



Universidad de Buenos Aires

FACULTAD DE INGENIERIA



ESTATICA

Q2-2025

(TB036)

Tema 2

Equilibrio-Cuerpos Vinculados



Algunas definiciones

Estructura: Conjunto de cuerpos unidos entre sí de forma tal de poder soportar las cargas actuantes sobre ellos.

Clasificación de elementos estructurales:

1. Lineales o unidimensionales (barras o piezas prismáticas): una dimensión predominante frente a las otras 2.
2. Superficiales o bidimensionales (placas, chapas o membranas): 2 dimensiones predominantes frente a la tercera
3. Volumétricos o tridimensionales (cuerpos): 3 dimensiones predominantes



Algunas definiciones

Pórtico (planos ó espaciales): estructura construida por una sucesión de barras, de eje rectilíneo o curvo.

Elementos verticales: columnas

Elementos horizontales: vigas o dinteles

Pórtico plano: los ejes baricéntricos de las barras, vínculos y las cargas se encuentran todos en el mismo plano



➤ Equilibrio de cuerpos vinculados

- Equilibrio de una partícula

➡ Ecuaciones de equilibrio de fuerzas concentradas concurrentes

- Equilibrio de un cuerpo rígido

➡ Ecuaciones de equilibrio de sistemas de fuerzas
generalizados



Grados de libertad de una partícula (o coordenadas libres)

- Partícula en el plano: 2 GL

Se necesitan 2 coordenadas independientes para indicar su posición

- Partícula en el espacio: 3 GL

Se necesitan 3 coordenadas independientes para indicar su posición

Nota: una traslación es una rotación en torno de un punto (polo) impropio



Grados de libertad (o coordenadas libres) de un cuerpo rígido

En el plano: 3 GL

Se necesitan 3 coordenadas independientes para indicar su posición

En el espacio: 6 GL

Se necesitan 6 coordenadas independientes para indicar su posición



3ª Ley de Newton

(4º Principio de la Estática, acción y reacción)

Toda acción implica la existencia de una reacción,
de igual intensidad y sentido contrario.



Equilibrio de un cuerpo rígido

- Reacciones en los soportes

Vínculo (ó soporte): toda condición geométrica que limite la posibilidad de movimiento de un cuerpo.

Si un vínculo previene la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces una fuerza es desarrollada sobre el cuerpo en esa dirección. Igualmente, si el vínculo impide una rotación, sobre el cuerpo se ejerce un momento.

Por cada movimiento limitado, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV)



Cuerpos Rígidos Vinculados.

Clasificación de los vínculos:

- **Externos o absolutos:** imponen condiciones geométricas que limitan la posición del cuerpo respecto de la tierra, supuesta fija (conectan la estructura a la tierra).
- **Internos o relativos:** limitan la movilidad entre los cuerpos (conectan partes de la estructura entre sí).
- **Bilaterales ó reversibles:** limitan el movimiento en ambos sentidos
- **Unilaterales** (ej: contacto): limitan el movimiento en un único sentido.

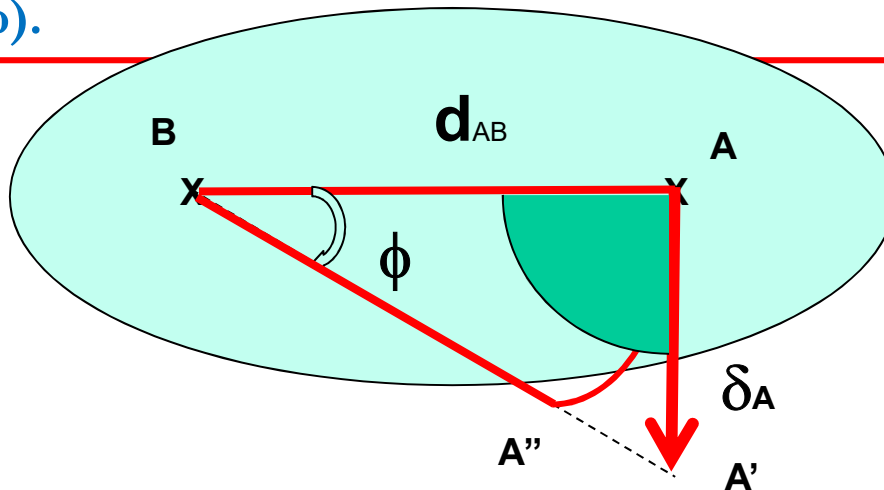


2 D: soportes para cuerpos sometidos a sistemas coplanares de fuerzas

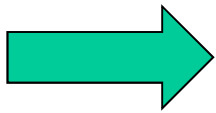
Movimiento de un punto del cuerpo respecto a otro punto fijo



Para desplazamientos pequeños, el corrimiento que experimenta el punto A resulta normal a la recta determinada por A y el centro de rotación B (punto fijo o polo).



$$\delta_A = \phi \cdot d_{AB}$$



La intersección de las direcciones de 2 apoyos móviles constituyen un punto fijo.



Biela: limita 1 GL : 1° especie → CV=1

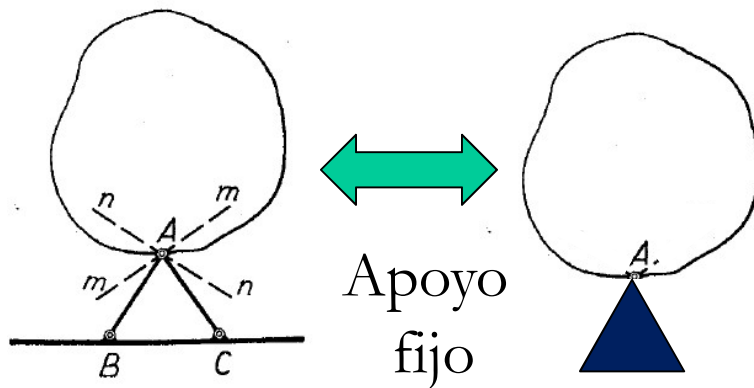


Fig. 6.12.

CV: número de Condiciones de Vínculo

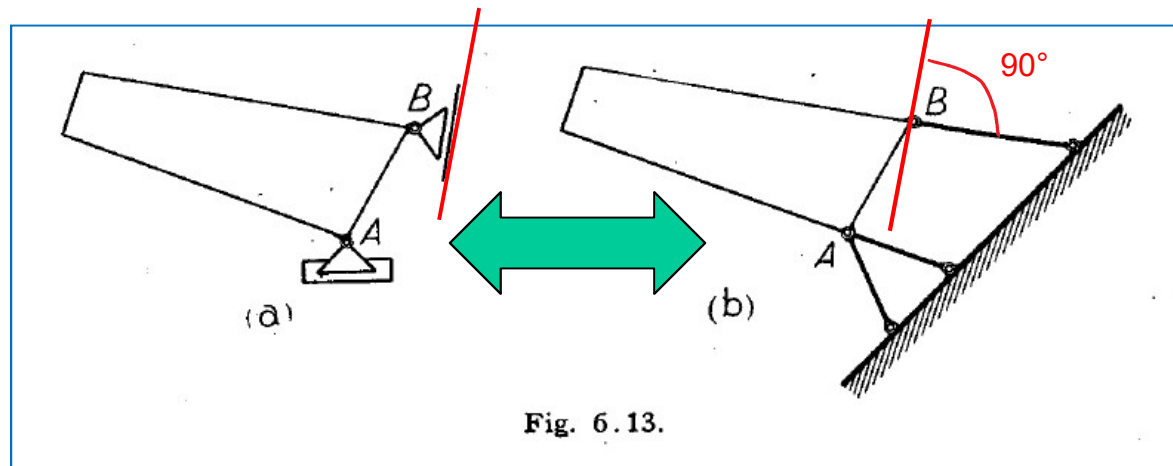


Fig. 6.13.



Apoyo Fijo: limita 2 GL : 2° especie → CV=2

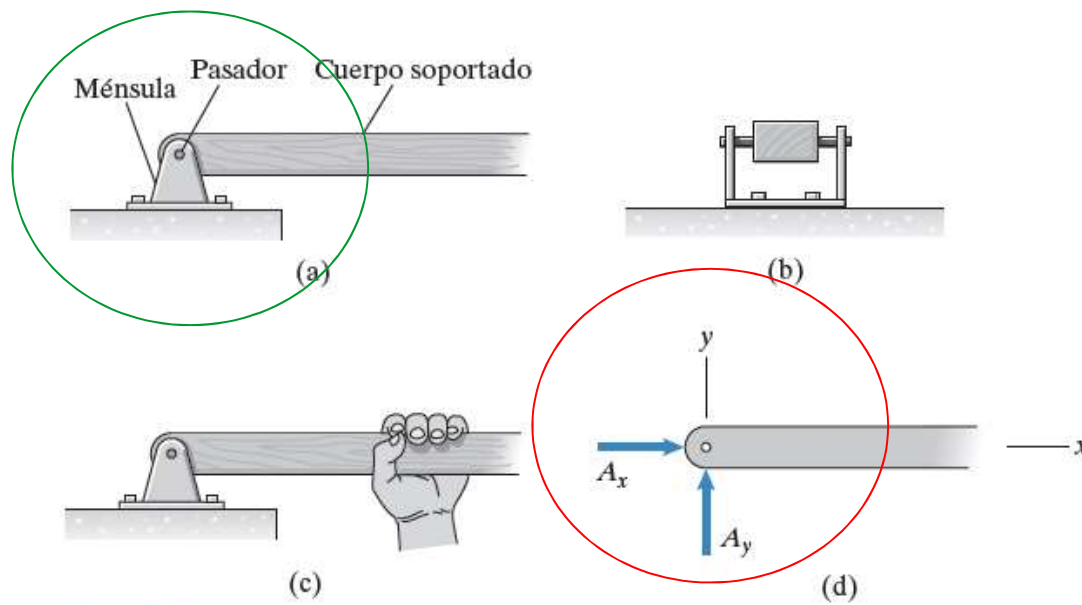
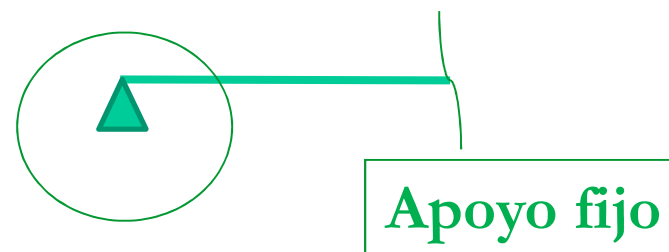


Figura 5.1

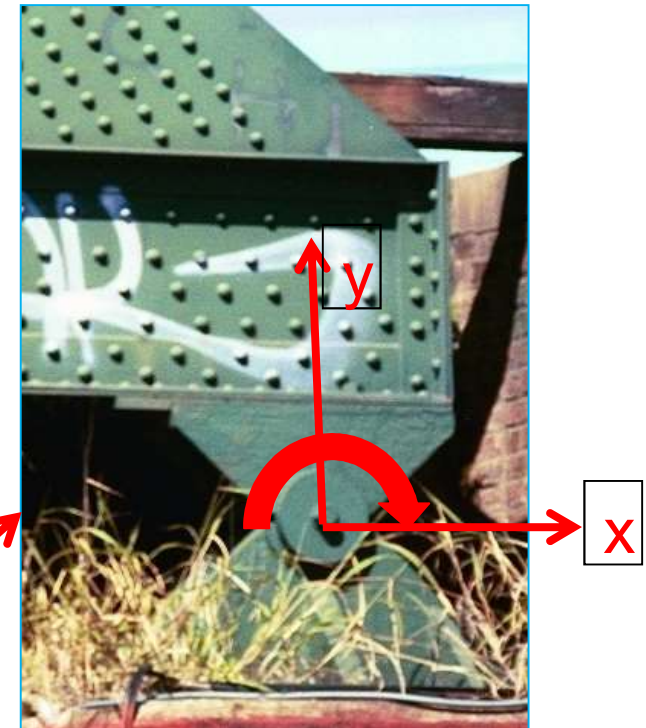
- (a) Soporte de pasador.
- (b) Vista lateral que muestra el pasador que atraviesa la viga.
- (c) Sujeción de una barra soportada.
- (d) El soporte de pasador es capaz de ejercer dos componentes de fuerza.

