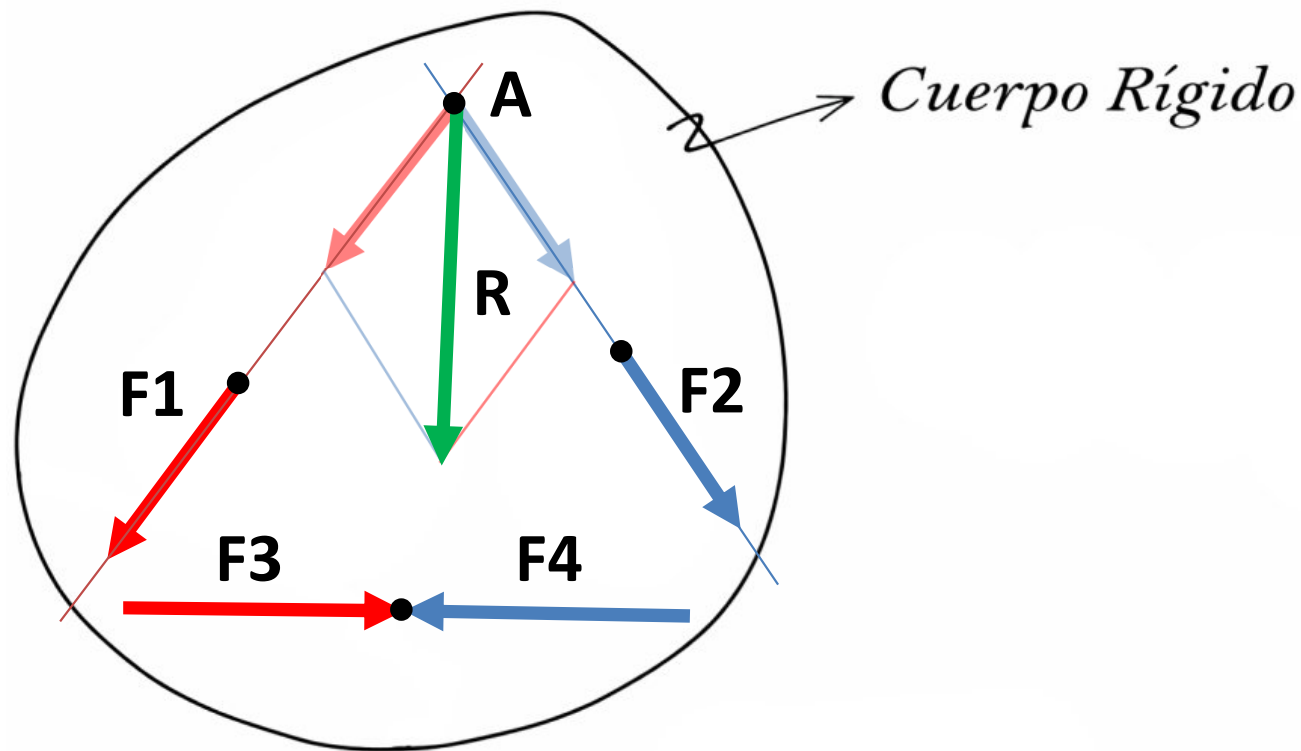
O, para que dos fuerzas se equilibren es necesario que sean opuestas.



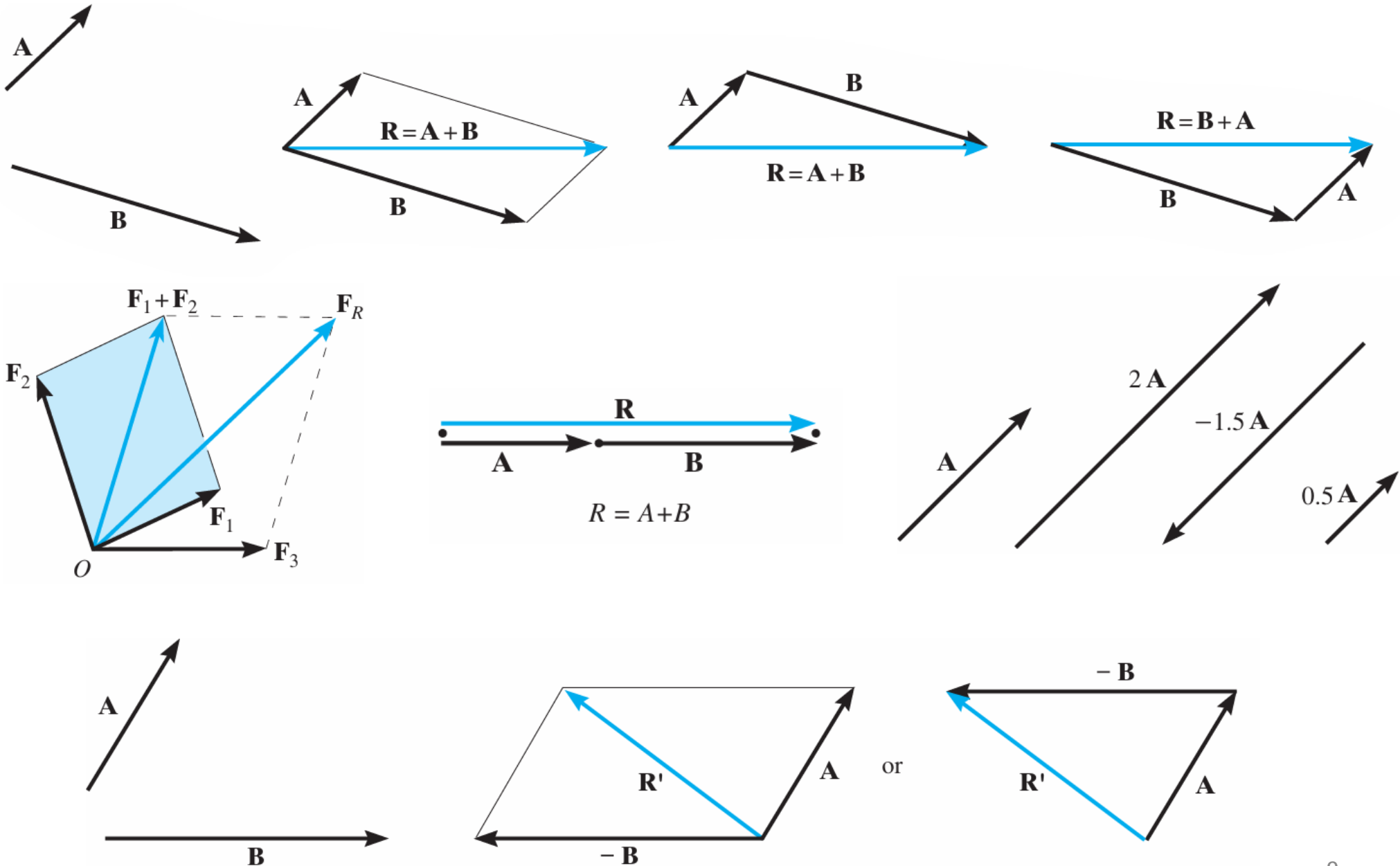
PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

Tercer principio: A un sistema de fuerzas que actúa sobre el mismo cuerpo rígido, se le puede agregar o quitar un sistema nulo sin que varíe el efecto que tiene sobre el cuerpo rígido sobre el cual actúa.

La única condición que se debe cumplir es que el sistema nulo se aplique sobre el mismo cuerpo rígido.

