

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA A - 61.06 81.03

Evaluación INTEGRADORA, duración: 4 horas.

17-07-2025

Apellido, nombres:

Padrón:

Correo:

Curso:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente resueltos y justificados, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5

1. Se tienen dos mazos de 50 cartas españolas. El mazo A es convencional, con 4 palos de 12 cartas cada uno y dos comodines. El mazo B está adulterado, ya que 24 de sus 50 cartas son de oro, y las restantes son de espada y basto en igual cantidad. Una persona elige al azar un mazo y saca una carta. Si la carta resultó ser de oro, calcular la probabilidad de que haya elegido el mazo B.

2. Un cargador experimental entrega una cantidad aleatoria de energía X (en mAh) a una batería, con función de densidad

$$f_X(x) = e^{-x} \mathbf{1}_{\{x > 0\}}.$$

La batería tiene una capacidad máxima de 2 mAh. Todo exceso se disipa como calor. Hallar y graficar la función de distribución de la energía almacenada.

3. Un reconocido influencer vende té para adelgazar entre sus seguidores. Pueden comprar una caja por \$2000; o la promo de dos cajas más una calcomanía por \$4000. De forma independiente, cada seguidor elige la primera opción con probabilidad 0.30, la segunda con probabilidad 0.20, o guardar su plata para algo mejor con probabilidad 0.50 (las opciones son excluyentes). Hallar, *aproximadamente*, la cantidad necesaria de seguidores que sí compren para que la recaudación total supere \$5544000 con probabilidad 0.90.

4. Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una población con distribución uniforme sobre el intervalo $[0, \theta]$, $\theta > 0$. Se propone el estimador $\hat{\theta} = 2\bar{X}$, donde $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Hallar el error cuadrático medio de $\hat{\theta}$.

5 Final PyE A y B. El tiempo (en horas) que una persona usa el celular por día es una variable aleatoria con distribución normal. Una empresa telefónica encuestó a 21 clientes de forma independiente y observó que el promedio de uso del celular por día era $\bar{x} = 5.3$ horas, y el desvío muestral resultó $s = 1.1$ horas. En base a la información muestral, hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para el desvío estándar del tiempo del uso del celular.

NOTA: El desvío muestral se define $s := \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$