Ax, Ay: las componentes de la reacción de vínculo



Si se trata de mover la barra sin hacerla girar (es decir, trasladar la barra), el soporte ejerce una fuerza reactiva que lo impide. Sin embargo, se puede hacer girar la barra alrededor del eje del pasador. El soporte no puede generar un par respecto al eje del pasador para impedir el giro. Así, un soporte de pasador no puede generar un par respecto al eje del pasador, pero sí puede ejercer una fuerza sobre un cuerpo en cualquier dirección, lo que comúnmente se expresa representando la fuerza en términos de sus componentes (figura 5.1d).

Ref: Cap 5 Bedford Fowler



MODELO:

- Desplazamientos x , y : impedidos
- Giro según eje z : LIBRE

Apoyo fijo



Apoyo móvil: limita 1 GL : 1° especie → CV=1

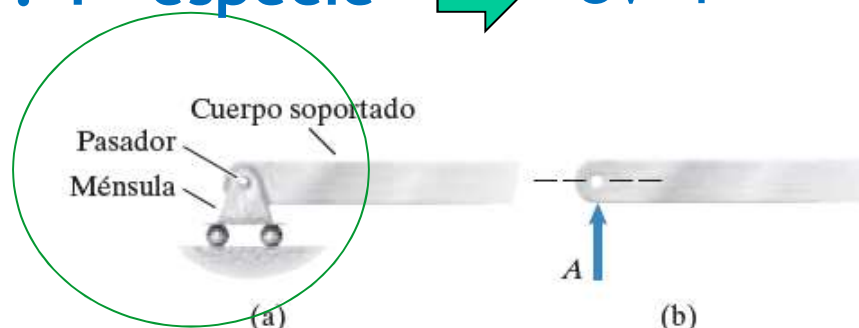


Figura 5.3

- (a) Soporte de rodillos.
- (b) La reacción consiste en una fuerza normal a la superficie.
- (c)–(e) Soportes equivalentes al soporte de rodillos.



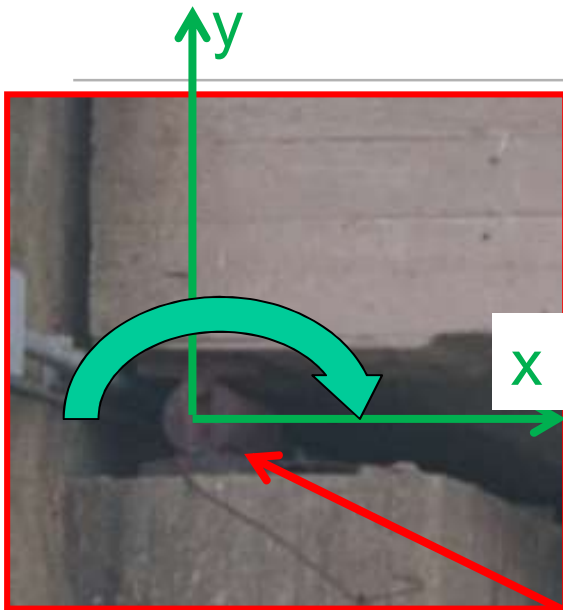
Como el soporte de pasador, éste no puede generar un par respecto al eje del pasador. Dado que puede moverse libremente en la dirección paralela a la superficie sobre la que rueda, no puede generar una fuerza paralela a la superficie, sino sólo una fuerza normal (perpendicular) a ella (figura 5.3b). En las figuras 5.3c-e se muestran otras convenciones usadas comúnmente como equivalentes al soporte de rodillo.

Las ruedas de vehículos y que soportan partes de máquinas son soportes de rodillo si las fuerzas de fricción ejercidas sobre ellas son insignificantes en comparación con las fuerzas normales.



Apoyo móvil

Ref: Cap 5 Bedford Fowler



MODELO:

- Desplazamiento: x LIBRE
- Giro según eje z: LIBRE



Apoyo móvil



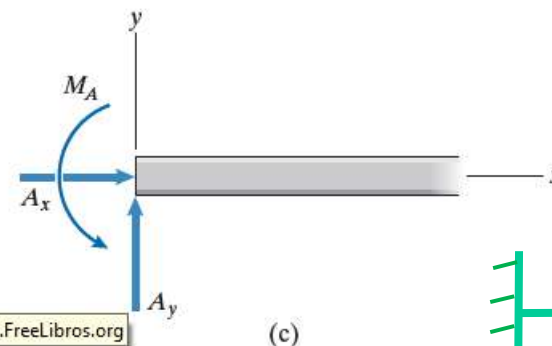
Empotramiento: limita 3 GL : 3° especie CV=3



Cuerpo soportado

(a)

(b)



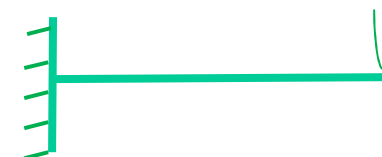
Modelo

Figura 5.6

- (a) Soporte fijo.
- (b) Sujeción de una barra empotrada.
- (c) Reacciones que es capaz de ejercer un soporte fijo.

<http://www.FreeLibros.org>

(c)



Soporte fijo El *soporte fijo* presenta el objeto soportado literalmente empotrado en la pared (figura 5.6a). Esta convención también se denomina soporte empotrado. Para entender sus reacciones, imagínese sujetando una barra unida a un soporte fijo (figura 5.6b). Si intenta trasladar la barra, el soporte genera una fuerza reactiva que lo impide; si trata de hacerla girar, el soporte genera un par reactivo que lo impide. Un soporte fijo puede generar dos componentes de fuerza y un par (figura 5.6c). El término M_A es el par generado por el soporte y la flecha curva indica su dirección.

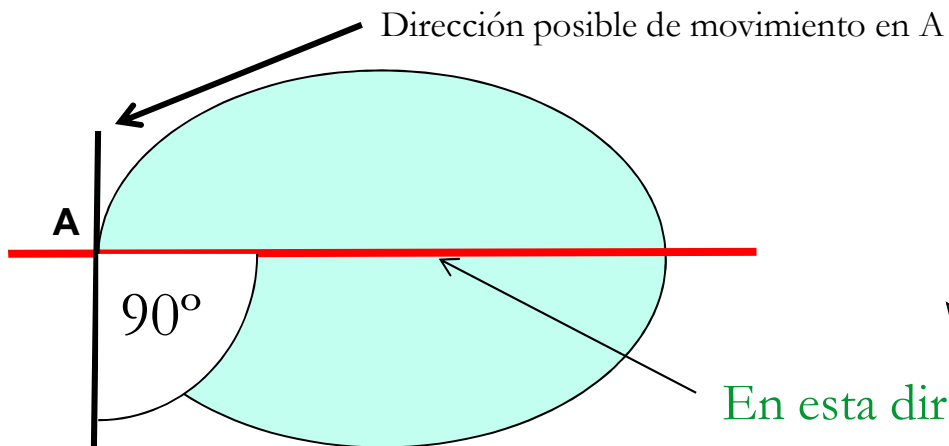
Ref: Cap 5 Bedford Fowler



Vinculación aparente

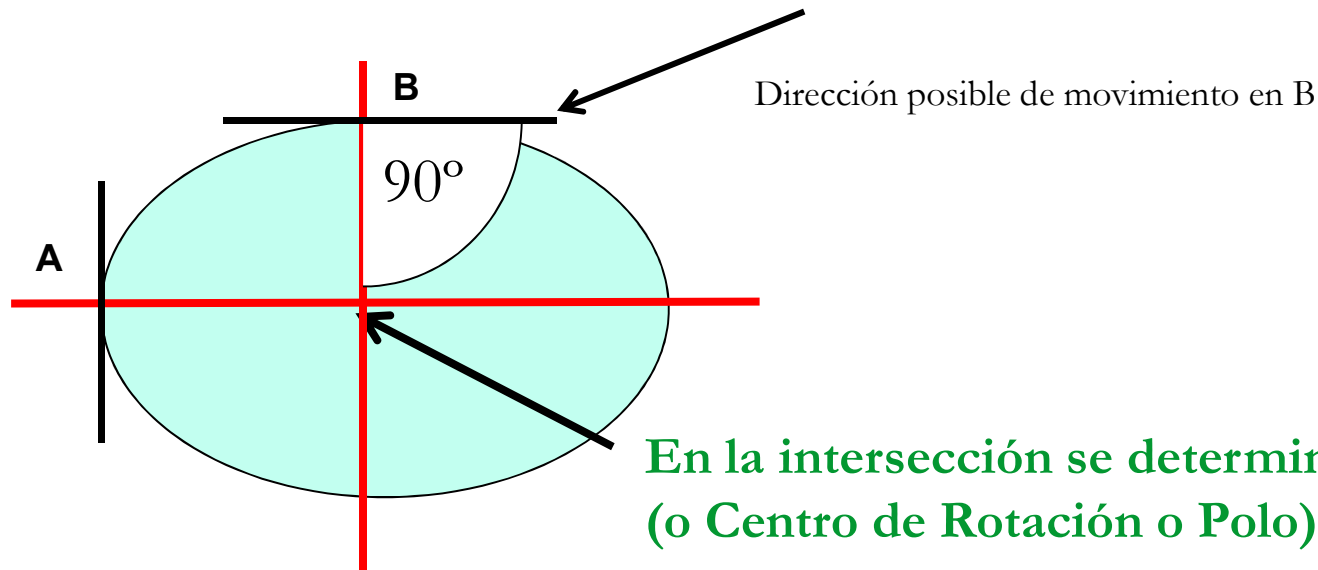
Vinculación aparente: cuando la condición geométrica impuesta a un cuerpo no altera las posibilidades de desplazamiento del mismo.