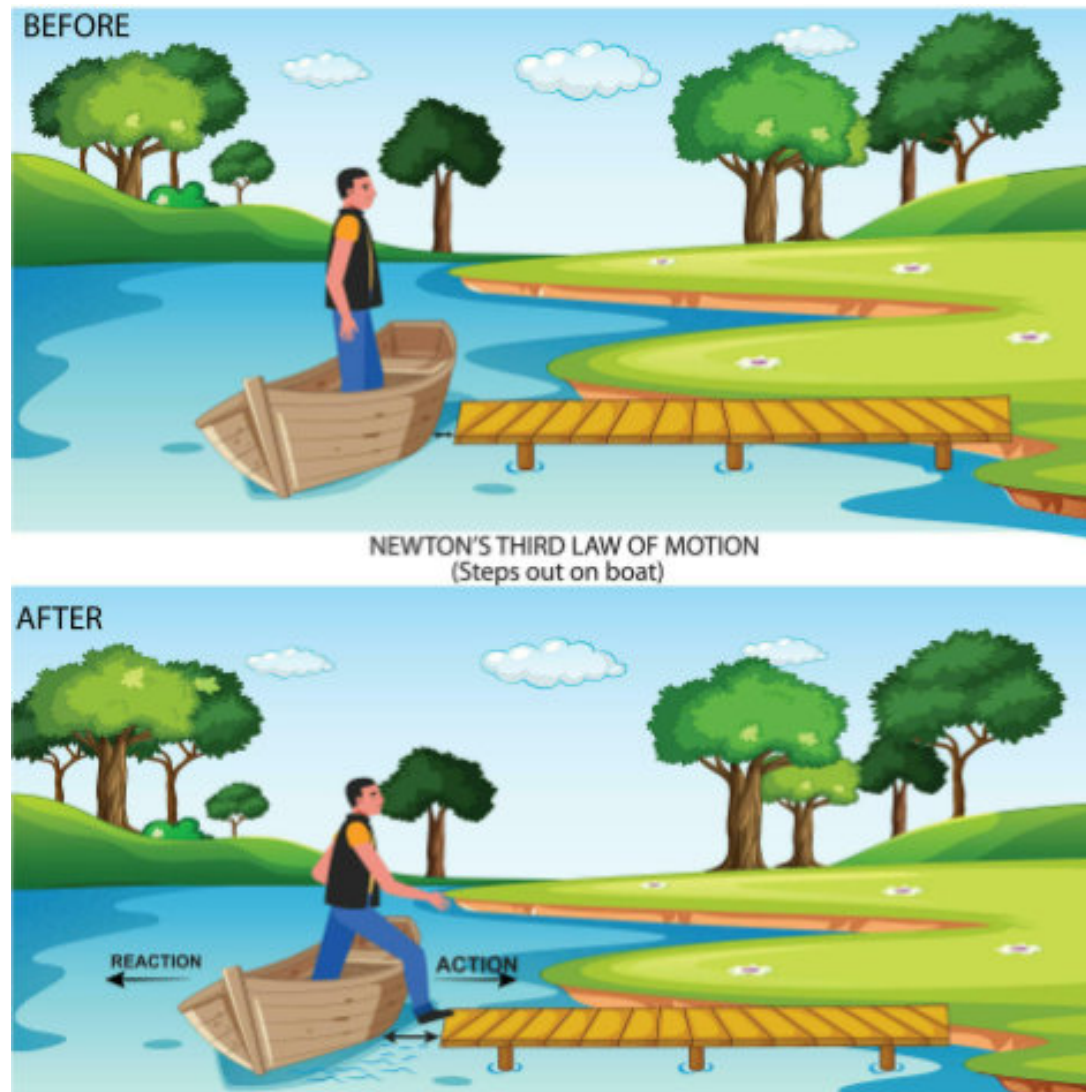


Operaciones con vectores



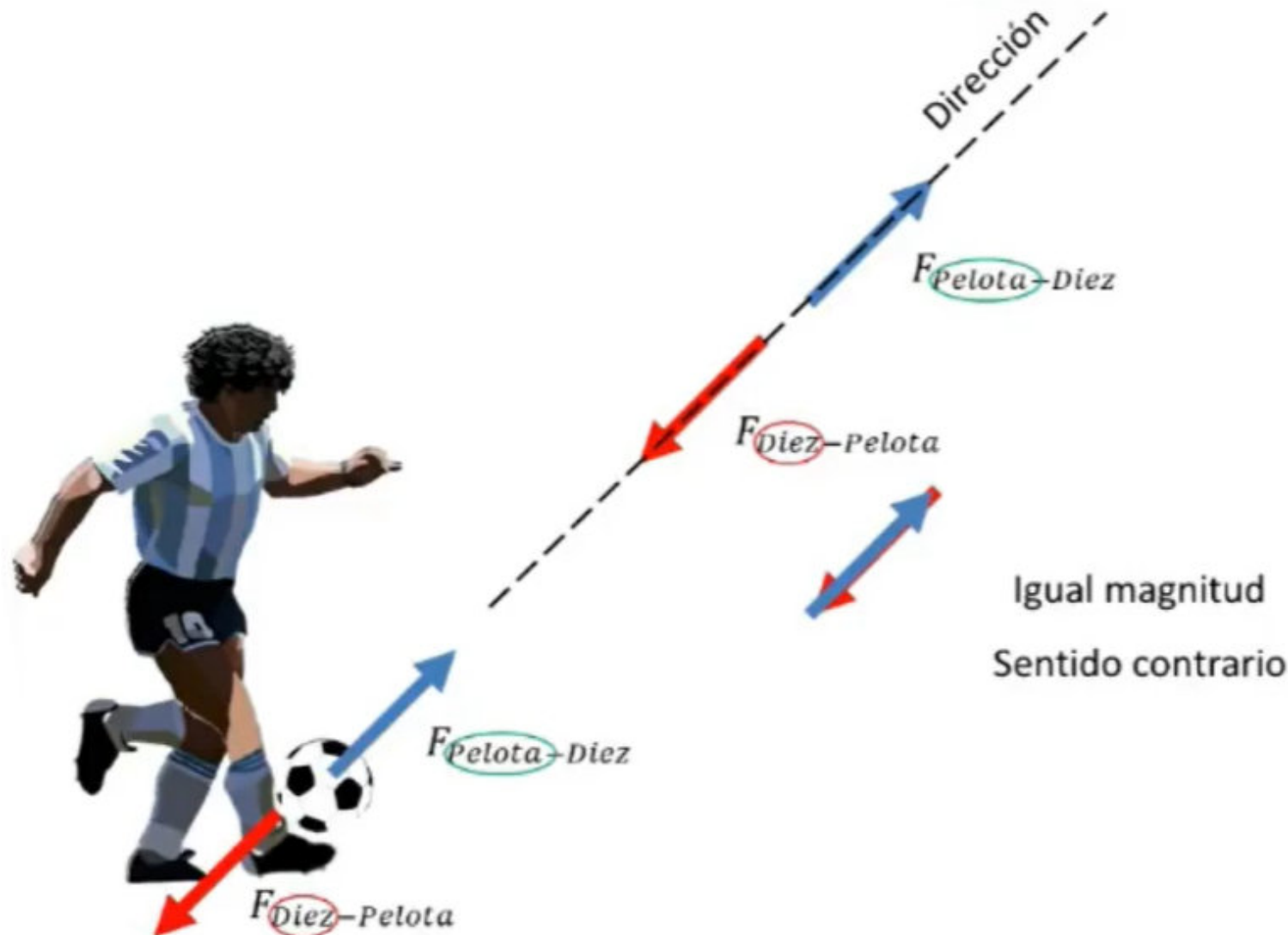
PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

Cuarto principio: A toda acción le corresponde una reacción igual y contraria (principio de acción y reacción – 3º Ley de Newton).



PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

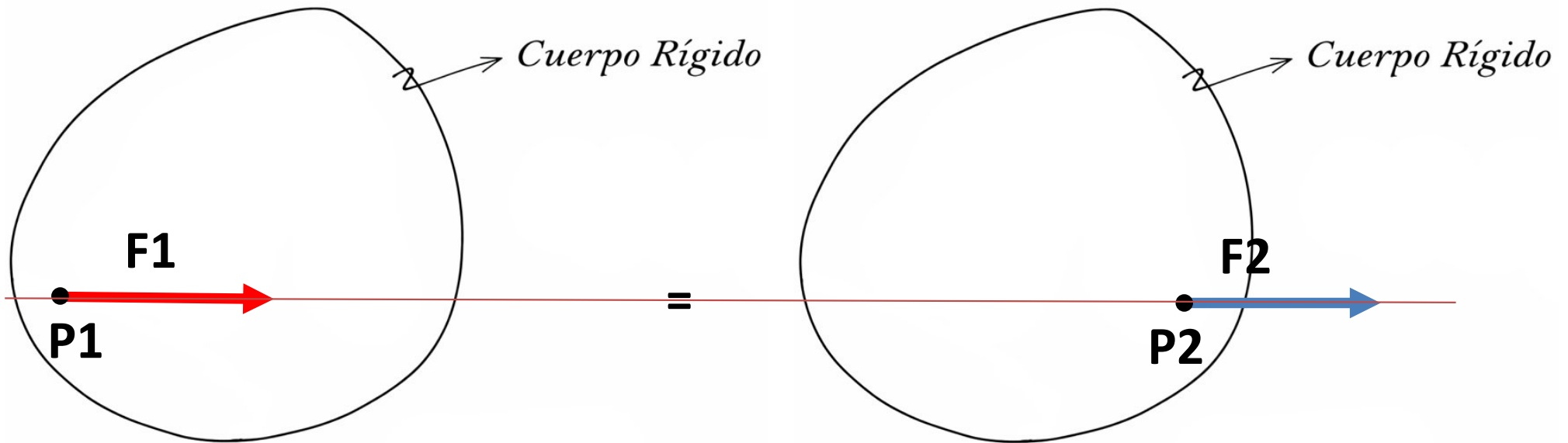
Cuarto principio: A toda acción le corresponde una reacción igual y contraria (principio de acción y reacción – 3º Ley de Newton).



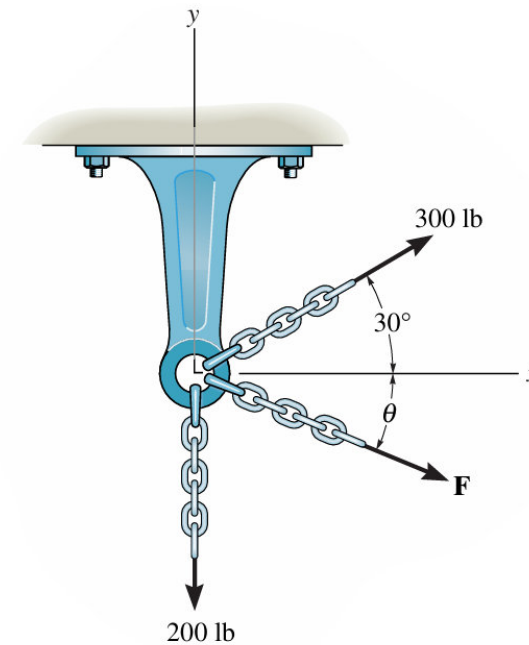
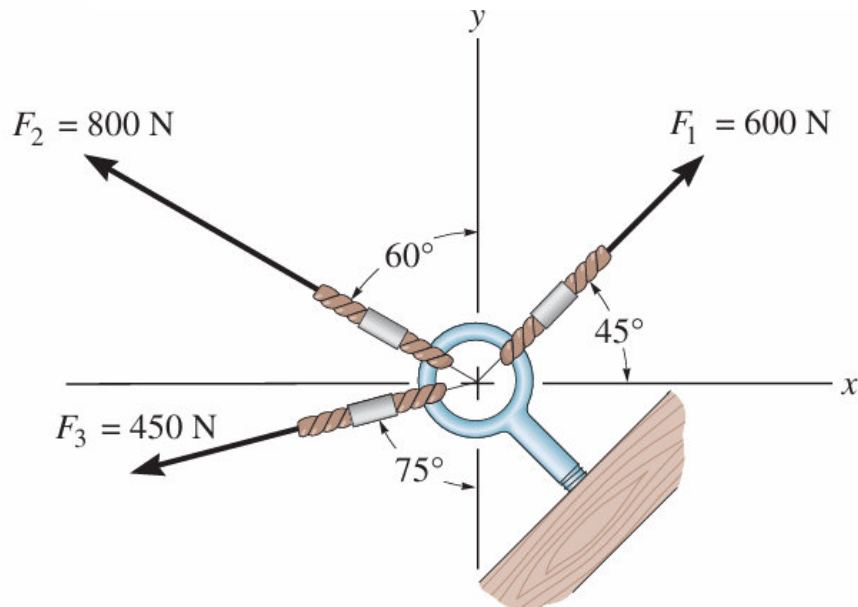
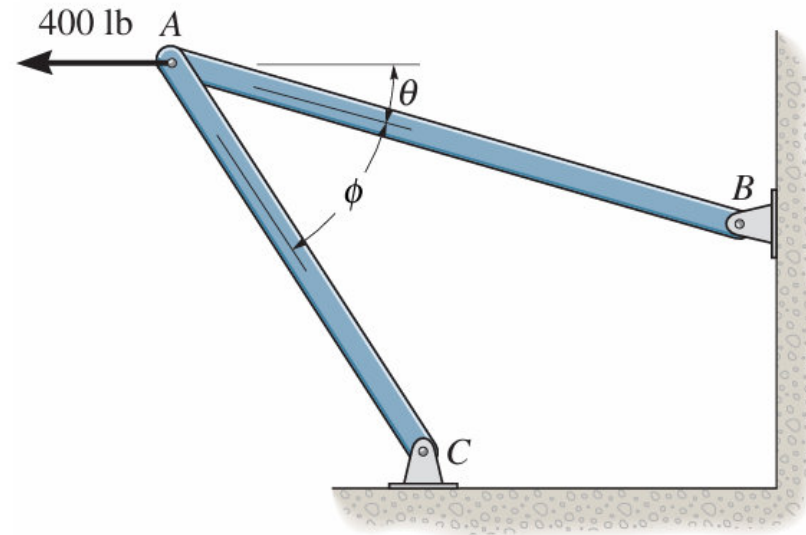
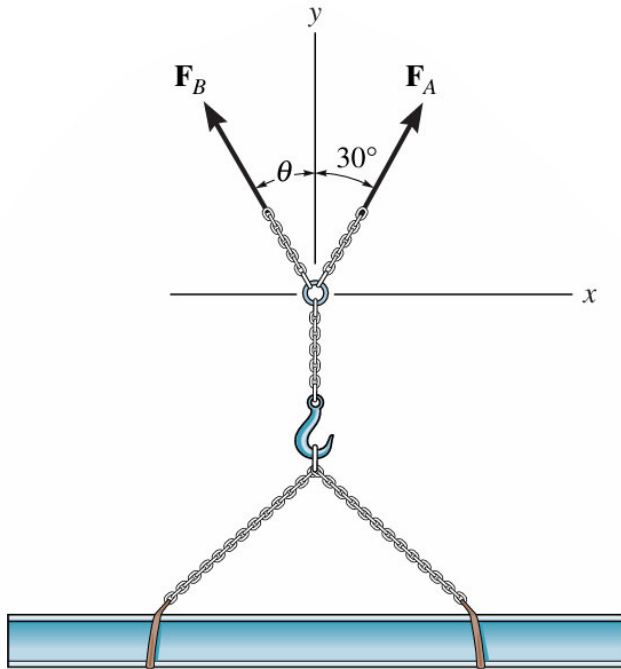
PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA:

Principio de transmisibilidad: El efecto externo de una fuerza sobre un cuerpo rígido no se altera si la fuerza se desplaza a lo largo de su línea de acción.

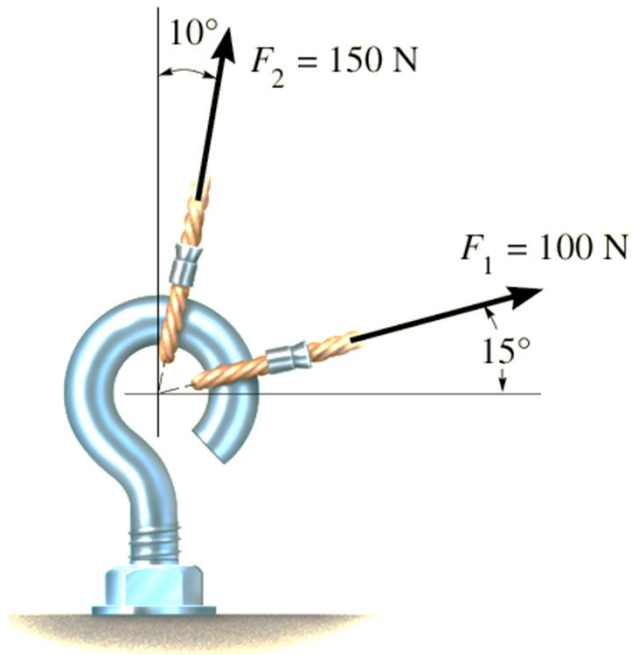
Se trata de una consecuencia directa del modelo de sólido rígido.



