Nombre y Apellido: Número de Padrón:

Curso:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+2y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

  a) Estudie la continuidad de f en $(0,0)$.

  b) Pruebe que $f'_x(x,y)$ y $f'_y(x,y)$ existen para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Indique, con fundamento, si ambas derivadas parciales son continuas en $(0,0)$.

- **Ejercicio 2.** Sea g un función de clase $\mathcal{C}^3(\mathbb{R}^2)$ cuyo polinomio de Taylor de orden 2 en $(1,-1)$ es

$$P(x,y) = 1 - x + y + x^2 + xy + y^2.$$

  Determine si $f(x,y) = e^{g(x,y)}$ alcanza un extremo relativo en $(1,-1)$. En caso afirmativo indique tipo y valor.

- **Ejercicio 3.** Considere la ecuación

$$2z + \cos(y-z) + xy = 4.$$

  a) Pruebe que en un entorno del punto $(1,1,1)$ la ecuación define implícitamente una función $y = f(x,z)$ de clase $\mathcal{C}^1$.

  b) Encuentre los versores para los cuales derivada direccional de $h(x,z) = x^3 + zf(x,z)$ en el punto $(1,1)$ resulta nula. Justifique sus cálculos.

- **Ejercicio 4.** Sea $g(u,v)$ un campo escalar de clase $\mathcal{C}^1$ tal que $w = 1 - 2u + 3v$ es una ecuación del plano tangente al gráfico de g en $(2,1,g(2,1))$. Sea $f(x,y) = g(x^2+y^2, xy)$.

  Calcule $f(0.9, 1.05)$ mediante una aproximación lineal.

- **Ejercicio 5.** Sea Σ la superficie de ecuación

$$\vec{X} = \left(u+v, \frac{v^2}{2}, \frac{u^2}{2}\right), \quad u>0, v>0.$$

  Halle todos los $P \in \Sigma$ para los cuales el plano tangente a Σ en P es paralelo al plano tangente a la superficie Σ^* de ecuación $x^2+y^2+z^2=3$ en el punto $A=(-1,1,1)$. Para cada uno de lo P hallados, encuentre una ecuación del plano tangente a Σ en ese punto.