Vinculación aparente



La intersección de las direcciones de 2 apoyos móviles constituyen un punto fijo.

En esta dirección habrá un punto fijo

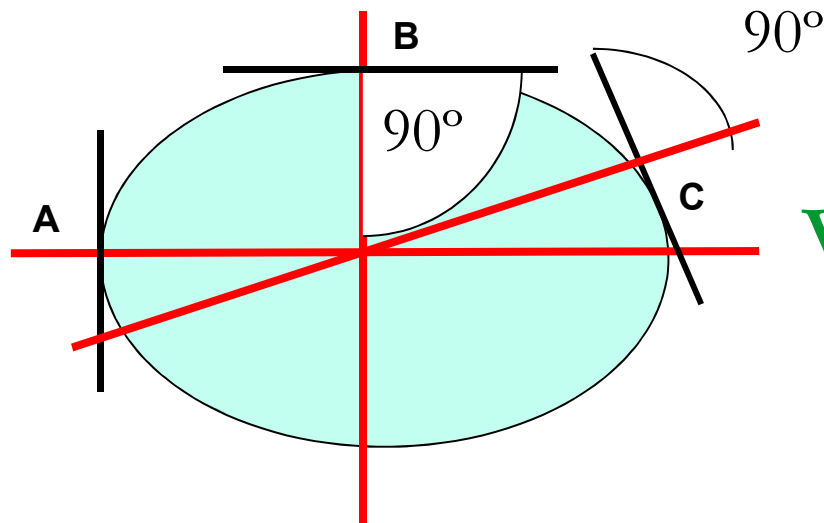


En la intersección se determina un Punto Fijo (o Centro de Rotación o Polo)



Vínculos aparentes

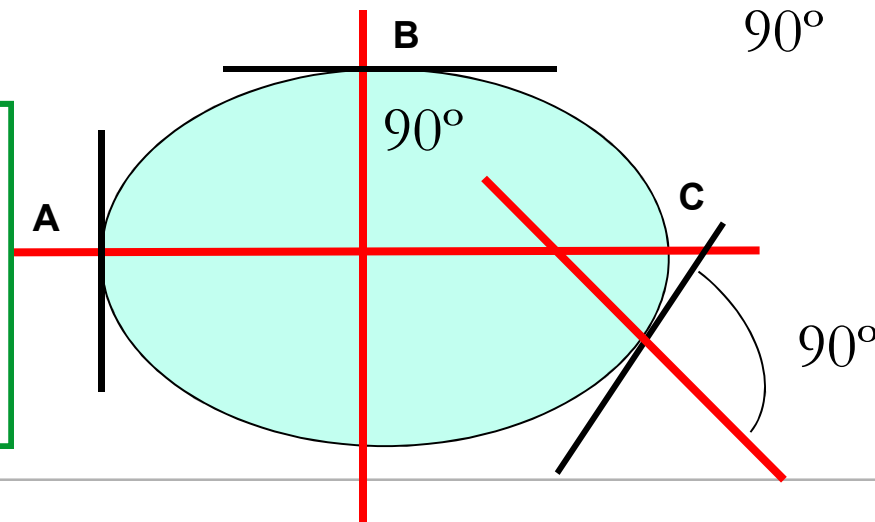
Dirección posible de movimiento en A



La intersección de las direcciones de 2 apoyos móviles constituyen un punto fijo.

VINCULACIÓN APARENTE

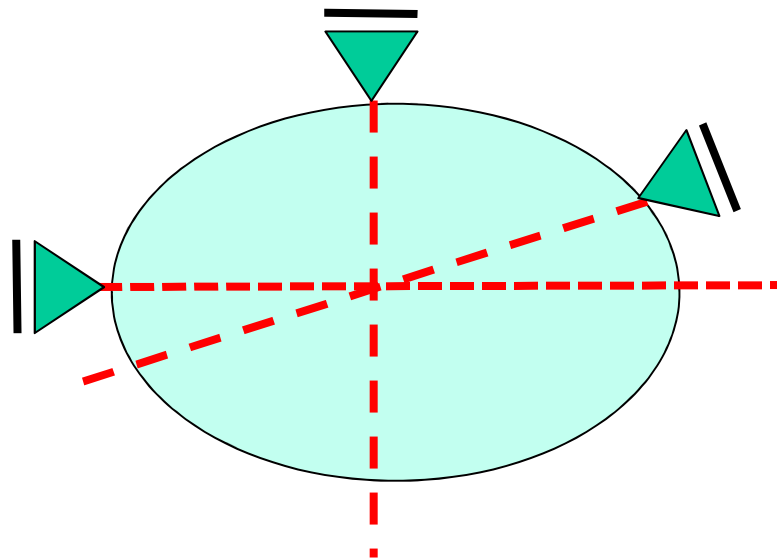
NO HAY VINCULACIÓN APARENTE: las normales a las direcciones de los posibles movimientos no se cortan en el mismo punto





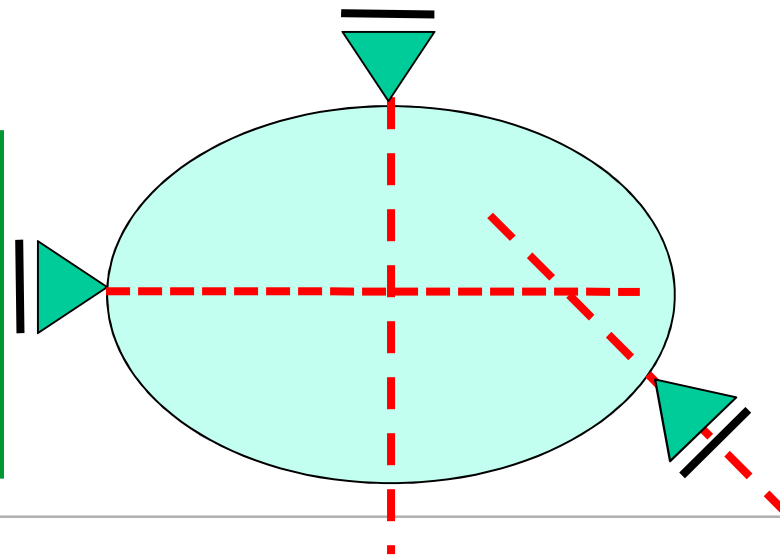
Vínculos aparentes

La intersección de las direcciones de 2 apoyos móviles constituyen un punto fijo.



VINCULACIÓN APARENTE

NO HAY VINCULACIÓN APARENTE: las normales a las direcciones de los posibles movimientos no se cortan en el mismo punto

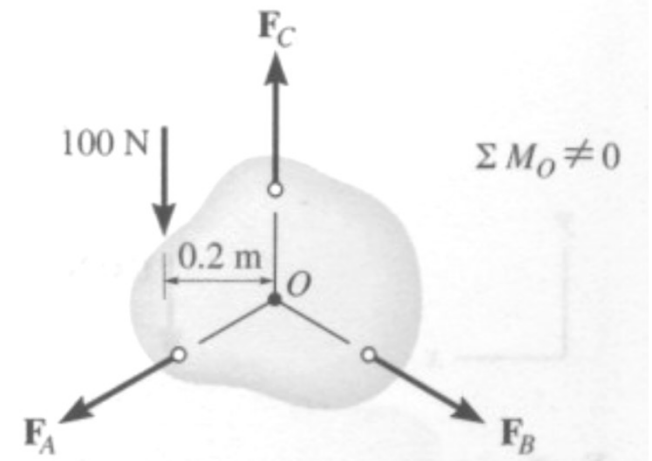
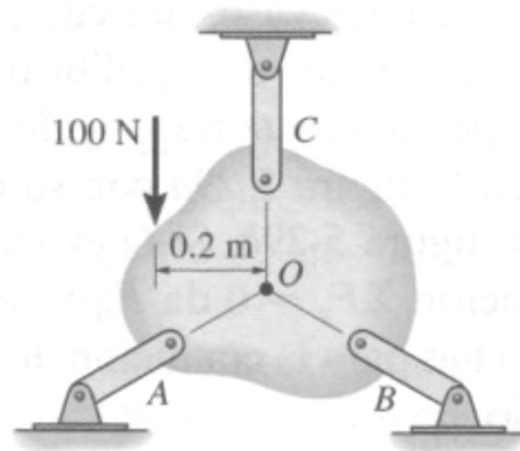
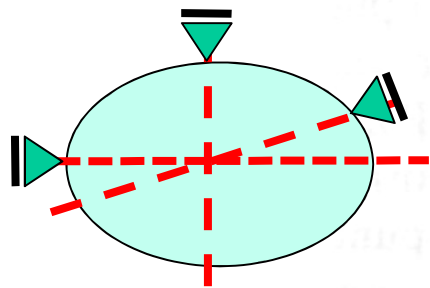




Vinculación aparente

1. Vinculación aparente en sistemas planos

- Las reacciones de los vínculos móviles son concurrentes a un punto

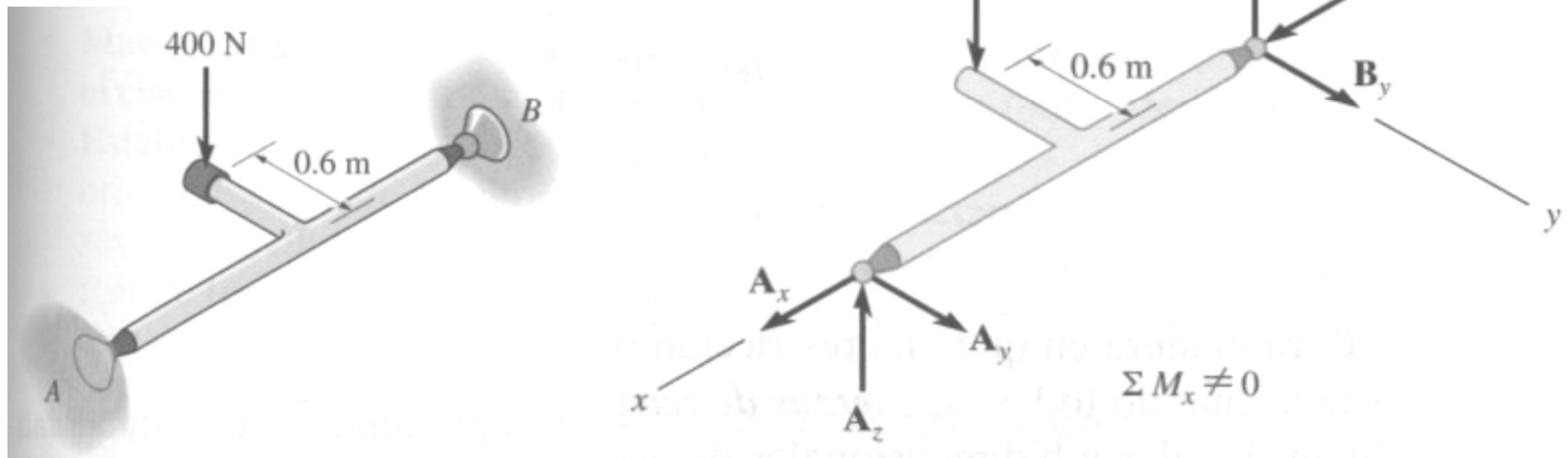




Vinculación aparente

2. Vinculación aparente en sistemas tridimensionales

- Las reacciones de los vínculos móviles intersecan un eje común





Isoestaticidad (ó isostaticidad)

En Mecánica de Estructuras se llama resolver una estructura a calcular el valor de los esfuerzos que actúan sobre cada una de las secciones de todas las piezas que componen la estructura.