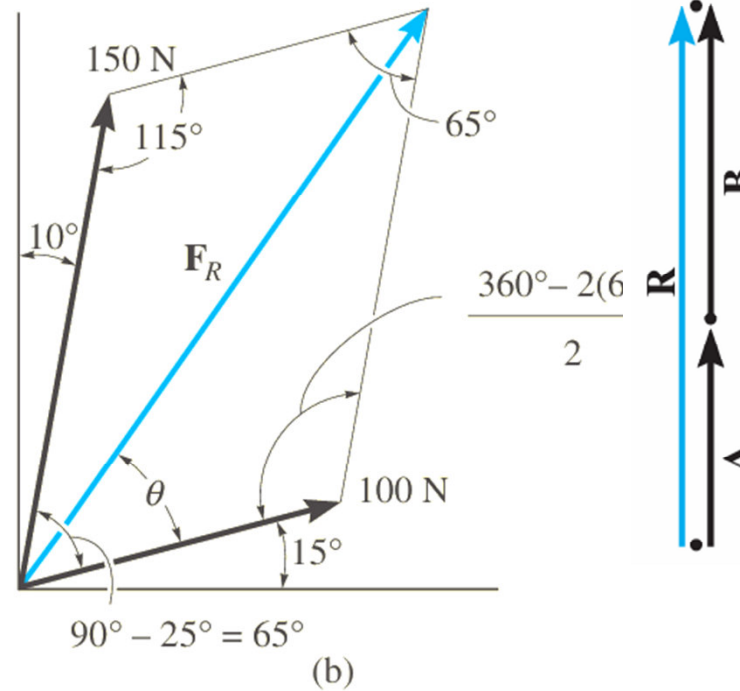
SISTEMAS DE FUERZAS CONCURRENTES



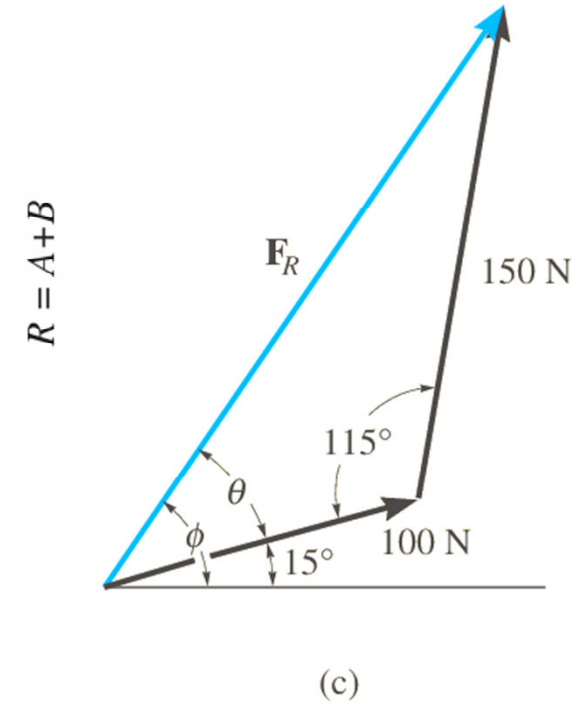
SISTEMAS DE FUERZAS CONCURRENTES



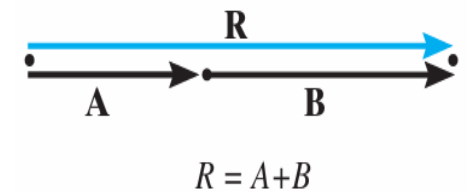
(a)



(b)



(c)



ESTÁTICA

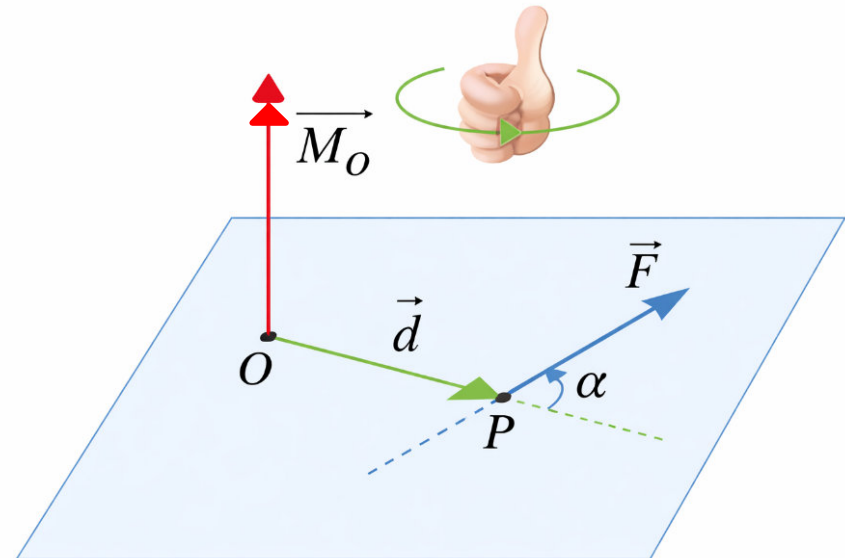
MOMENTO

A UN PUNTO

El momento de una fuerza respecto a un punto es la tendencia de esa fuerza a hacer girar a un cuerpo alrededor de ese punto.

$$\bar{M}_{F,O} = \bar{d} \times \bar{F} = (\bar{P} - \bar{O}) \times \bar{F}$$

$$\bar{M}_{F,O} = \bar{d} \times \bar{F} = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ d_x & d_y & d_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



$$\bar{M}_{F,O} = (F_z d_y - F_y d_z)\check{i} + (F_x d_z - F_z d_x)\check{j} + (F_y d_x - F_x d_y)\check{k}$$

Vector con modulo $|\bar{M}_{F,O}| = |\bar{d}| \cdot |\bar{F}| \cdot \sin \alpha$, dirección normal a plano definido por $\bar{d}$ y $\bar{F}$, y sentido de acuerdo a terna de referencia

ESTÁTICA

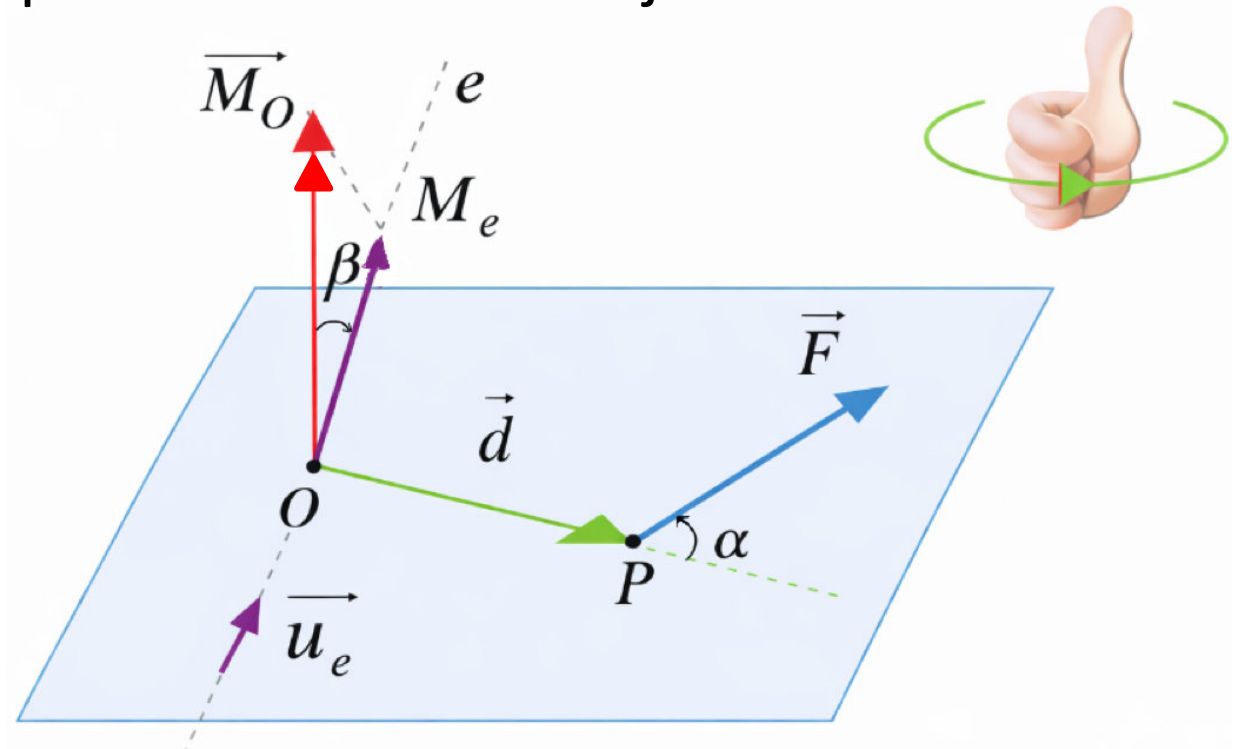
MOMENTO

A UN EJE

El momento de una fuerza respecto a un eje es la tendencia de esa fuerza a hacer girar a un cuerpo alrededor de ese eje

$$\bar{M}_{F,e} = \bar{M}_{F,o} \cdot \bar{e}$$

$$\bar{M}_{F,e} = \bar{d} \times \bar{F} \cdot \bar{e}$$

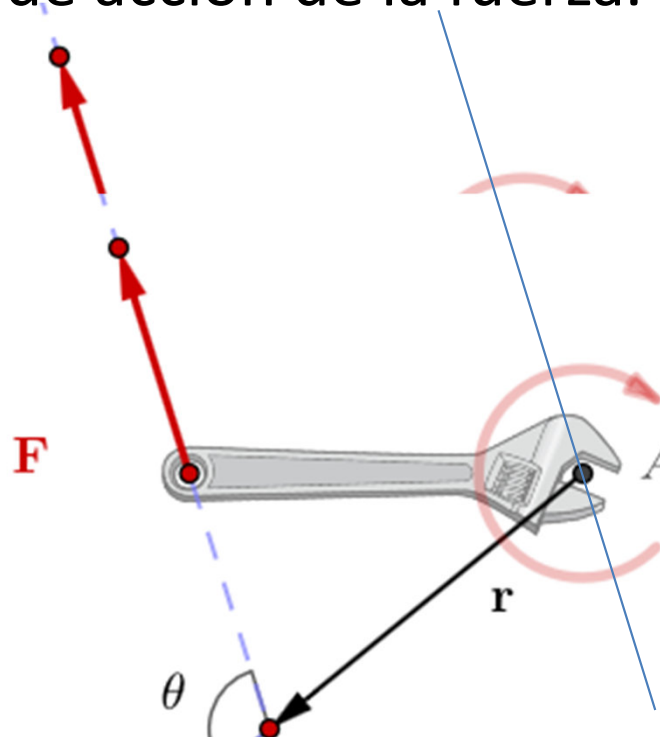
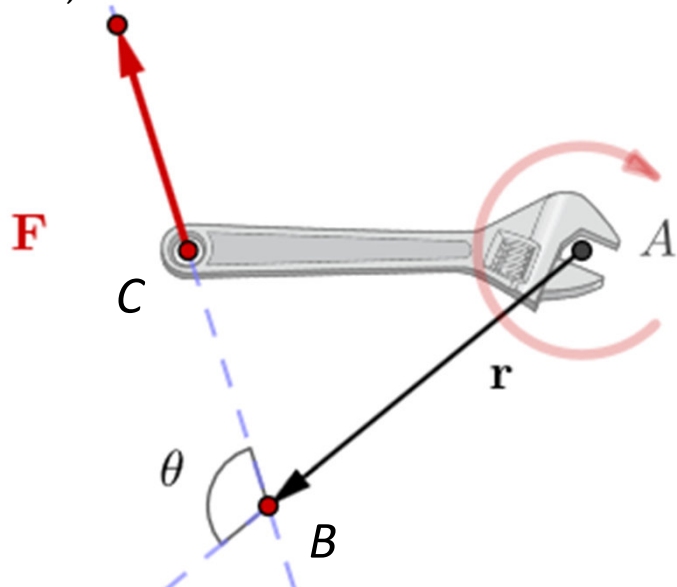


Vector con modulo $|\bar{M}_{F,e}| = |\bar{M}_{F,o}| \cdot \cos \beta$, dirección definida por el versor del eje e, y sentido de acuerdo a terna de referencia

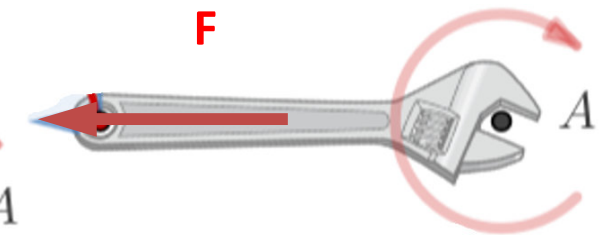
PROPIEDADES ASOCIADAS AL PRODUCTO VECTORIAL

- $\vec{M}_{F,A} = \vec{d} \times \vec{F} = -\vec{F} \times \vec{d}$
- El momento de una fuerza respecto a un punto es independiente del punto que se tome sobre la recta de acción para calcularlo.
- El momento de una fuerza no varía si el centro de momento se desplaza paralelamente a la recta de acción de la fuerza.
- El momento de una fuerza es nulo cuando si el centro de momento se encuentra en la recta de acción de la fuerza.

