

PROBABILIDAD - 81.16 CB004

Evaluación INTEGRADORA, duración: 4 horas.

10-07-2025

Apellido, nombres:

Padrón:

Correo:

Curso:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente resueltos y justificados.

1. En la semifinal para el torneo *Medieval Masters* de *Age of Empires* se enfrentan *Hera* contra *Lierey*. Juegan al mejor de siete partidas (gana el match el primero en ganar 4 partidas, como máximo juegan 7, no hay empates). *Hera* arranca jugando a media máquina y luego va entrando en ritmo, la probabilidad de que gane la partida i -ésima es $0.50 + 0.05 \cdot i$, independientes entre sí.

Sabiendo que *Hera* ganó la serie 4 a 2, hallar la probabilidad de que haya ganado la segunda partida.

2. Sea (X, Y) un vector aleatorio, cuyas marginales son variables Bernoulli de parámetros 0.50 y 0.70 respectivamente, tales que su covarianza es -0.10 . Hallar $\mathbf{E}[(X + Y)^2]$.

3. Un cargador experimental entrega una cantidad aleatoria de energía X (en mAh) a una batería, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{x}{32} \mathbf{1}_{\{0 < x < 8\}}.$$

La batería tiene una capacidad máxima de 5 mAh. Todo exceso se disipa como calor. Hallar y graficar la función de distribución de la energía desperdiciada.

4. Un reconocido influencer organiza su última campaña solidaria para ayudar con su propia carrera futbolística. Sus seguidores puede elegir ser socio creyente, aportando \$2000; o socio convencido, aportando \$4000. De forma independiente, cada uno elige ser creyente con probabilidad 0.30, convencido con probabilidad 0.20, o guardar su plata para algo mejor con probabilidad 0.5 (las opciones son excluyentes). Suponiendo que consigue 2000 seguidores que sí aportan plata, hallar, *aproximadamente*, el 0.90-cuantil para la recaudación total.

5. Se tiene una urna con 4 bolas rojas, 5 blancas, 10 azules y 8 verdes. Se extraen 4 bolas al azar sin reposición. Sean V y R la cantidad de bolas verdes y rojas observadas, respectivamente. Escribir una función `estimar_P(Nrep)` que, en base a `Nrep` simulaciones, estime la probabilidad de $(V < R) \cup (R \leq 1)$.