Cuando ese cálculo puede realizarse íntegramente utilizando sólo *las ecuaciones de la estática*, la estructura se llama *isostática o estáticamente determinada*.

En caso contrario, se la llama *hiperestática o estáticamente indeterminada*.



Clasificación de los sistemas estructurales según su vinculación

➤ $GL=CV$ Condición necesaria pero NO suficiente de isoestaticidad

➤ $GL < CV$  Hiperestáticos

➤ $GL > CV$  Hipostáticos

Dónde:

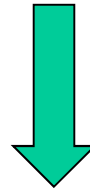
- GL: Grados libertad
- CV : número de Condiciones de Vínculos

Nota: para casos particulares de carga las estructuras hipostáticas también pueden estar en equilibrio



Isoestaticidad (ó isostaticidad)

Si $GL=CV$ y NO hay Vinculación aparente



Estructura Isostática
(ó estáticamente determinada)



Análisis estructural

Resolución de sistemas vinculados



1. Verificar la isoestaticidad del sistema

- Verificar $GL=CV$ (condición necesaria de isoestaticidad, pero no suficiente)
- Verificar que no hay vinculación aparente (Cinemáticamente Invariable)

Si se verifican estos 2 ítems  **SISTEMA
ESTÁTICAMENTE DETERMINADO**



2. Resolución

2.a Diagrama de cuerpo libre.

Poner en evidencia todas las fuerzas actuantes, activas y reactivas.

- fuerzas activas : tienden a poner la partícula en movimiento
- fuerzas reactivas: son el resultado de restricciones o soportes que tienden a impedir el movimiento.

2.b Planteo y solución ecuaciones de equilibrio

2.c Verificar resultados

De las reacciones de vínculo conocemos punto de aplicación y dirección, pero no conocemos módulo ni sentido.



Cadena de chapas

Se analizan estructuras planas conformadas por más de una chapa.

La cadena de chapas puede definirse como:

- **abierta:** la primera chapa de la cadena no se vincula a la última chapa o
- **cerrada:** en caso contrario, que la primera y la última chapa se vinculan.
- **mixtos**

Las chapas constitutivas de la cadena se vinculan entre sí mediante articulaciones relativas (vínculos internos de segunda especie):

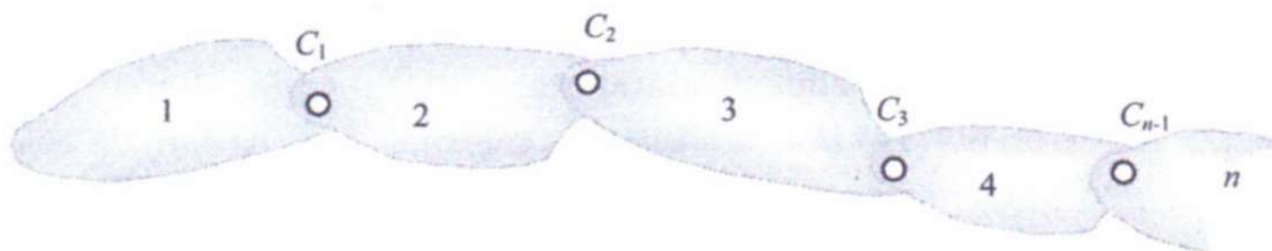
- **articulaciones relativas propias.**
- **articulaciones relativas impropias.**

Y al planeta a través de vinculación externa.



Cadena abierta de n chapas

Articulaciones Relativas



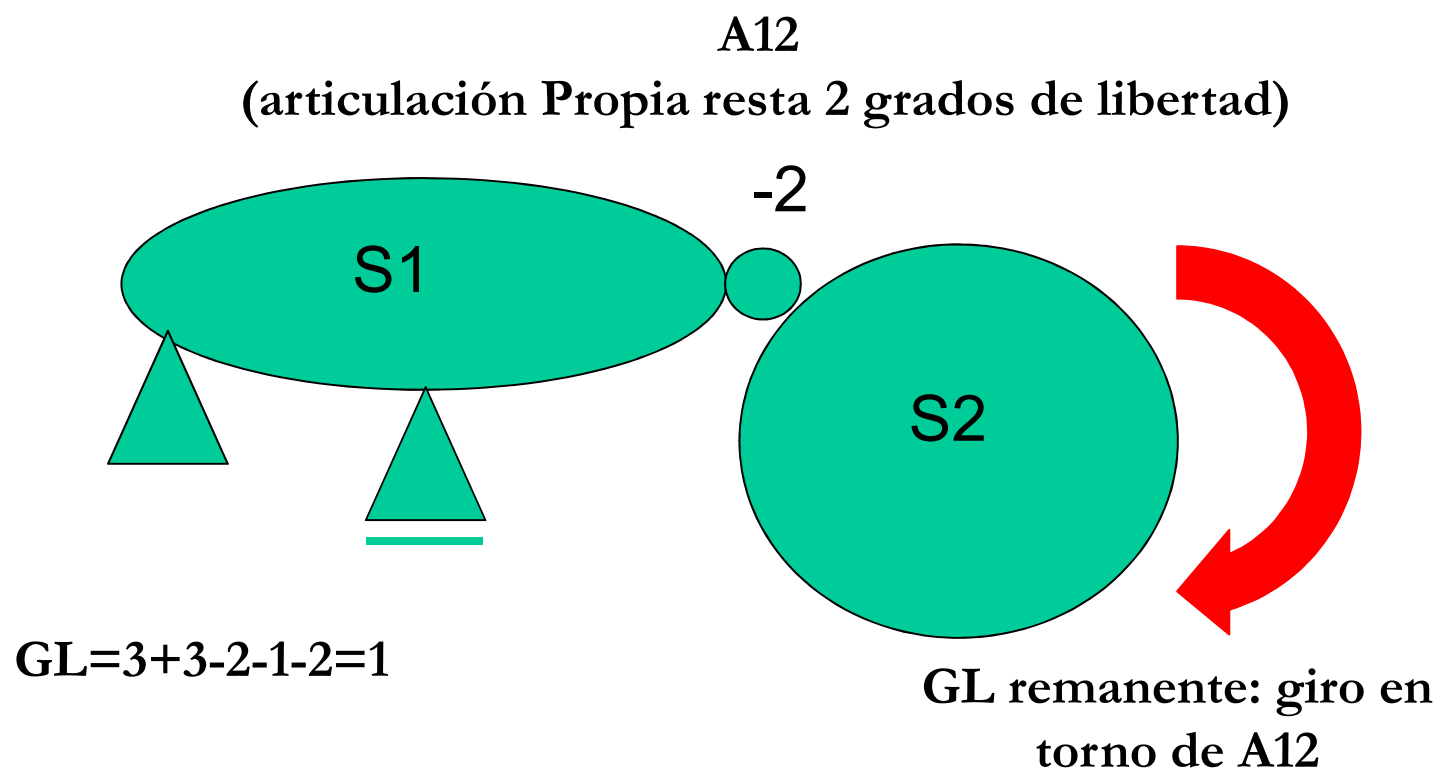
Cada chapa tiene 3 grados de libertad, pero cada articulación, propia o impropia, resta 2



$$GL = 3n - 2(n-1) = n + 2$$



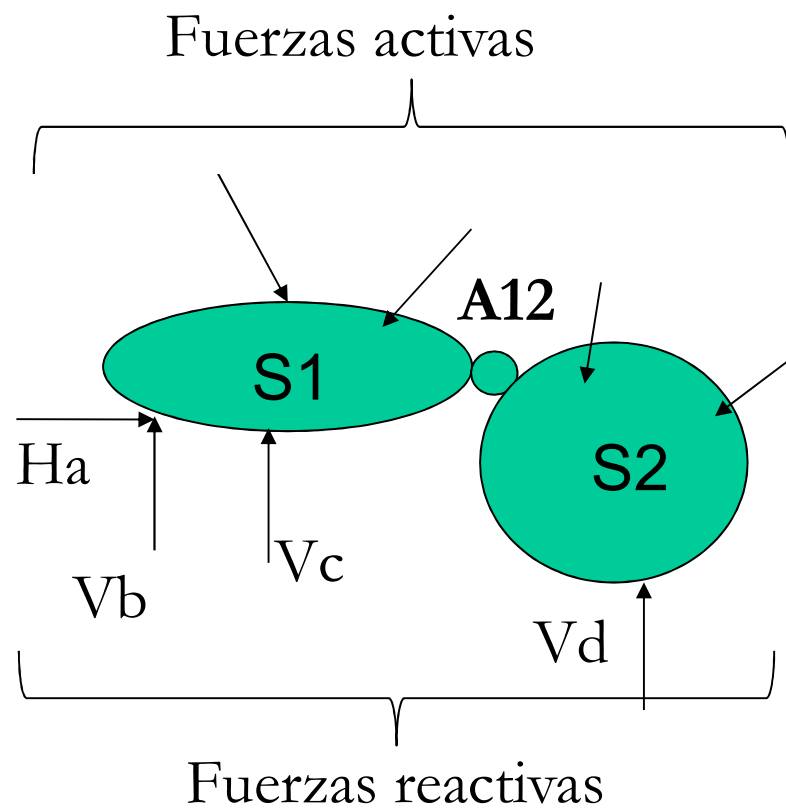
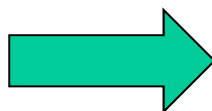
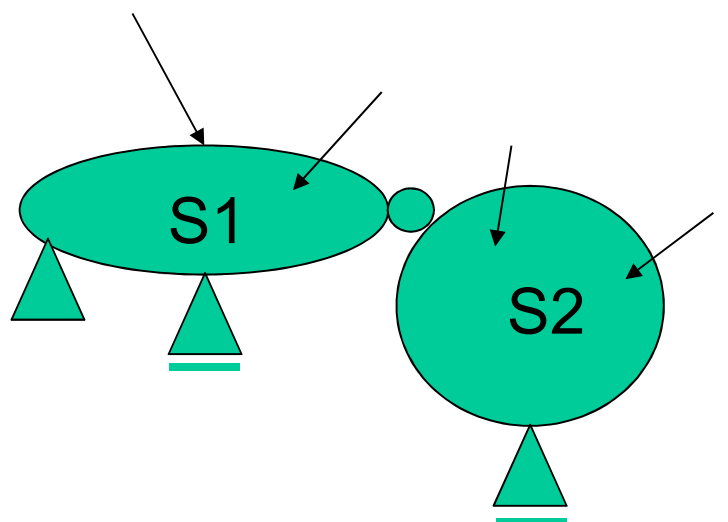
Cadena abierta de n chapas