$$\vec{M}_{F,A} = (\vec{B} - \vec{A}) \times \vec{F} = (\vec{C} - \vec{A}) \times \vec{F}$$



$$\vec{M}_{F,A} = \vec{0}$$

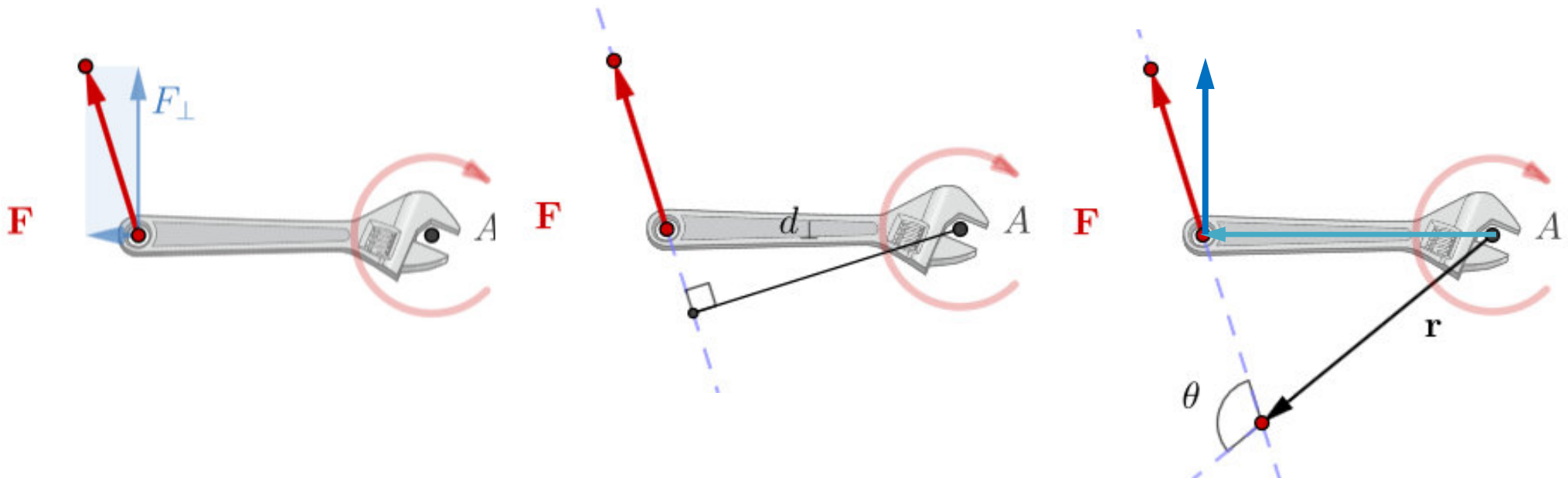


TEOREMA DE VARIGNON

El momento de la resultante de dos fuerzas concurrentes, con respecto a un punto contenido en el plano de las mismas, es igual a la suma algebraica de los momentos de la fuerzas componentes, con respecto al mismo punto.

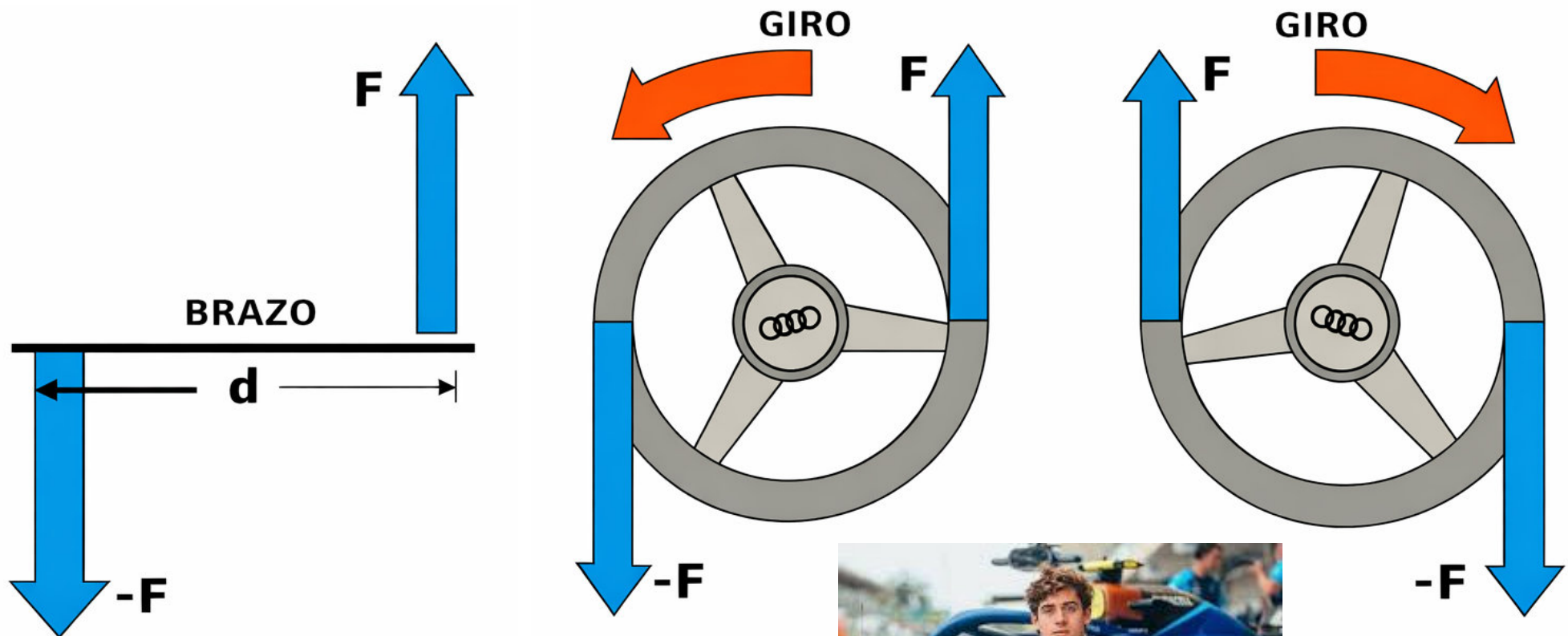
Otra forma de decir lo mismo:

El momento de una fuerza alrededor de un punto es igual a la suma de los momentos de sus componentes, con respecto al mismo punto.



PARES DE FUERZAS

Se lo denomina par a dos fuerzas de igual dirección y magnitud, de sentido contrario y con distintas rectas de acción.

