

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA A - 61.06 81.03

Evaluación INTEGRADORA, duración: 4 horas.

10-07-2025

Apellido, nombres:

Padrón:

Correo:

Curso:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente resueltos y justificados, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5

1. En la semifinal para el torneo *Medieval Masters* de *Age of Empires* se enfrentan *Hera* contra *Lierey*. Juegan al mejor de siete partidas (gana el match el primero en ganar 4 partidas, como máximo juegan 7, no hay empates). *Hera* arranca jugando a media máquina y luego va entrando en ritmo, la probabilidad de que gane la partida i -ésima es $0.50 + 0.05 \cdot i$, independientes entre sí.

Sabiendo que *Hera* ganó la serie 4 a 2, hallar la probabilidad de que haya ganado la segunda partida.

2. Sea (X, Y) un vector aleatorio, cuyas marginales son variables Bernoulli de parámetros 0.50 y 0.70 respectivamente, tales que su covarianza es -0.10 . Hallar $\mathbf{E}[(X + Y)^2]$.

3. Un cargador experimental entrega una cantidad aleatoria de energía X (en mAh) a una batería, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{x}{32} \mathbf{1}\{0 < x < 8\}.$$

La batería tiene una capacidad máxima de 5 mAh. Todo exceso se disipa como calor. Hallar y graficar la función de distribución de la energía desperdiciada.

4. Sea W una variable aleatoria con función de densidad

$$f(w) = \frac{1}{2}(w - \theta) \mathbf{1}\{\theta < w < \theta + 2\} \quad \theta > 0.$$

Se toma una muestra de tamaño 3 obteniéndose los resultados 4.8, 5.7, 4.9. Estimar por máxima verosimilitud la probabilidad de que una nueva muestra sea menor a 5.3.

5. Se observará una muestra de tamaño 2 de la variable aleatoria X , cuya función de probabilidad $p(x)$ puede ser $p_0(x)$ o $p_1(x)$, definidas en la siguiente tabla:

x	1	2	3
$p_0(x)$	0.70	0.25	0.05
$p_1(x)$	0.20	0.30	0.50

De todos los test de nivel $\alpha \leq 0.03$, de la hipótesis $H_0 : p(x) = p_0(x)$ contra $H_1 : p(x) = p_1(x)$, hallar el de menor β (probabilidad de error de tipo II). Indicar claramente para el test hallado la regla de decisión y los valores α y β .