Por cada movimiento limitado, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV);
por lo mismo, si el movimiento no está impedido no hay reacción de vínculo (interna, en este caso)



Cadena abierta de n chapas



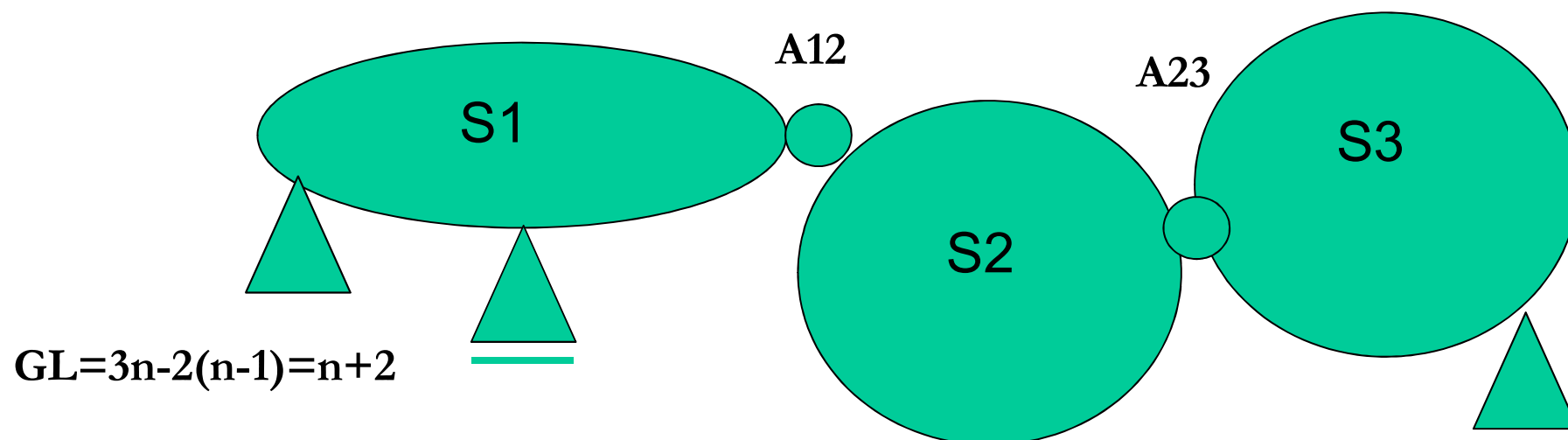
Tenemos 4 incógnitas, pero las ecuaciones de equilibrio global para fuerzas no concurrentes en el plano son 3, no alcanzan. Necesitamos Ecuaciones de Equilibrio relativo.

$$\sum M_{A12, S1} = 0$$

$$\sum M_{A12, S2} = 0$$



Cadena abierta de n chapas



Ecuaciones de Equilibrio Relativo:

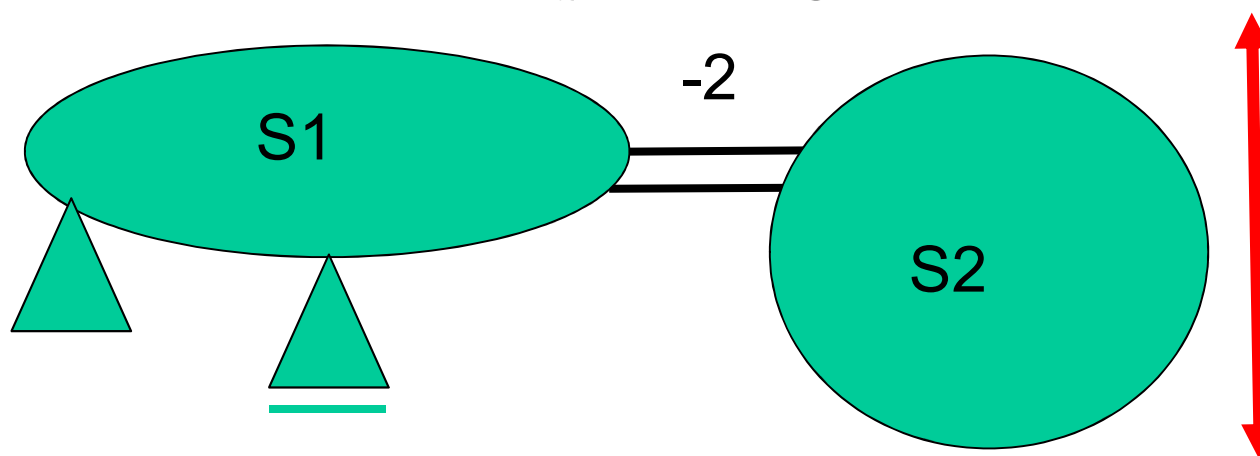
$$\sum M_{A12, S1} = 0 \quad \sum M_{A12, S2+S3} = 0$$

$$\sum M_{A23, S1+S2} = 0 \quad \sum M_{A23, S3} = 0$$



Cadena abierta de n chapas

A12_impropia
(articulación Impropia resta 2 grados de libertad)



$$GL=3+3-2-1-2=1$$

GL remanente: giro en torno de
A12_impropia => traslación
perpendicular al eje de las bielas

Por cada movimiento limitado, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV);
por lo mismo, si el movimiento no está impedido no hay reacción de vínculo (interna, en este caso)

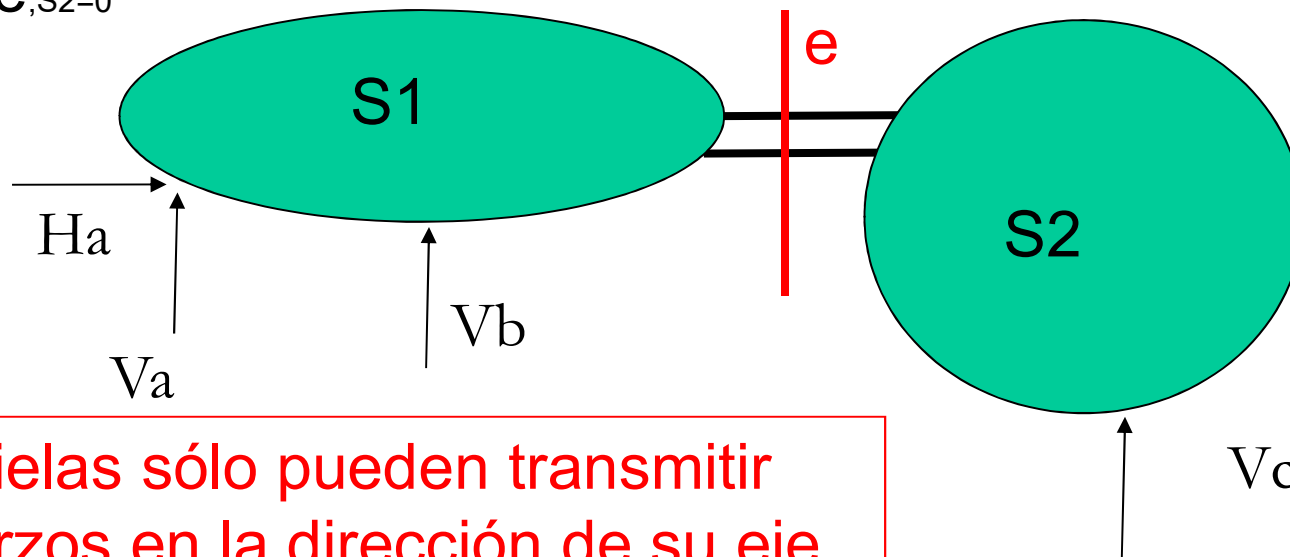


Cadena abierta de n chapas

$$\sum \text{Proy}_e, S1=0$$

$$\sum \text{Proy}_e, S2=0$$

Eje “e” perpendicular al eje de las bielas



Las bielas sólo pueden transmitir esfuerzos en la dirección de su eje



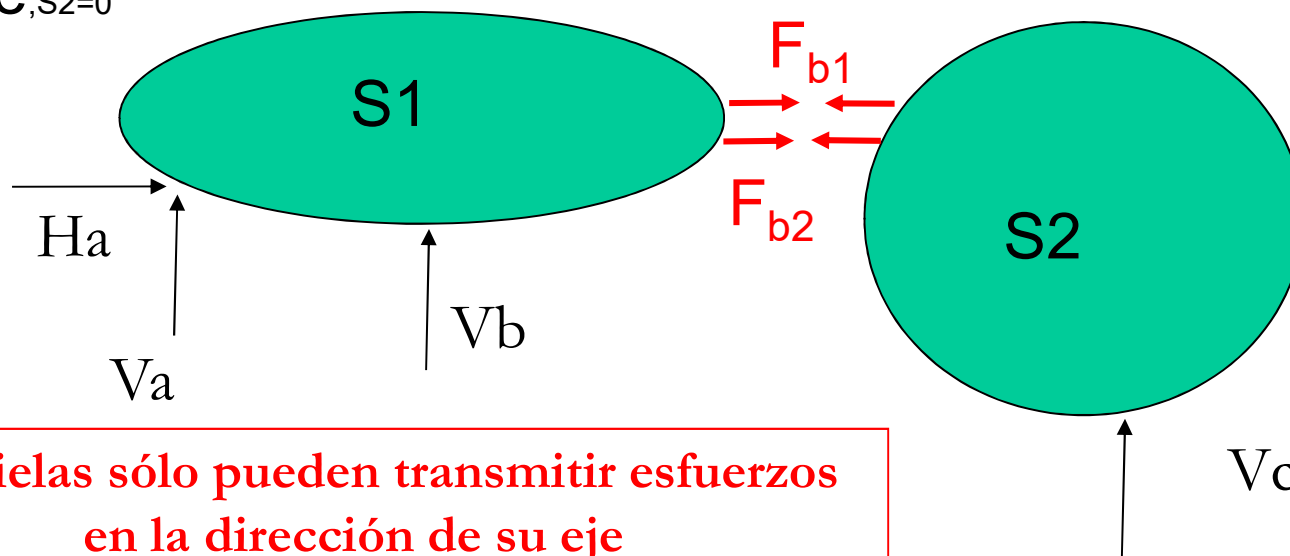
Cadena abierta de n chapas

Eje “e” perpendicular al eje de las bielas

Cortamos las bielas y ponemos en evidencia sus esfuerzos internos F_{b1} y F_{b2}

$$\sum \text{Proy}_e, S1=0$$

$$\sum \text{Proy}_e, S2=0$$



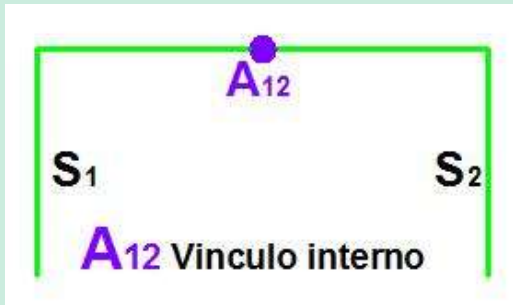
Las bielas sólo pueden transmitir esfuerzos en la dirección de su eje