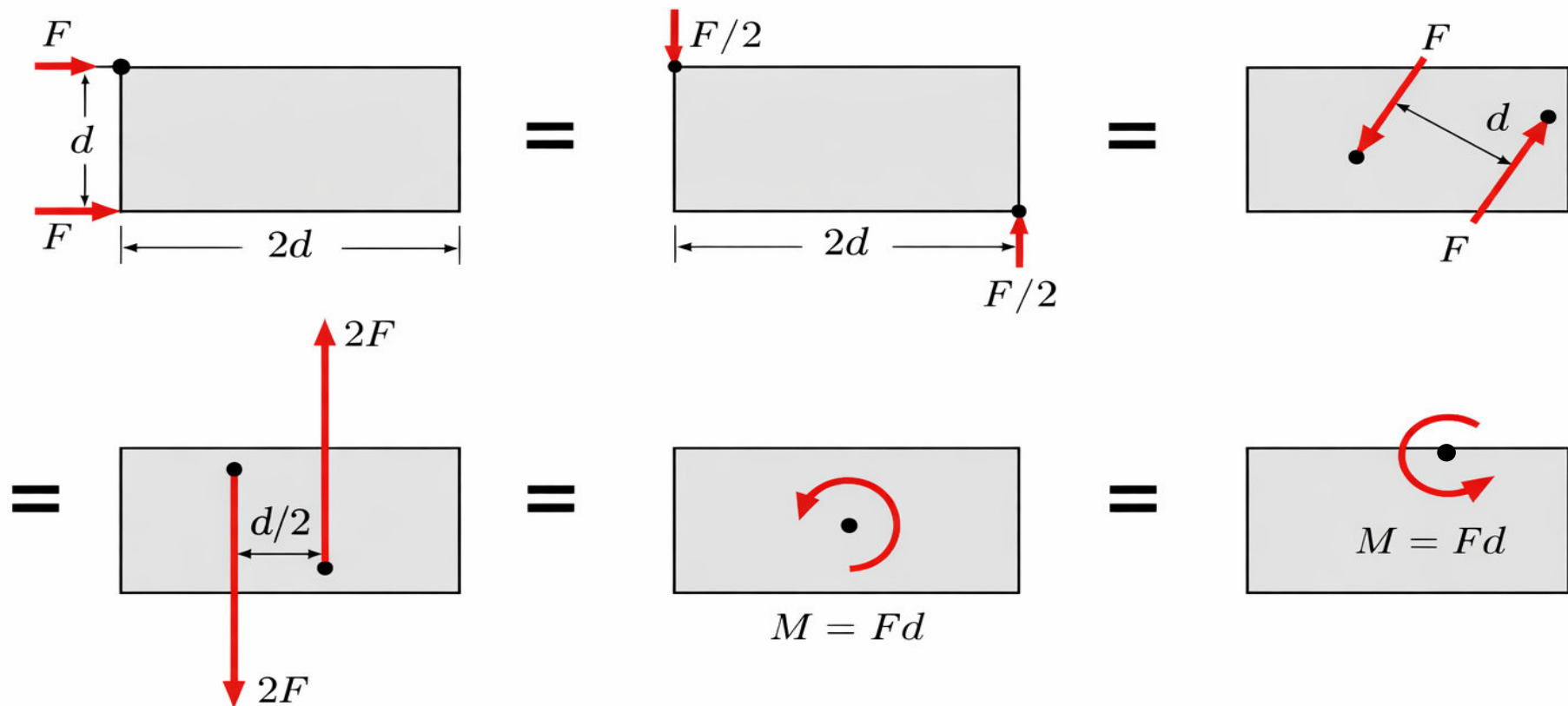


**USA AMBAS MANOS
EN EL VOLANTE**

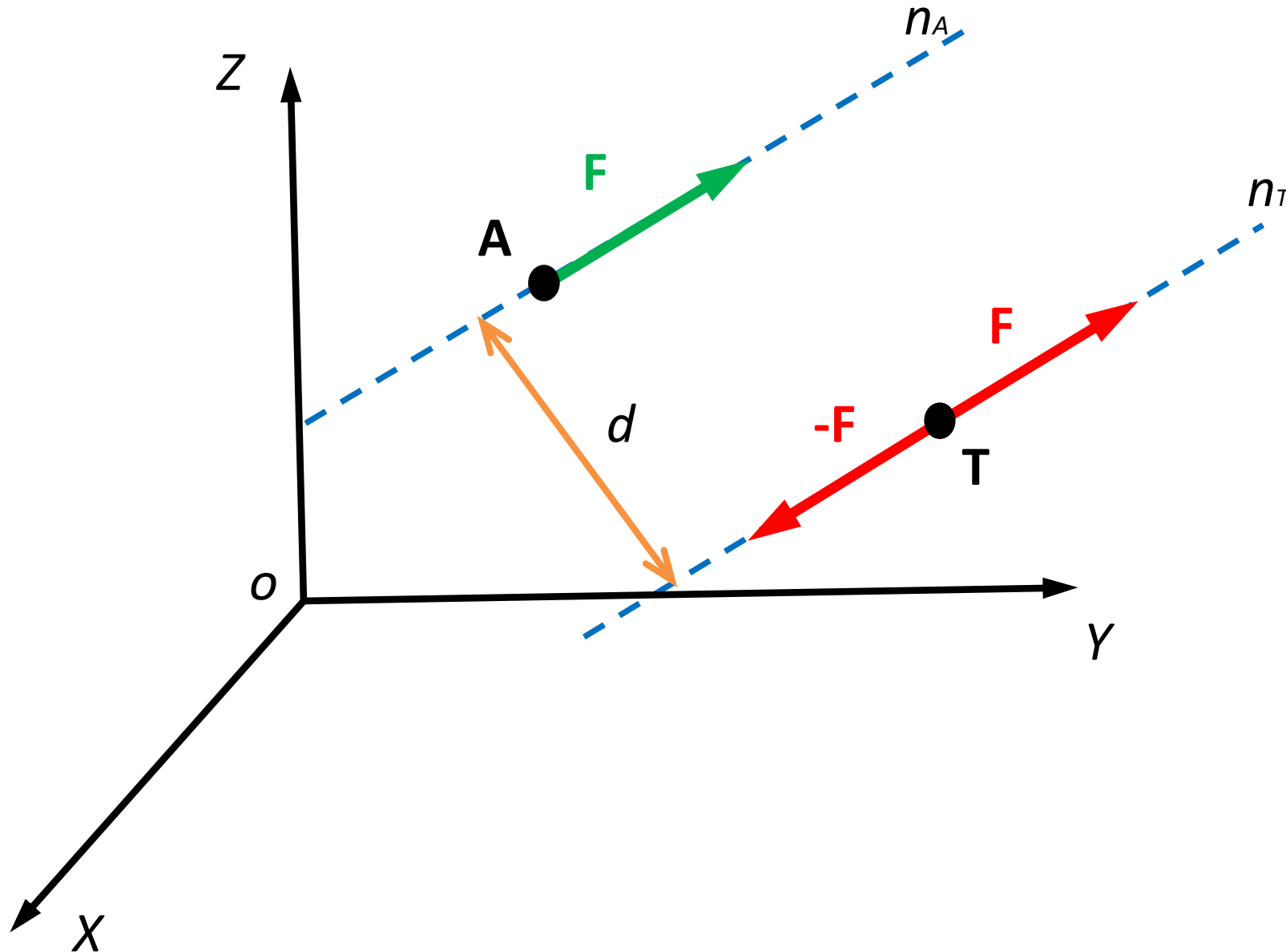


PARES DE FUERZAS

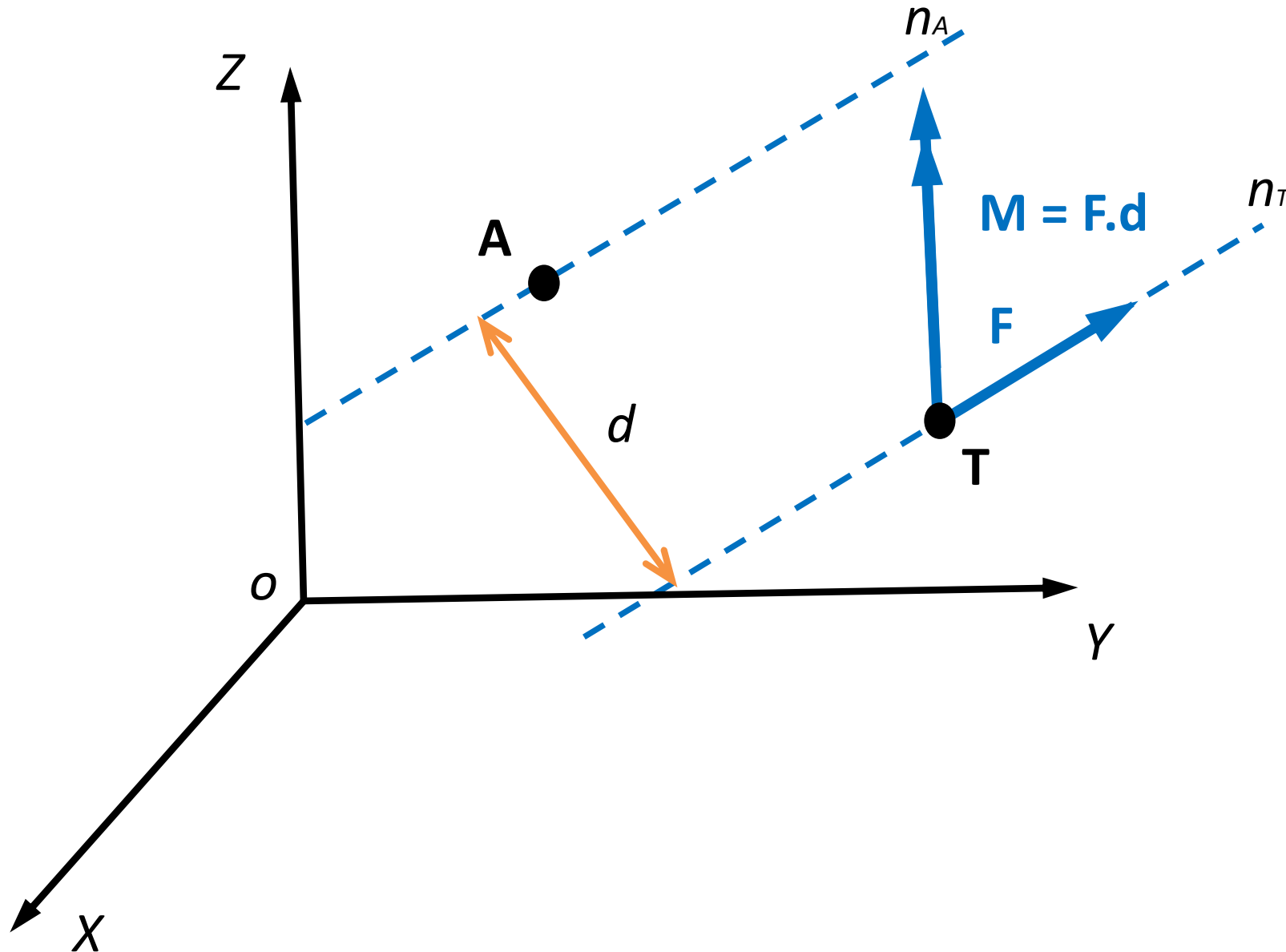
- La proyección de un par de fuerzas sobre cualquier eje es nula.
- El momento de un par de fuerzas es igual al producto del módulo de las fuerzas por el brazo del par.
- El par de fuerzas puede trasladarse en su plano sin alterar el efecto sobre el cuerpo. Se dice que es un vector libre.



TRASLACIÓN DE UNA FUERZA



TRASLACIÓN DE UNA FUERZA



DEFINICIONES

Sistema de fuerzas generalizado:

Sistema formado por una o más fuerzas, o uno o más pares, o por cualquier combinación de fuerzas y pares.

Sistema de fuerzas equivalentes:

Dos sistemas de fuerzas generalizadas son equivalentes cuando actuando independientemente sobre el mismo cuerpo, tienen sobre él el mismo efecto sobre su estado de movimiento.

Equilibrio de un sistema de fuerzas:

Se dice que un sistema de fuerzas está en equilibrio cuando no tiene ningún efecto sobre el estado del cuerpo sobre el cual actúa.

OPERACIONES EN SISTEMAS DE FUERZAS

Reducción:

Reducir un sistema de fuerzas es encontrar la mínima expresión equivalente del mismo.

El resultado de la reducción del sistema puede ser:

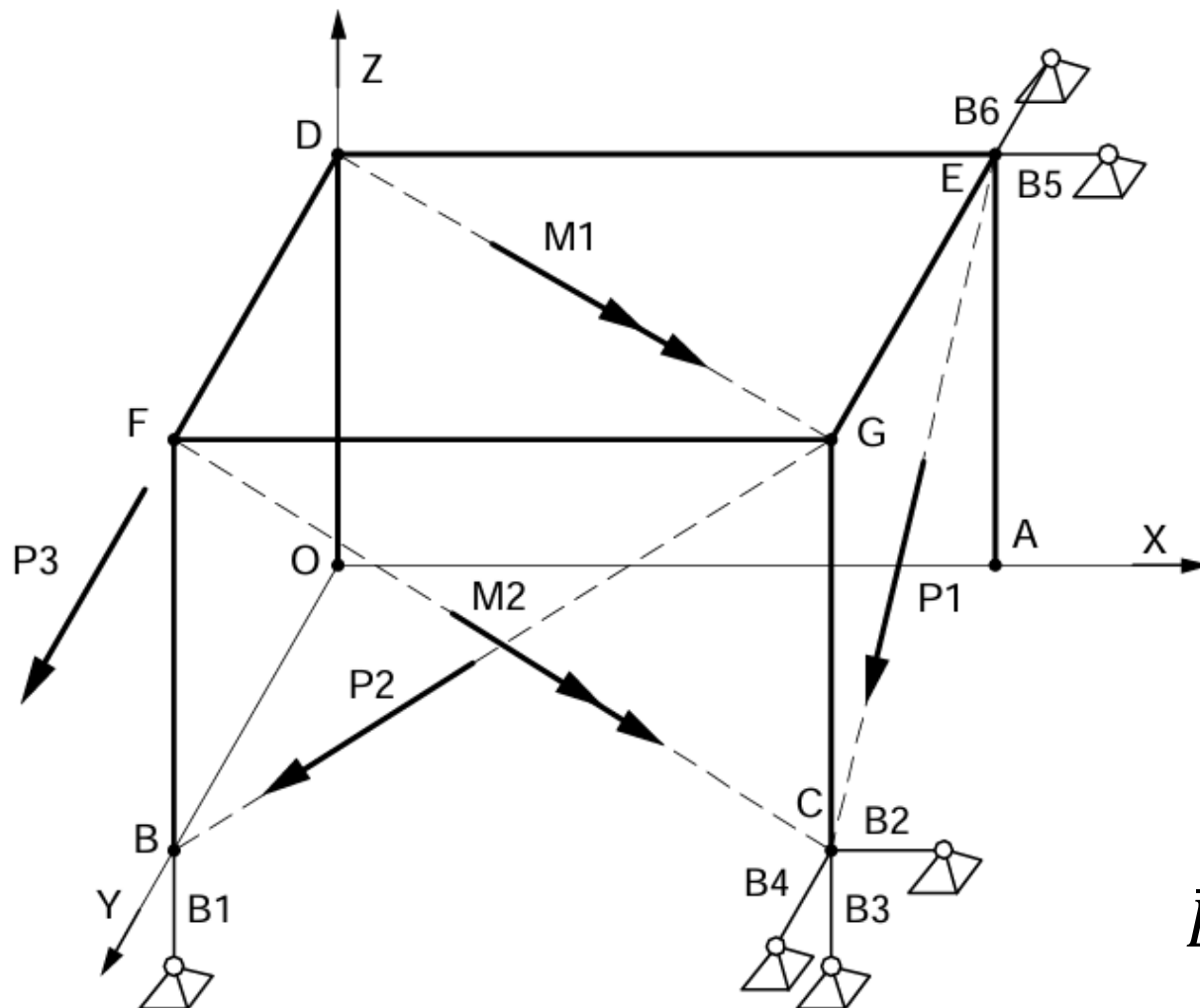
- Una fuerza resultante
- Un momento o par resultante
- Una fuerza y un par resultante
- Un sistema nulo, pues el sistema inicial está equilibrado

El procedimiento consiste en trasladar todas las fuerzas a un punto del espacio llamado centro de reducción, y encontrar los vectores de fuerza y momentos resultantes del sistema de fuerzas generalizadas.

Equilibrar un sistema:

Consecuentemente, equilibrar un sistema implica incorporar una fuerza y un momento iguales y contrarios o los resultantes.

PLANTEO DE EQUILIBRIO



Planteo reducción en O

$$\bar{R}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{F}_i$$

$$\bar{M}_{R,o} = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{M}_j + \sum_{i=1}^{\infty} \bar{d}_i \times \bar{F}_i$$

Equilibrantes en O

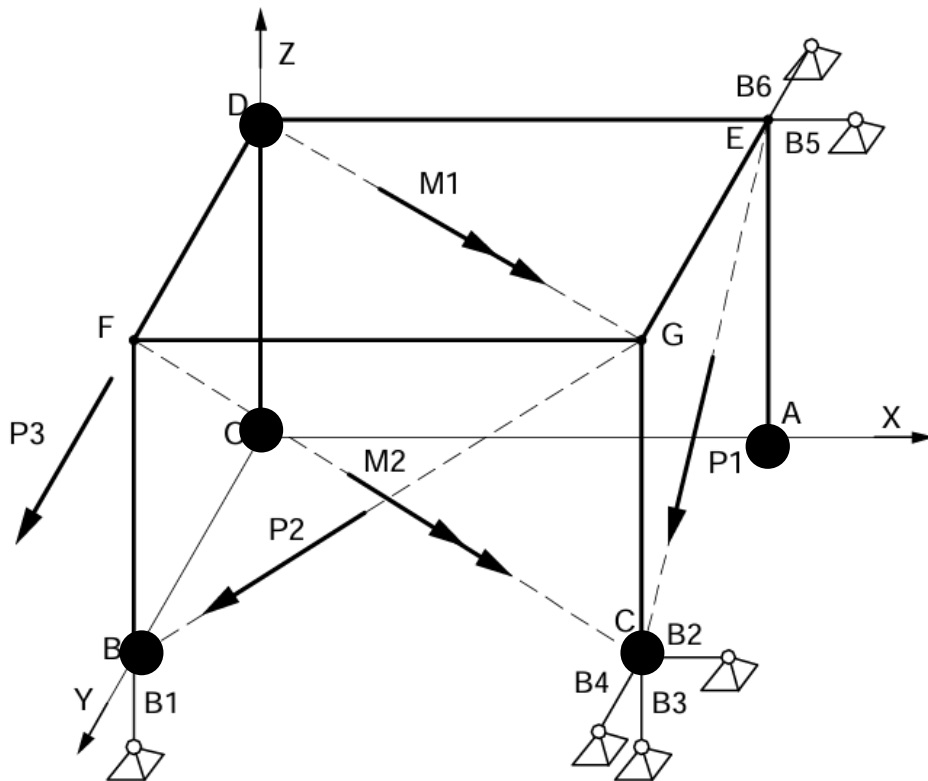
$$\bar{E} = -\bar{R}_R = -\sum_{i=1}^{\infty} \bar{F}_i$$

$$\bar{M}_{E,o} = -\bar{M}_{R,o} = -\sum_{j=1}^{\infty} \bar{M}_j - \sum_{i=1}^{\infty} \bar{d}_i \times \bar{F}_i$$

DEFINICIONES

Invariante Vectorial:

Si cambio el centro de reducción la expresión para calcular la fuerza resultante no se modifica, por lo tanto, se dice que el vector de fuerza resultante es un invariante vectorial del sistema de fuerzas generalizadas.



Planteo reducción en O, A, B, C.....