Por cada movimiento limitado, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV); por lo mismo, si el movimiento no está impedido no hay reacción de vínculo (interna, en este caso)

Cadena abierta de n chapas



Articulaciones Relativas Propias

Esquema art.relativa propia	Movimiento relativo entre chapas	Reacción de vínculo interno
		
	Las chapas solo pueden rotar en forma relativa respecto de un eje pasante por la articulación relativa A_{12} y las traslaciones están impedidas. .	Las reacciones de vínculo interno son 2 fuerzas. Dado que el giro no está impedido no hay reacción de vínculo interno momento

Cadena abierta de n chapas



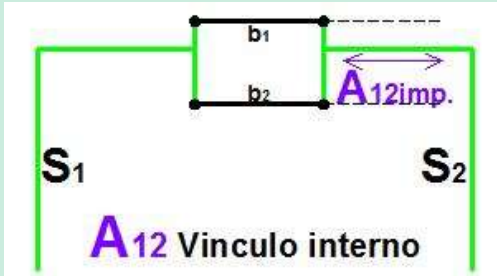
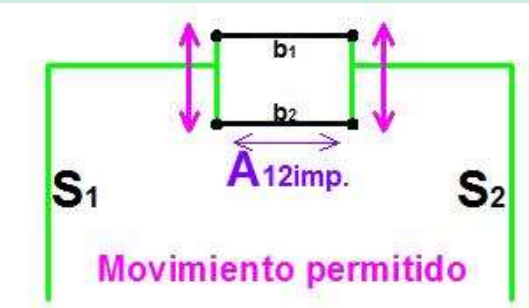
Articulaciones Relativas Propias

Esquema art.relativa propia	Movimiento relativo entre chapas	Reacción de vínculo interno
Ref. UTN. BA - ING CIVIL – ESTABILIDAD – ING J. EDUARDO MARCO	Las chapas solo pueden rotar en forma relativa respecto de un eje pasante por la articulación relativa A12 y las traslaciones están impedidas.	Las reacciones de vínculo interno son 2 fuerzas. Dado que el giro no está impedido no hay reacción de vínculo interno momento

Cadena abierta de n chapas

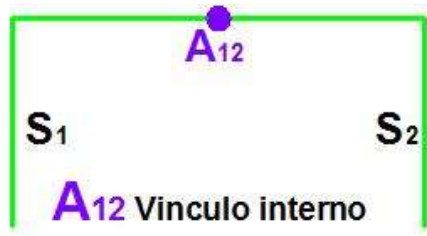


Articulaciones Relativas Impropias

Esquema art.relativa impropia	Movimiento relativo entre chapas	Reacción de vínculo interno
 A_{12} Vínculo interno	 Movimiento permitido	 Reacciones de vínculo interno
	Las chapas solo pueden trasladarse en forma relativa en dirección perpendicular a las bielas que conforman la articulación relativa impropia A_{12} mientras que la traslación relativa en el eje de las bielas y la rotación relativa están impedidas.	Las reacciones de vínculo interno de la articulación relativa A_{12} impropia son dos fuerzas en la dirección de las bielas. Como la traslación relativa en la dirección perpendicular a las bielas no está impedida, la reacción de vínculo int. en esta dirección es nula.

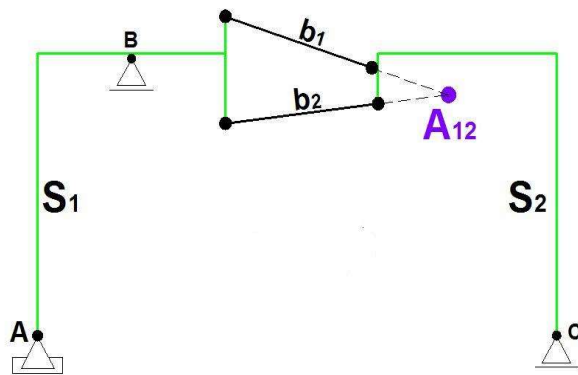


Cadena cinemática abierta de dos chapas



cada chapa presenta 3GL y la articulación relativa restringe 2GL
resulta:
 $N^{\circ}GL = 2 \times 3 - 2 = 4$

Caso 1 : 1 chapa tiene 3 CV y otra 1 CV. (Art. Relativa Propia)



Análisis cinemático.

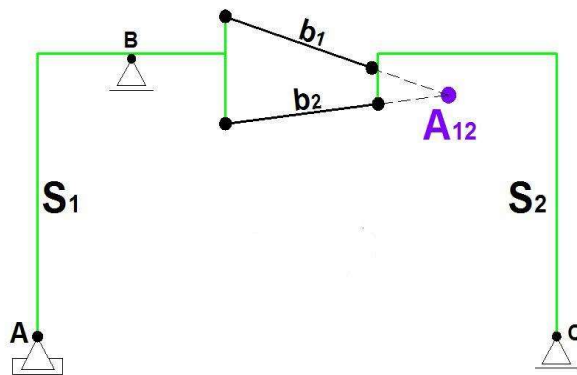
a)-Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 4 grados de libertad y tiene impuestas 4 condiciones de vínculo: 3 en S1 (apoyo fijo y apoyo móvil) y 1 en S2 mediante el apoyo móvil.

b)-Se comprueba la eficiencia de la vinculación. La chapa S1 se encuentra fija dado que la dirección del apoyo móvil ubicado en B no pasa por el punto fijo A. En particular A12 es punto fijo de S1 y S2. Consecuentemente la chapa S2 también se encuentra fija debido a que la dirección del apoyo móvil ubicado en C no pasa por A12.

Como simultáneamente se cumplen los puntos a) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable



Cadena cinemática abierta de dos chapas



cada chapa presenta 3GL y la articulación relativa restringe 2GL
resulta:

$$N^{\circ}GL = 2 \times 3 - 2 = 4$$

Calculo de RVE: 4 incógnitas V_A , H_A , V_B y V_C

a) Ecuaciones de Equilibrio Absoluto: $R_x=0$ $R_z=0$ $M_y^A=0$

b) Ecuación de Equilibrio Relativo: $M_y^{A12}_{S1}=0$ ó $M_y^{A12}_{S2}=0$ En una art. relativa propia la reacción de vínculo interna momento es nula.

El momento del sistema de fuerzas actuante en chapa S1 respecto de un eje pasante por A12 es nulo.

O el Momento del sistema de fuerzas actuante en la chapa S2 respecto de un eje pasante por A12 es nulo.

Se plantea la ecuación más conveniente.



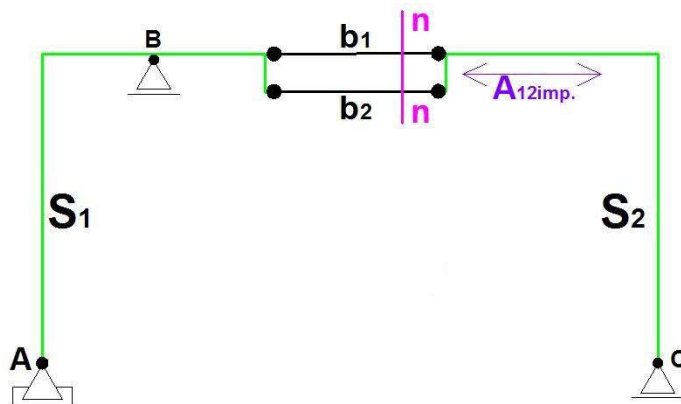
Cadena cinemática abierta de dos chapas



cada chapa presenta 3GL y la articulación relativa restringe 2GL resulta:

$$N^{\circ}GL = 2 \times 3 - 2 = 4$$

Caso 1: 1 chapa tiene 3 CV y otra 1 CV. (Art. Relativa Impropia)



Análisis cinemático.

a)-Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 4 grados de libertad y tiene impuestas 4 condiciones de vínculo: 3 en S1 (apoyo fijo y apoyo móvil) y 1 en S2 mediante el apoyo móvil.

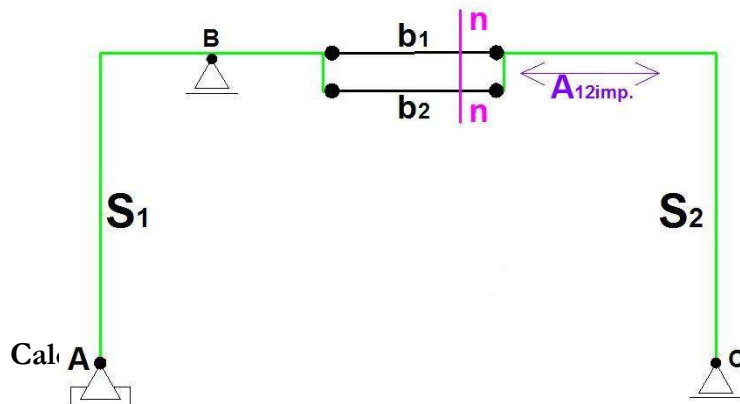
b)-Se comprueba la eficiencia de la vinculación. La chapa S1 se encuentra fija dado que la dirección del apoyo móvil ubicado en B no pasa por el punto fijo A. En particular A12 es punto fijo de S1 y S2. Consecuentemente la chapa S2 también se encuentra fija debido a que la dirección del apoyo móvil ubicado en C no pasa por A12.

Como simultáneamente se cumplen los puntos a) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable



Cadena cinemática abierta de dos chapas

Caso 1: 1 chapa tiene 3 CV y otra 1 CV. (Art. Relativa Impropia)



a) Ecuaciones de Equilibrio Absoluto: $R_x=0$ $R_z=0$ $M_y^A=0$

b) Ecuación de Equilibrio Relativo: $R_{n-n S1}=0$ ó $R_{n-n S2}=0$

En una art. relativa impropia la reacción de vínculo interna fuerza en la dirección perpendicular a las bielas es nula.

La resultante en la dirección n-n del sistema de fuerzas actuante en chapa S1 respecto de A12 es nula.

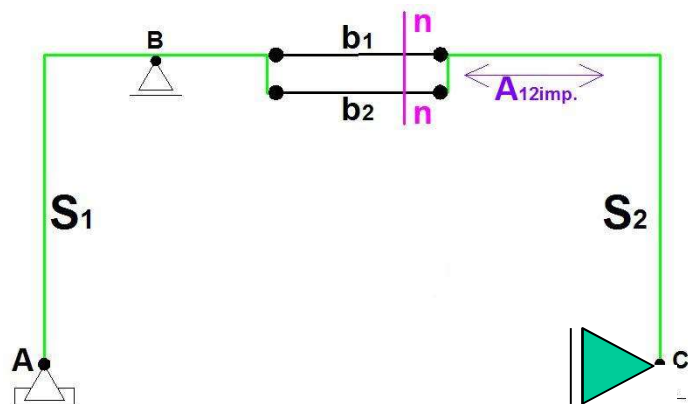
Q la resultante en la dirección n-n del sistema de fuerzas actuante en la chapa S2 respecto de A12 es nula.

Se plantea la ecuación más conveniente.



Cadena cinemática abierta de dos chapas

Caso 1 : 1 chapa tiene 3 CV y otra 1 CV. (Art. RelativaImpropia)



Análisis cinemático.

a)-Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 4 grados de libertad y tiene impuestas 4 condiciones de vínculo: 3 en S1 (apoyo fijo y apoyo móvil) y 1 en S2 mediante el apoyo móvil.

b) Idem anterior, **PERO** la dirección del apoyo móvil en C **SÍ** pasa por A12imp $\Rightarrow$ Vinculación aparente – **Estructura cinemáticamente inestable**



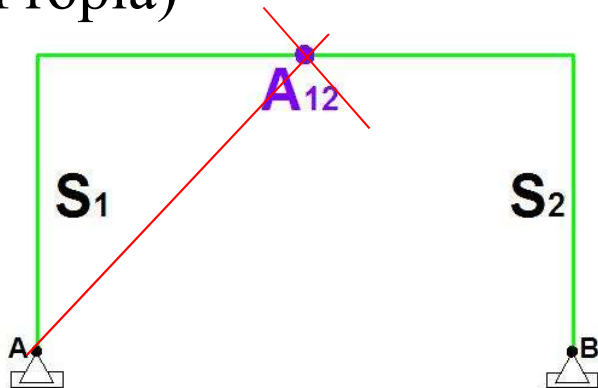
Cadena cinemática abierta de dos chapas



cada chapa presenta 3GL y la articulación relativa restringe 2GL resulta:

$$N^{\circ}GL = 2 \times 3 - 2 = 4$$

Caso 2 Arco de 3 articulaciones: Cada chapa tiene 2 CV. (Art. Relativa Propia)



Análisis cinemático.

a)-Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 4 grados de libertad y tiene impuestas 4 condiciones de vínculo: 2 en S1 (apoyo fijo) y 2 en S2 (apoyo fijo)

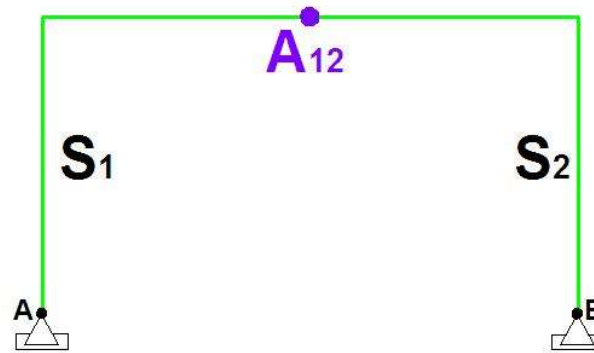
b)-Se comprueba la eficiencia de la vinculación. La chapa S1 tiene un punto fijo en A, la chapa S2 tiene un punto fijo en B. Como no hay una recta que contenga simultáneamente a los dos puntos fijos (A y B) y a la art. Relativa A12, ambas chapas están fijas. (Otra forma de decir lo mismo: A (punto fijo), B (punto fijo) y A12 art relativa no están alineadas)

Como simultáneamente se cumplen los puntos a) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable



Cadena cinemática abierta de dos chapas

Caso 2 Arco de 3 articulaciones: Cada chapa tiene 2 CV. (Art. Relativa Propia)



Calculo de RVE: 4 incógnitas V_A , H_A , V_B y H_B

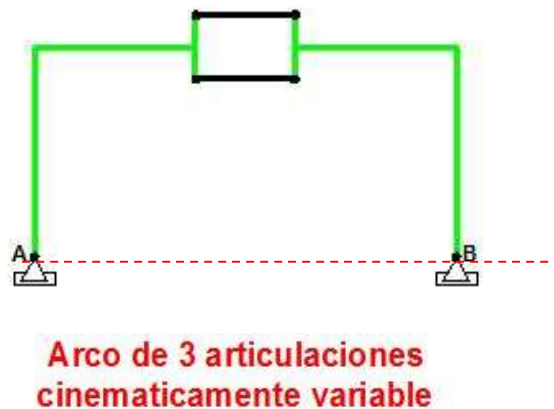
a) Ecuaciones de Equilibrio Absoluto: $R_x=0$ $R_z=0$ $M_y^A=0$

b) Ecuación de Equilibrio Relativo: $M_y^{A12}_{S1}=0$ ó $M_y^{A12}_{S2}=0$ En una art. relativa propia la reacción de vínculo interna momento es nula.

El momento del sistema de fuerzas actuante en chapa S1 respecto de un eje pasante por A12 es nulo.

O el Momento del sistema de fuerzas actuante en la chapa S2 respecto de un eje pasante por A12 es nulo.

Se plantea la ecuación más conveniente.



La art. Relativa A_{12} pertenece a S_1 y S_2 .

Chapa S_1 :

Por la condición de rigidez, la art. Relativa A_{12} sólo puede desplazarse en la dirección perpendicular a AA_{12} .

Chapa S_2 :

Por la condición de rigidez, la art. Relativa A_{12} sólo puede desplazarse en la dirección perpendicular a BA_{12}

Como AA_{12} y BA_{12} no son direcciones coincidentes A_{12} esta fija.

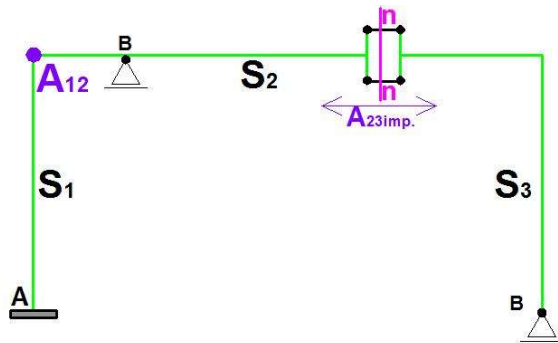


Para que en un arco a 3 articulaciones no haya vinculación aparente es necesario que las articulaciones no se encuentren alineadas.





Caso 1: Cadena cinemática abierta de tres chapas



cada chapa presenta 3GL y cada articulación relativa restringe 2GL resulta: $N^{\circ}GL = 3 \times 3 - 2 \times 2 = 5$

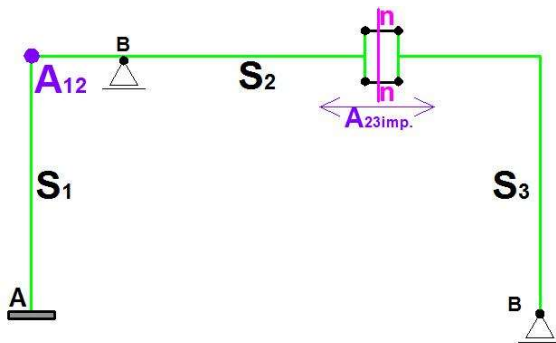
Análisis cinemático.

- Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 5 grados de libertad y tiene impuestas 5 condiciones de vínculo: 3 en S1 (empotramiento), 1 en S2 (apoyo móvil B) y 1 en S3 (apoyo móvil C).
- Se comprueba la eficiencia de la vinculación. La chapa S1 se encuentra fija por el empotramiento. En particular A12 es punto fijo de S1 y S2. Consecuentemente la chapa S2 también se encuentra fija debido a que la dirección del apoyo móvil ubicado en B no pasa por A12. La articulación relativa A23imp. resulta punto fijo de S2 y S3 y finalmente S3 esta fija dado que la dirección del apoyo móvil ubicado en C no pasa por A23imp.

Como simultáneamente se cumplen los puntos a) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable.



Caso 1: Cadena cinemática abierta de tres chapas



Calculo de reacciones de vínculo.

Obsérvese que son 5 las incógnitas a determinar (**HA, VA, MA, VB y VC**).

- Considerando A como centro de reducción las ecuaciones de equilibrio absoluto se escriben:

$$R_z=0 \quad R_x=0 \quad M_y^A=0$$

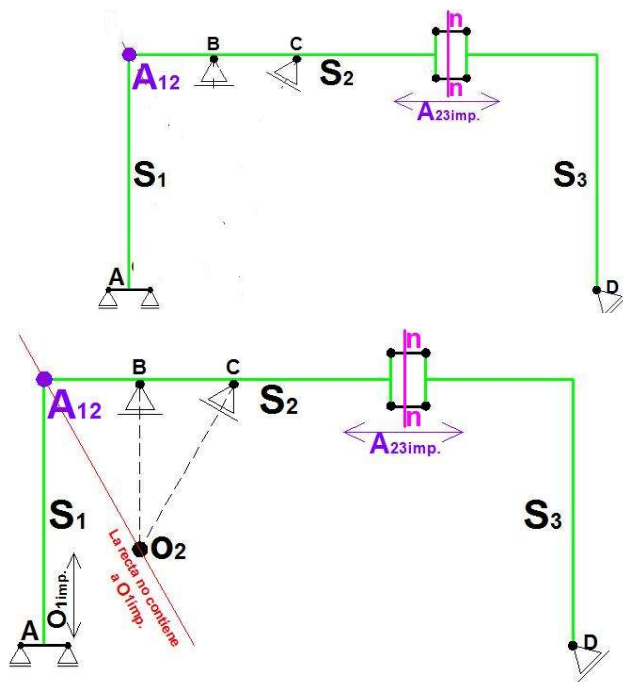
- Las ecuaciones de equilibrio relativo resultan:

$$M_y^{A12} S_1=0 \quad \text{ó} \quad M_y^{A12} S_2; S_3=0$$

$$R_{n-n} S_1; S_2=0 \quad \text{ó} \quad R_{n-n} S_3=0$$



Caso 3: Cadena cinemática abierta de tres chapas



Análisis cinemático.

cada chapa presenta 3GL y cada articulación relativa restringe 2GL resulta: $N^{\circ}GL = 3 \times 3 - 2 \times 2 = 5$

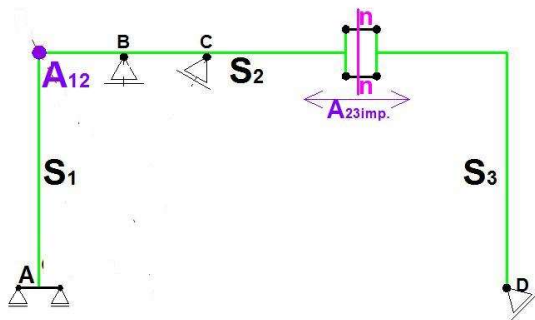
a) Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 5 grados de libertad y tiene impuestas 5 condiciones de vínculo: 2 en S1 (empotramiento guiado), 2 en S2 (dos apoyos móviles) y 1 en S3 (apoyo móvil).

b)-Se comprueba la eficiencia de la vinculación. Las chapas S1 y S2 se encuentran fijas por conformar un arco de 3 articulaciones y además no existir una recta que contenga simultáneamente los dos puntos fijos ($O1_{imp}$ y $O2$) y la articulación relativa A12. La articulación relativa A23imp. resulta punto fijo de S2 y S3 y finalmente S3 esta fija dado que la dirección del apoyo móvil ubicado en D no pasa por A23imp.