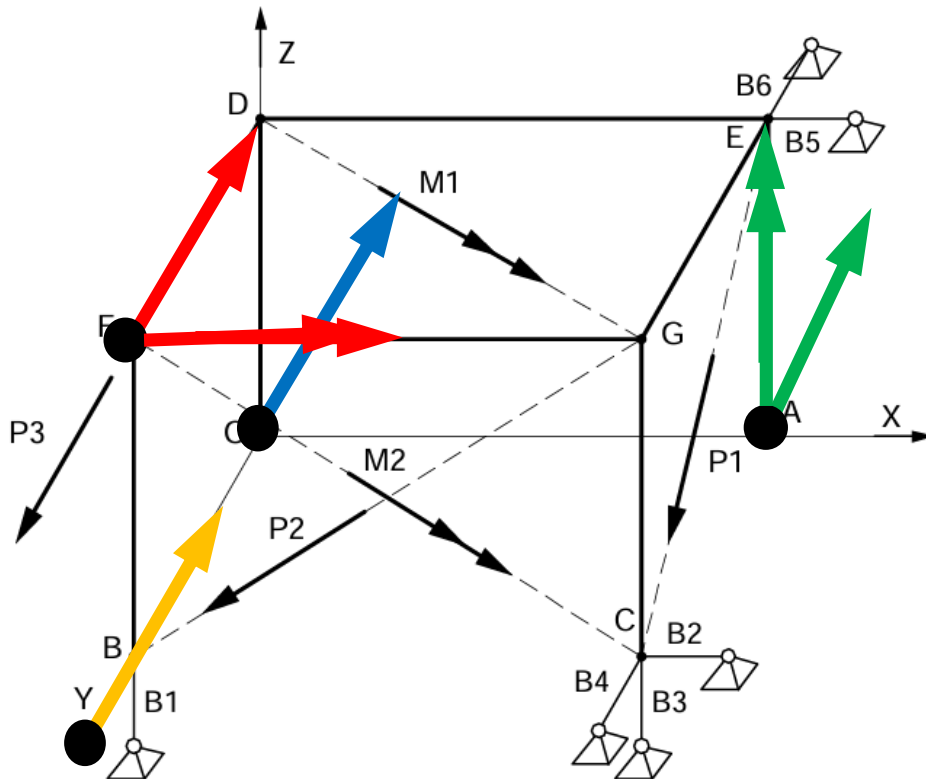
$$\bar{R}_R = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{F}_i \quad \text{I}_V = \bar{R}_R$$

$$\bar{M}_{R,o} = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{M}_j + \sum_{i=1}^{\infty} \bar{d}_i \times \bar{F}_i$$

DEFINICIONES

Invariante Escalar:

Cambiar el centro de reducción es equivalente a trasladar el sistema reducido en O a otro punto. Cualquier traslación de la resultante no modifica la componente del vector momento con dirección a la recta de acción de la fuerza, por lo que se dice que esa magnitud es un invariante escalar del sistema de generalizado de fuerzas.

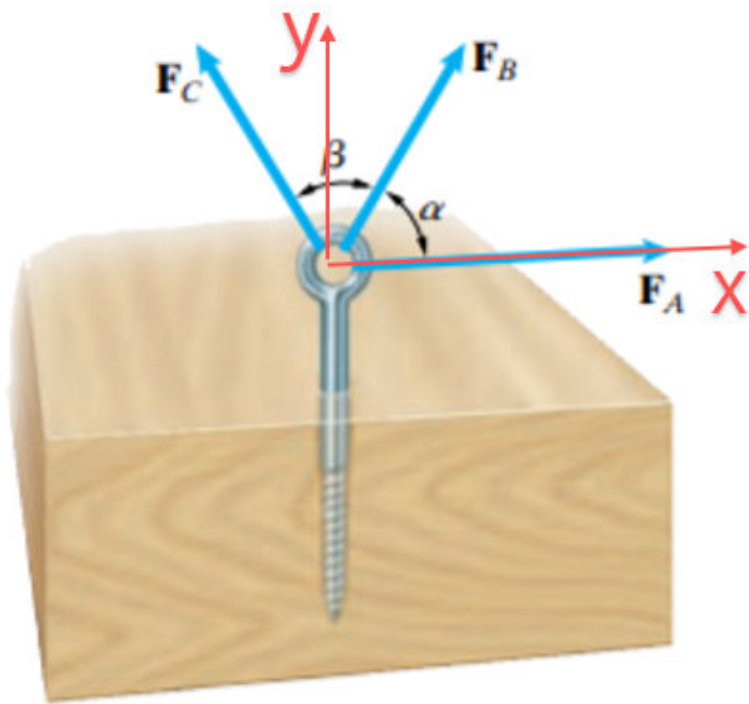


$$I_e = \bar{R}_R \cdot \bar{M}_{R,o}$$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS COPLANARES CONCURRENTES

Hallar la resultante:

$$|F_A| = 40N \quad |F_B| = 50N \quad |F_C| = 40N \quad \alpha = 50^\circ \quad \beta = 80^\circ$$



$$R_x = \sum F_x$$

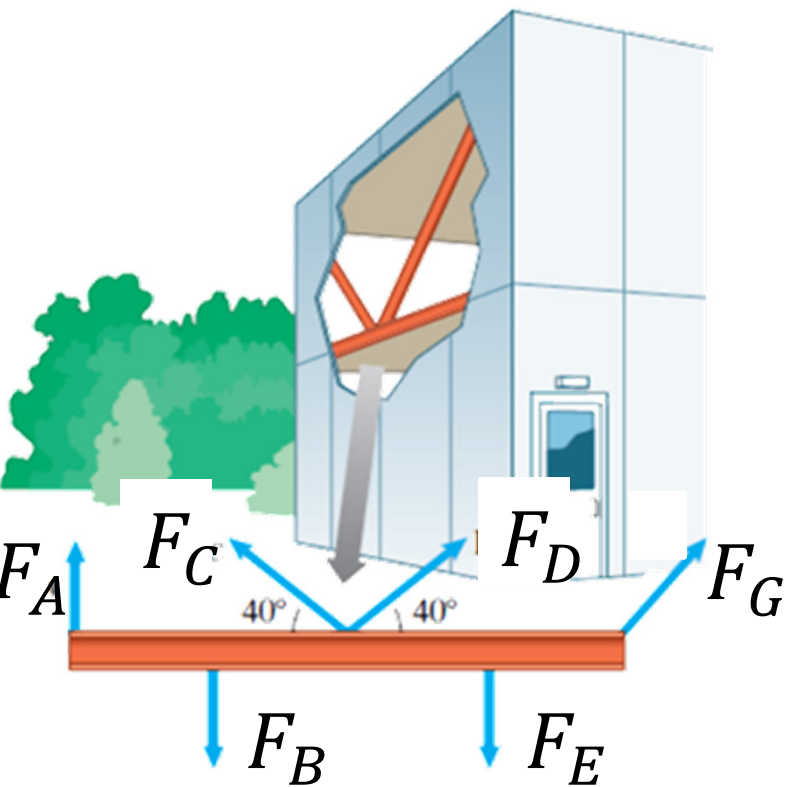
$$R_x = |F_A| + |F_B| \cdot \cos(\alpha) + |F_C| \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$R_y = \sum F_y$$

$$R_y = |F_B| \cdot \sin(\alpha) + |F_C| \cdot \sin(180 - \alpha - \beta)$$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS COPLANARES NO CONCURRENTES

Hallar F_A y F_G , siendo $|F_B| = |F_E| = 20N$ $|F_C| = 16N$ $|F_D| = 9N$



Incógnitas: F_A , F_{GV} y F_{GH}

$$\sum F_x = 0$$

$$-F_C \times \cos 40^\circ + F_D \times \cos 40^\circ + F_{GH} = 0$$

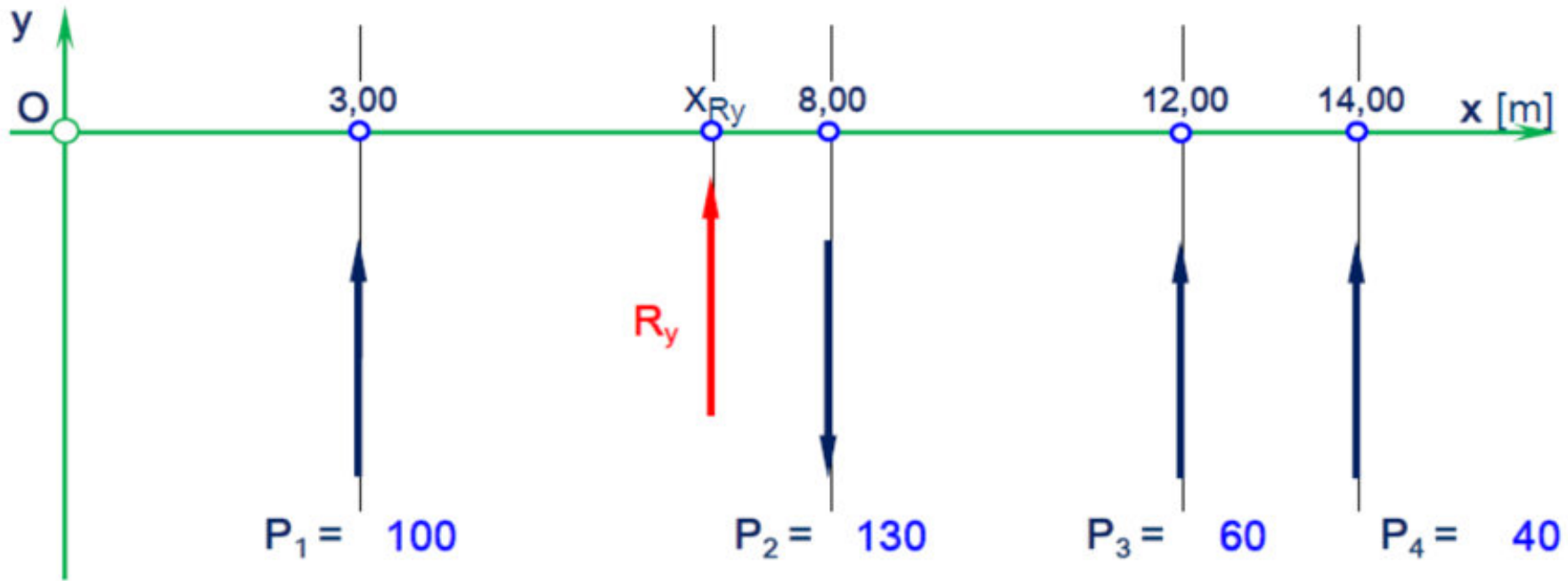
$$\sum F_y = 0$$

$$F_A - F_B + (F_C + F_D) \cdot \sin 40^\circ - F_E + F_{GV} = 0$$

$$\sum M^o = 0$$

$$-F_B \cdot \frac{1}{4}L + F_C \cdot \sin 40^\circ \cdot \frac{1}{2}L + F_D \cdot \sin 40^\circ \cdot \frac{1}{2}L - F_E \cdot \frac{3}{4}L + F_{GV} \cdot L = 0$$

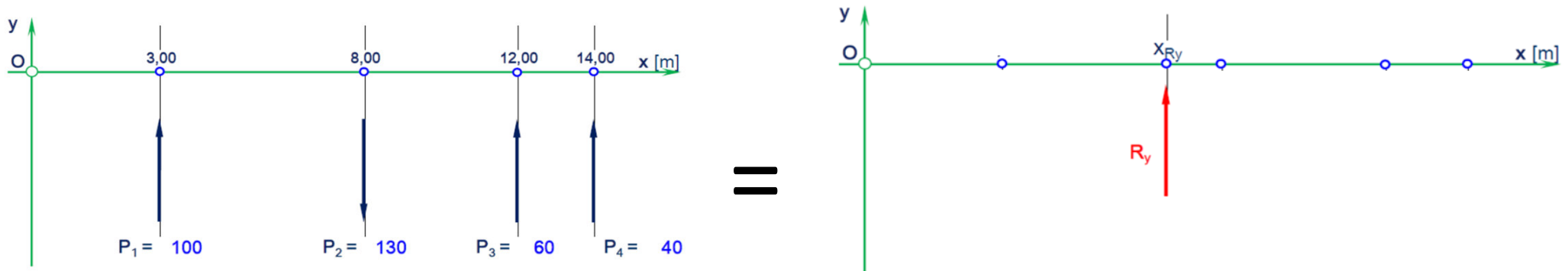
EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS COPLANARES PARALELAS



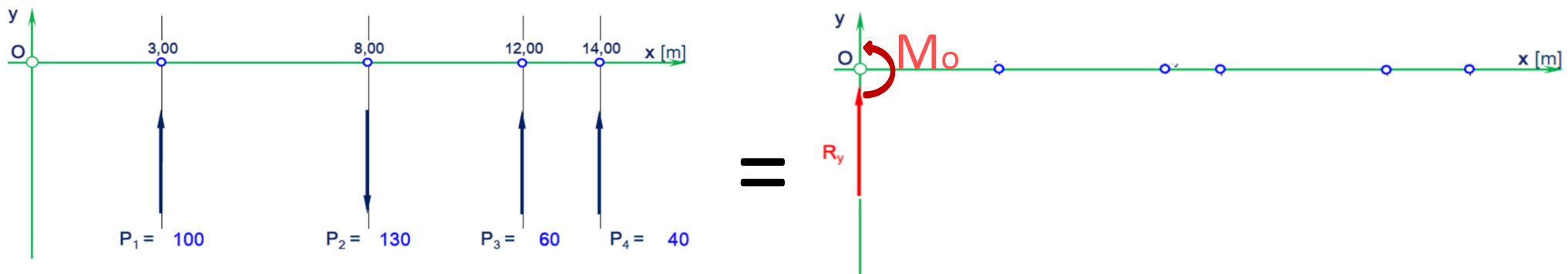
$$\sum F_y = P_1 - P_2 + P_3 + P_4 = R$$

$$\sum M^O = P_1 \times 3m - P_2 \times 8m + P_3 \times 12m + P_4 \times 14m = R \times x_R$$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS COPLANARES PARALELAS



Son todos sistemas equivalentes



EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS DISTRIBUIDAS PARALELAS



¿Cuánto vale la resultante R ?

Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del rectángulo: $R = q \times L$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un rectángulo: $L/2$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS DISTRIBUIDAS PARALELAS



¿Cuánto vale la resultante R ?

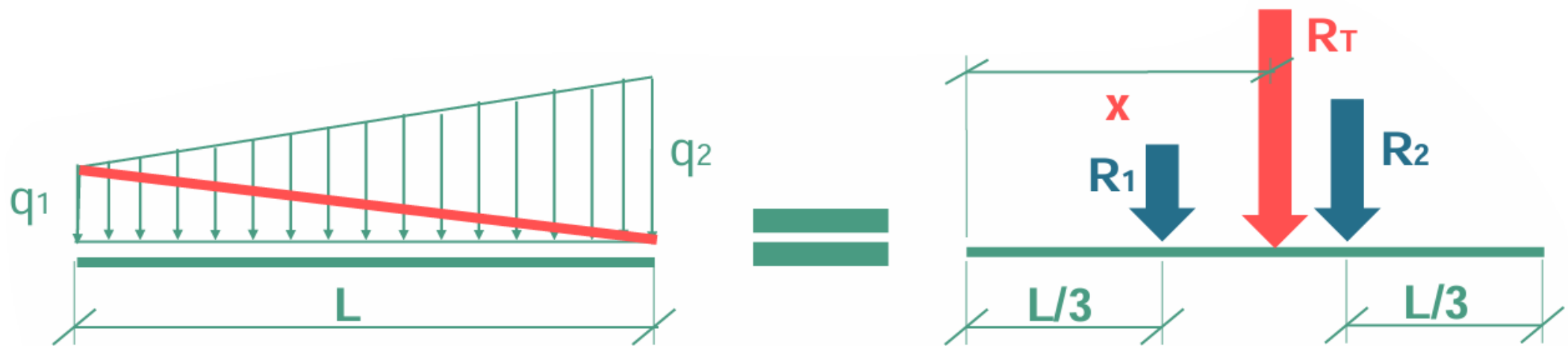
Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del triángulo: $R = \frac{q \times L}{2}$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un triángulo: $L/3$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS DISTRIBUIDAS PARALELAS



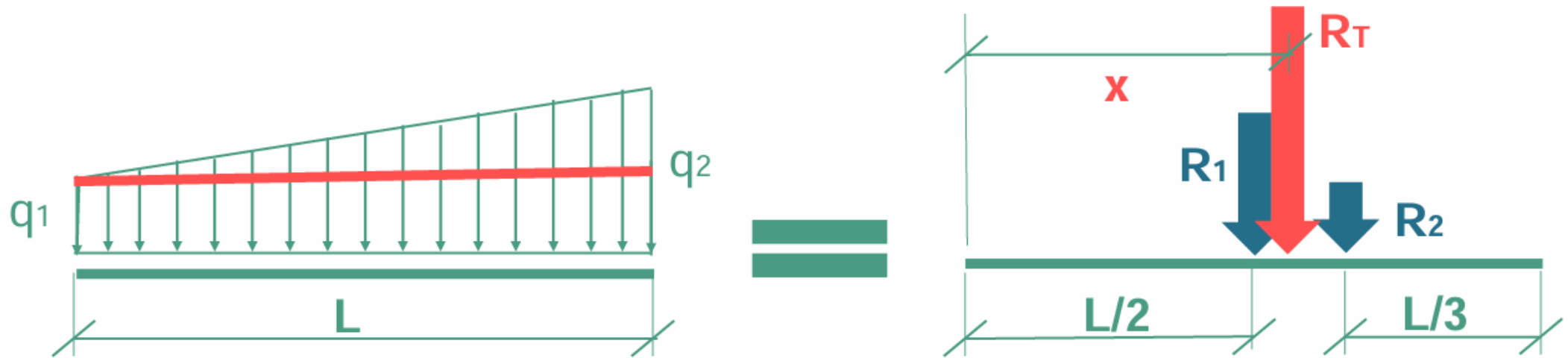
$$R_1 = \frac{q_1 \times L}{2}$$

$$R_2 = \frac{q_2 \times L}{2}$$

$$\sum F_V = R_T = R_1 + R_2 = \frac{q_1 \times L}{2} + \frac{q_2 \times L}{2}$$

$$\sum M_O = -R_T \times x = -R_1 \times \frac{1}{3}L - R_2 \times \frac{2}{3}L$$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS DISTRIBUIDAS PARALELAS

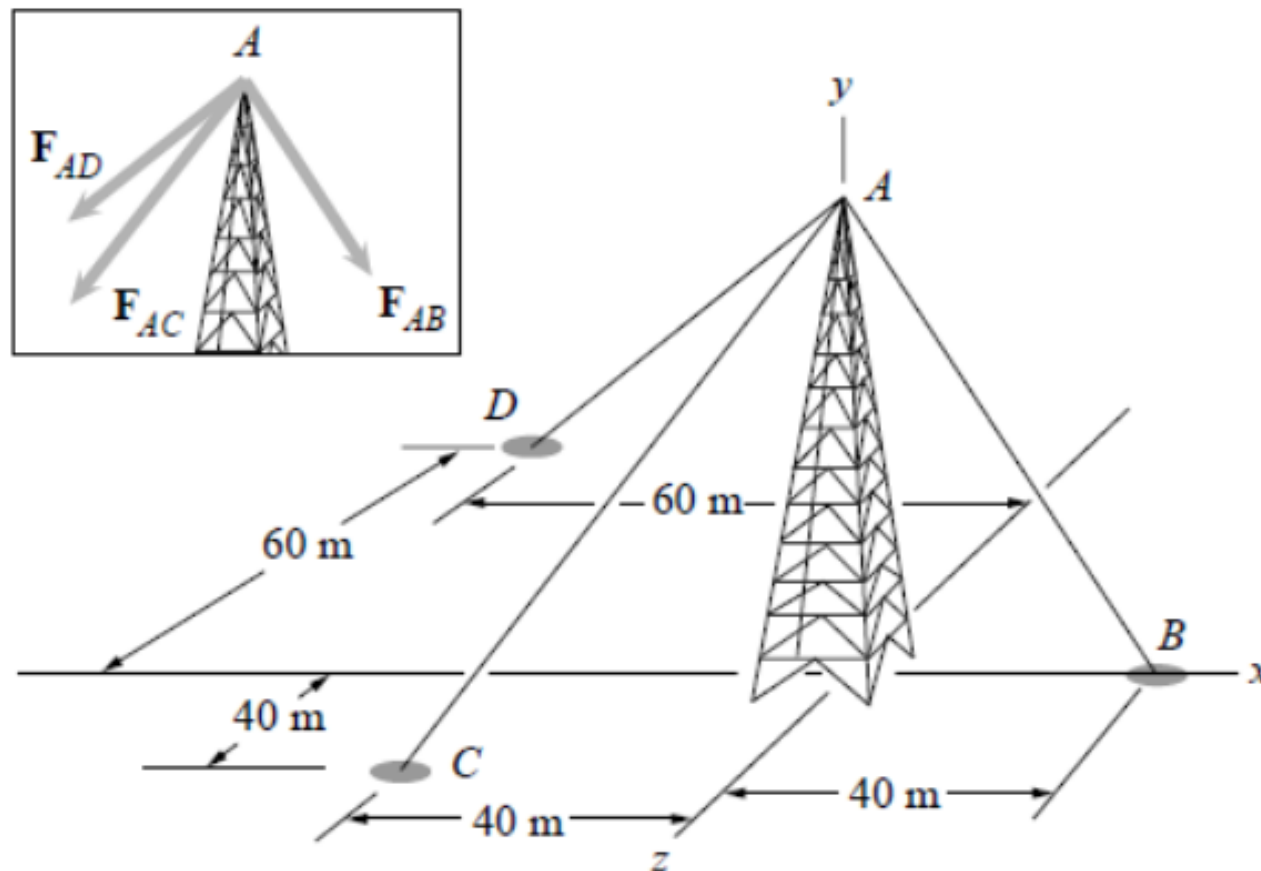


$$R_1 = q_1 \times L$$

$$R_2 = \frac{(q_2 - q_1) \times L}{2}$$

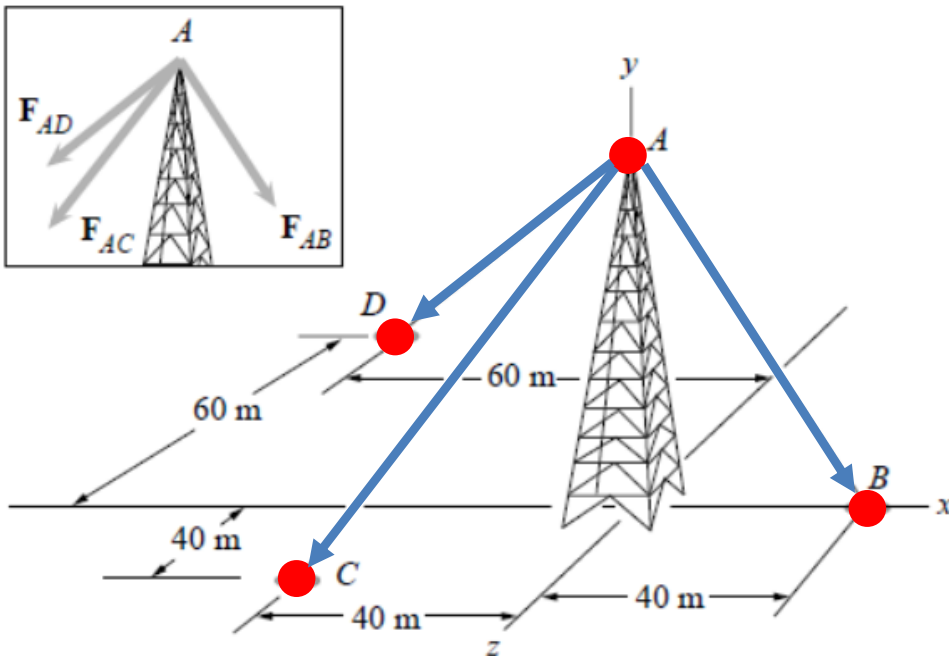
EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTE EN EL ESPACIO

Hallar la resultante de las fuerzas de los cables sobre la torre sabiendo que el módulo de cada fuerza es 2kN y la altura de la torre es 70m



EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTE EN EL ESPACIO

Vectores posición = posición final – posición inicial



$$\mathbf{r}_{AD} = (-60 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (-60 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AD} = -60\mathbf{i} - 70\mathbf{j} - 60\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AC} = (-40 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (40 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AC} = -40\mathbf{i} - 70\mathbf{j} + 40\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = (40 - 0)\mathbf{i} + (0 - 70)\mathbf{j} + (0 - 0)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = 40\mathbf{i} - 70\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTE EN EL ESPACIO

Vectores

$$\mathbf{u}_{AD} = \frac{\mathbf{r}_{AD}}{|\mathbf{r}_{AD}|} = \frac{-60}{110}\mathbf{i} - \frac{70}{110}\mathbf{j} - \frac{60}{110}\mathbf{k}$$

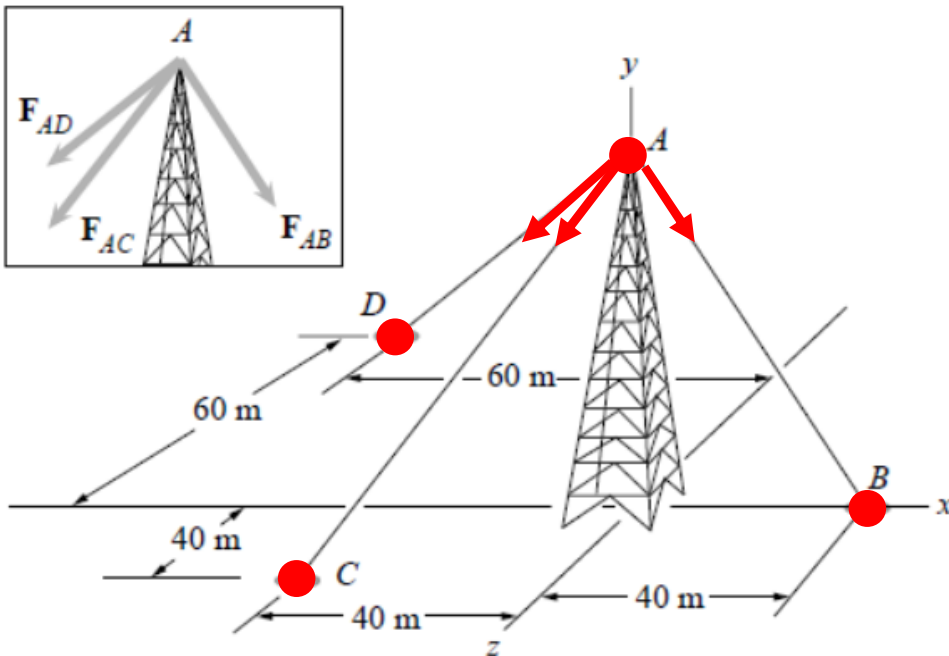
$$= -0.5455\mathbf{i} - 0.6364\mathbf{j} - 0.5455\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AC} = \frac{\mathbf{r}_{AC}}{|\mathbf{r}_{AC}|} = -\frac{40}{90}\mathbf{i} - \frac{70}{90}\mathbf{j} + \frac{40}{90}\mathbf{k}$$

$$= -0.4444\mathbf{i} - 0.7778\mathbf{j} + 0.4444\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{\mathbf{r}_{AB}}{|\mathbf{r}_{AB}|} = \frac{40}{80.6}\mathbf{i} - \frac{70}{80.6}\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

$$= 0.4963\mathbf{i} - 0.8685\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$



EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTE EN EL ESPACIO

Fuerza = Módulo x versor

$$\mathbf{F}_{AB} = |\mathbf{F}_{AB}| \mathbf{u}_{AB} = 0.9926\mathbf{i} - 1.737\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

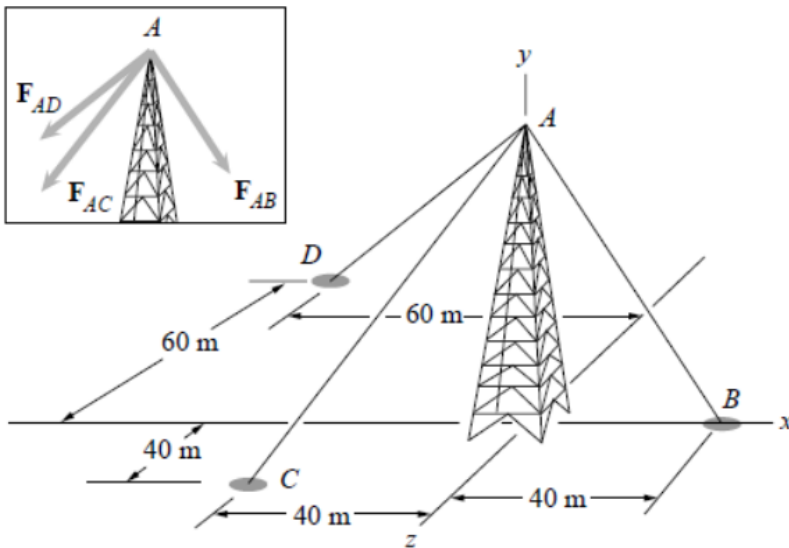
$$\mathbf{F}_{AC} = |\mathbf{F}_{AC}| \mathbf{u}_{AC} = -0.8888\mathbf{i} - 1.5556\mathbf{j} + 0.8888\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_{AD} = |\mathbf{F}_{AD}| \mathbf{u}_{AD} = -1.0910\mathbf{i} - 1.2728\mathbf{j} - 1.0910\mathbf{k}$$

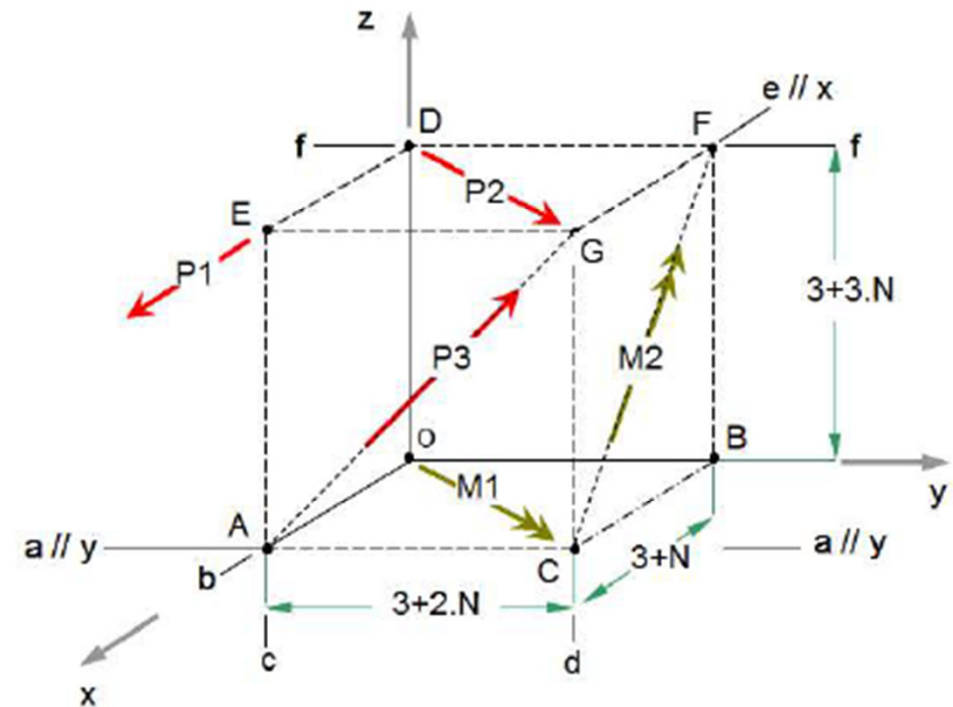
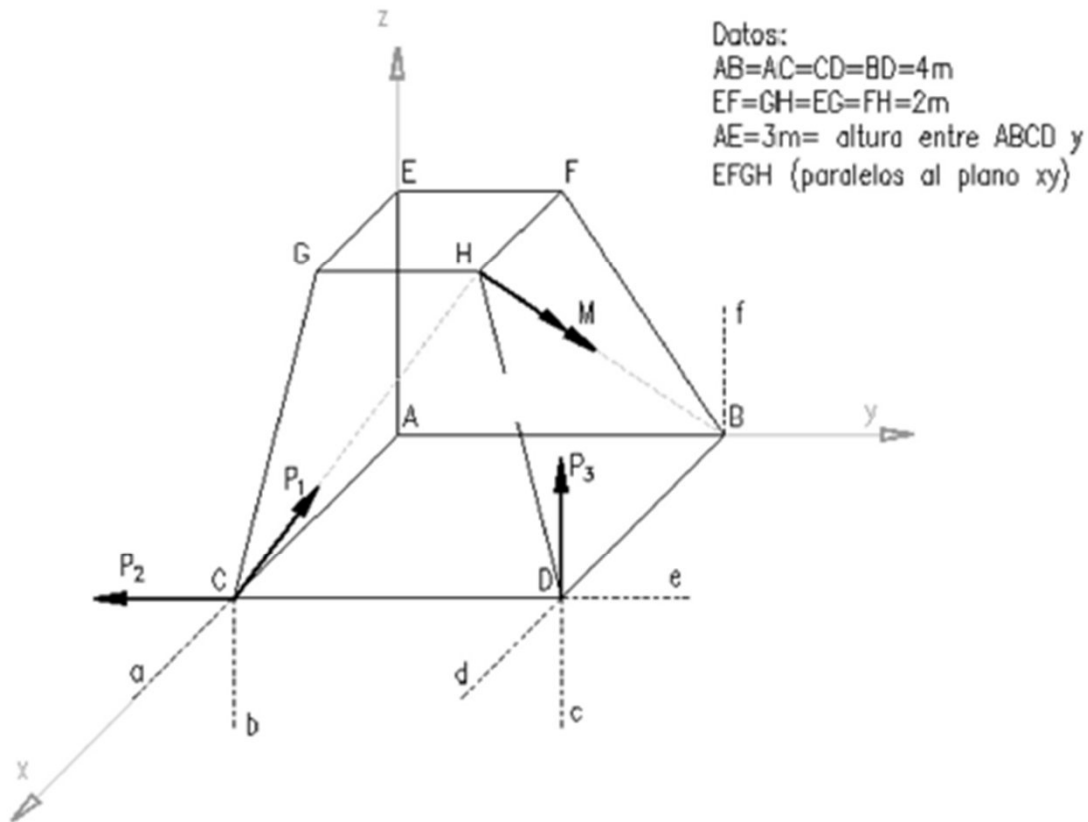
Resultante:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} + \mathbf{F}_{AD}$$

$$-0.9875\mathbf{i} - 4.5648\mathbf{j} - 0.2020\mathbf{k} \text{ kN}$$



EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES EN EL ESPACIO



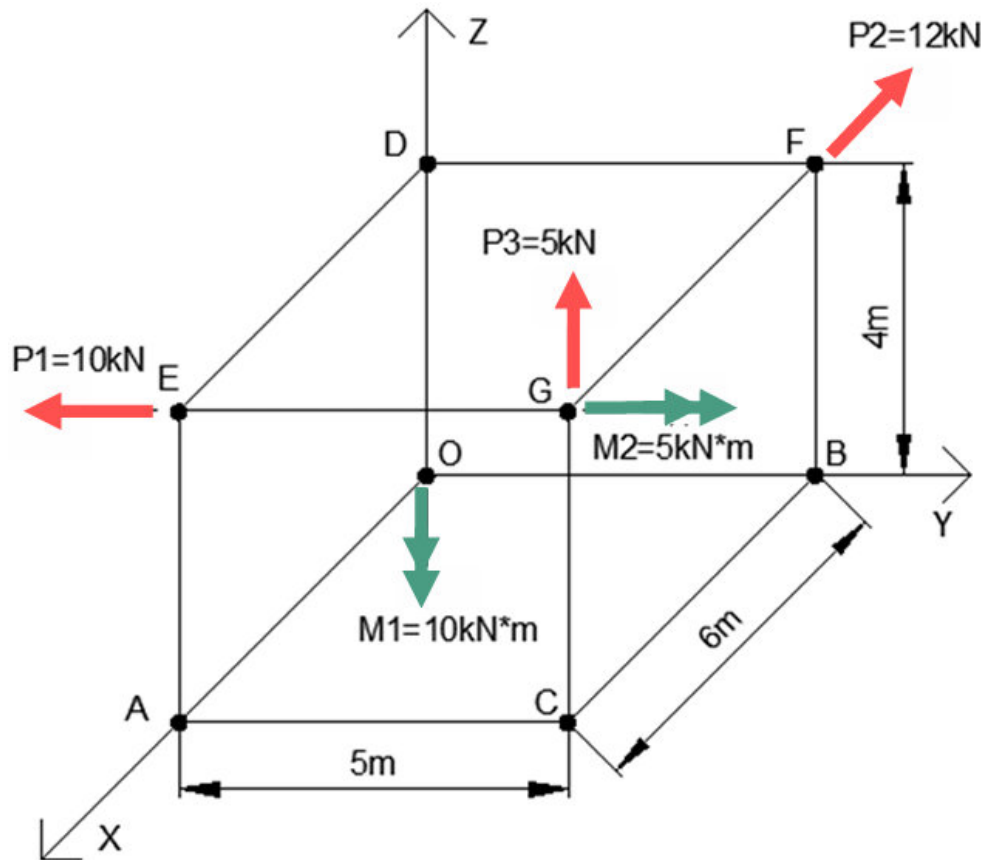
En estos casos la resultante será una fuerza y un momento.

$\bar{R}$

$\bar{M}$

EJEMPLO – SISTEMA DE FUERZAS NO CONCURRENTES EN EL ESPACIO

Reducir el sistema al origen



$$\vec{R}_x = -P_2 = -12kN$$

$$\vec{R}_y = -P_1 = -10kN$$

$$\vec{R}_z = P_3 = 5kN$$

$$\vec{R} = (-12; -10; 5) kN$$

$$\vec{M}_{Rx} = P_1 \cdot 4m + P_3 \cdot 5m = 65kNm$$

$$\vec{M}_{Ry} = M_2 - P_2 \cdot 4m - P_3 \cdot 6m = -73 kNm$$

$$\vec{M}_{Rz} = -M_1 - P_1 \cdot 6m + P_2 \cdot 5m = -10kNm$$

$$\vec{M}_R = (65; -73; -10) kNm$$

FRASE DEL DÍA



Sólo el equilibrio deshace la fuerza.
(Simone Weil)

¿CONSULTAS?