Como simultáneamente se cumplen los puntos a) y b) puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable



Caso 3: Cadena cinemática abierta de tres chapas



Calculo de reacciones de vínculo.

Obsérvese que son 5 las incógnitas a determinar (V_A , M_A , V_B , R_C y R_D).

- Considerando A como centro de reducción las ecuaciones de equilibrio absoluto se escriben:

$$R_z=0 \quad R_x=0 \quad M_y^A=0$$

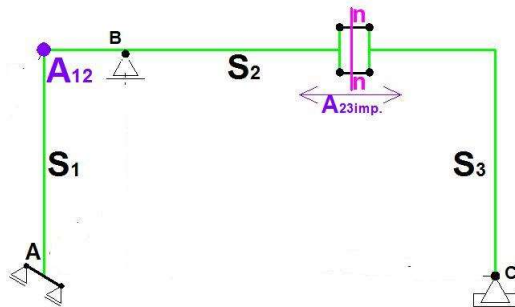
- Las ecuaciones de equilibrio relativo resultan:

$$M_y^{A12}_{S1}=0 \quad \text{ó} \quad M_y^{A12}_{S2;S3}=0$$

$$R_{n-n \, S1;S2}=0 \quad \text{ó} \quad R_{n-n \, S3}=0$$



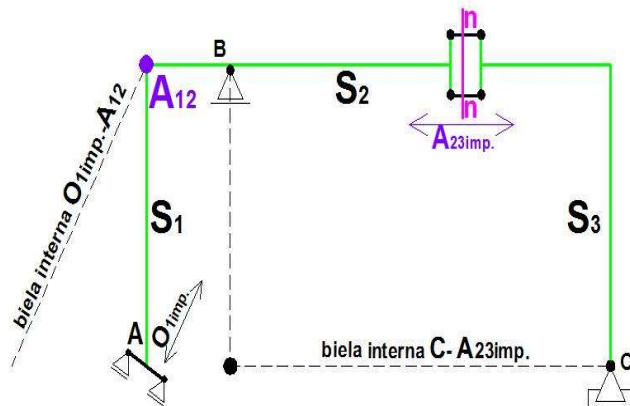
Caso 4: Cadena cinemática abierta de tres chapas



Análisis cinemático.

cada chapa presenta 3GL y cada articulación restringe 2GL resulta: $N^{\circ}GL = 3 \times 3 - 2 \times 2 = 5$

a)-Se verifica que $N^{\circ}GL = N^{\circ}CV$. Se cumple, dado que la cadena cinemática en estudio presenta 5 grados de libertad y tiene impuestas 5 condiciones de vínculo: 2 en S1 (empotramiento guiado), 1 en S2 (apoyo móvil) y 2 en S3 (apoyo fijo).



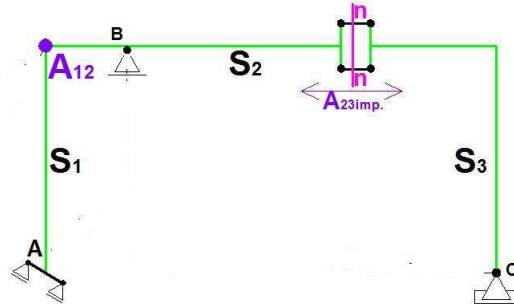
b)-Se comprueba la eficiencia de la vinculación. La chapa S2 se encuentra fija como consecuencia de las bielas internas O1imp-A12, C-A23imp. y el apoyo móvil ubicado en B cuyas direcciones no resultan concurrentes a un mismo punto. Como las articulaciones relativas pertenecen a la chapa fija (S2) resultan fijas las chapas S1 y S3 por presentar dos puntos fijos cada una de ellas.

Como simultáneamente se cumplen los puntos a y b puede concluirse que la estructura resulta isostáticamente vinculada y cinemáticamente invariable





Caso 4: Cadena cinemática abierta de tres chapas



Calculo de reacciones de vínculo.

Obsérvese que son 5 las incógnitas a determinar (**RA, MA, VB, VC y HC**).

- Considerando C como centro de reducción las ecuaciones de equilibrio absoluto se escriben:

$$\mathbf{R_z=0 \quad R_x=0 \quad M_yC=0}$$

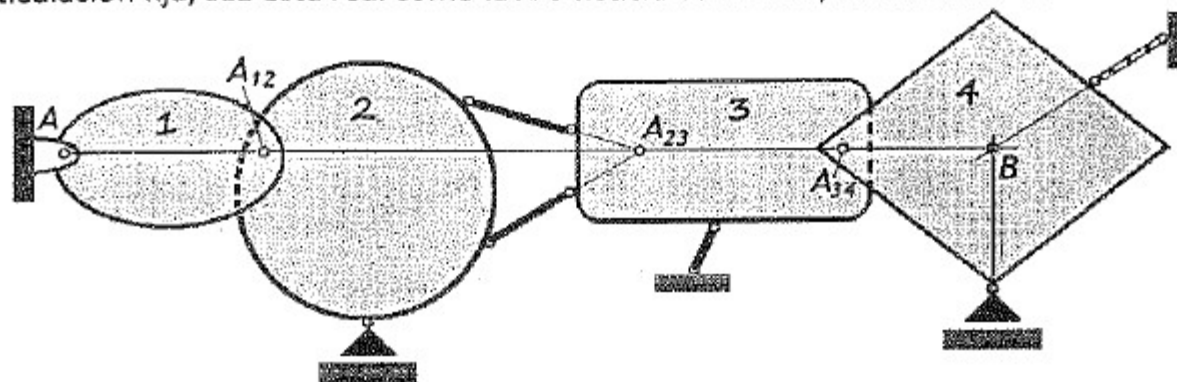
- Las ecuaciones de equilibrio relativo resultan:

$$\mathbf{M_y^{A12}S1=0 \quad \text{ó} \quad M_y^{A12}S2;S3=0}$$

$$\mathbf{R_{n-n}S1;S2=0 \quad \text{ó} \quad R_{n-n}S3=0}$$

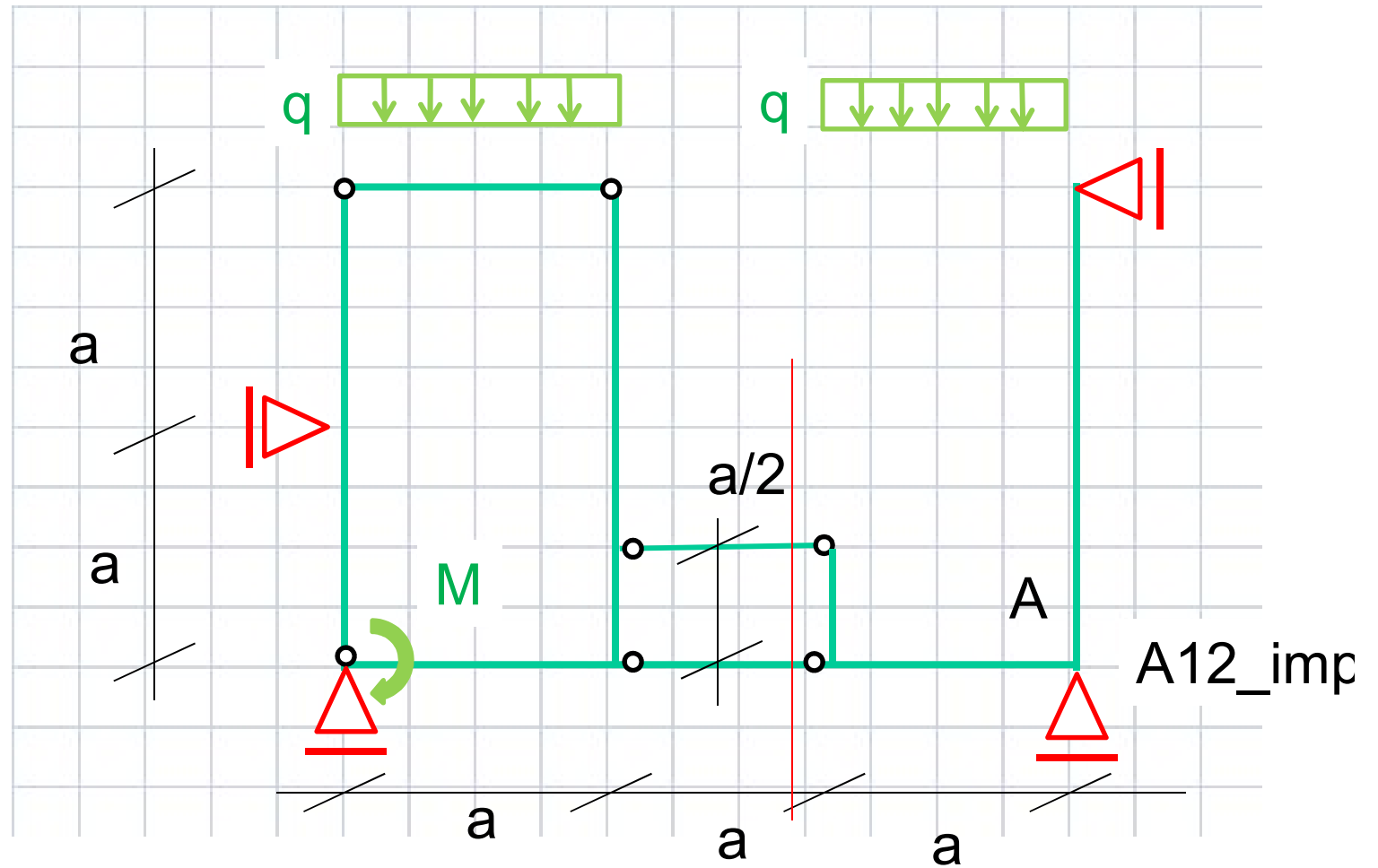
Para tener al sistema isostáticamente vinculado, los vínculos deben disponerse de modo tal que eliminen todos los movimientos independientes es decir sus GL . La regla es que ningún cuerpo del sistema debe vincularse externamente con vínculos que eliminen en conjunto más que $3GL$, que no queden movimientos independientes de los cuerpos o subgrupos de cuerpos y no haya, en cualquier parte del sistema, inmovilidad aparente.

Para una cadena abierta de n cuerpos, tiene lugar una inmovilidad aparente si las articulaciones entre los cuerpos, sean estas reales (A_{12} y A_{34}) o ficticia (A_{23}), están alineadas y los cuerpos vinculados con una articulación fija, sea esta real como la A o ficticia como la B , están sobre esa recta.



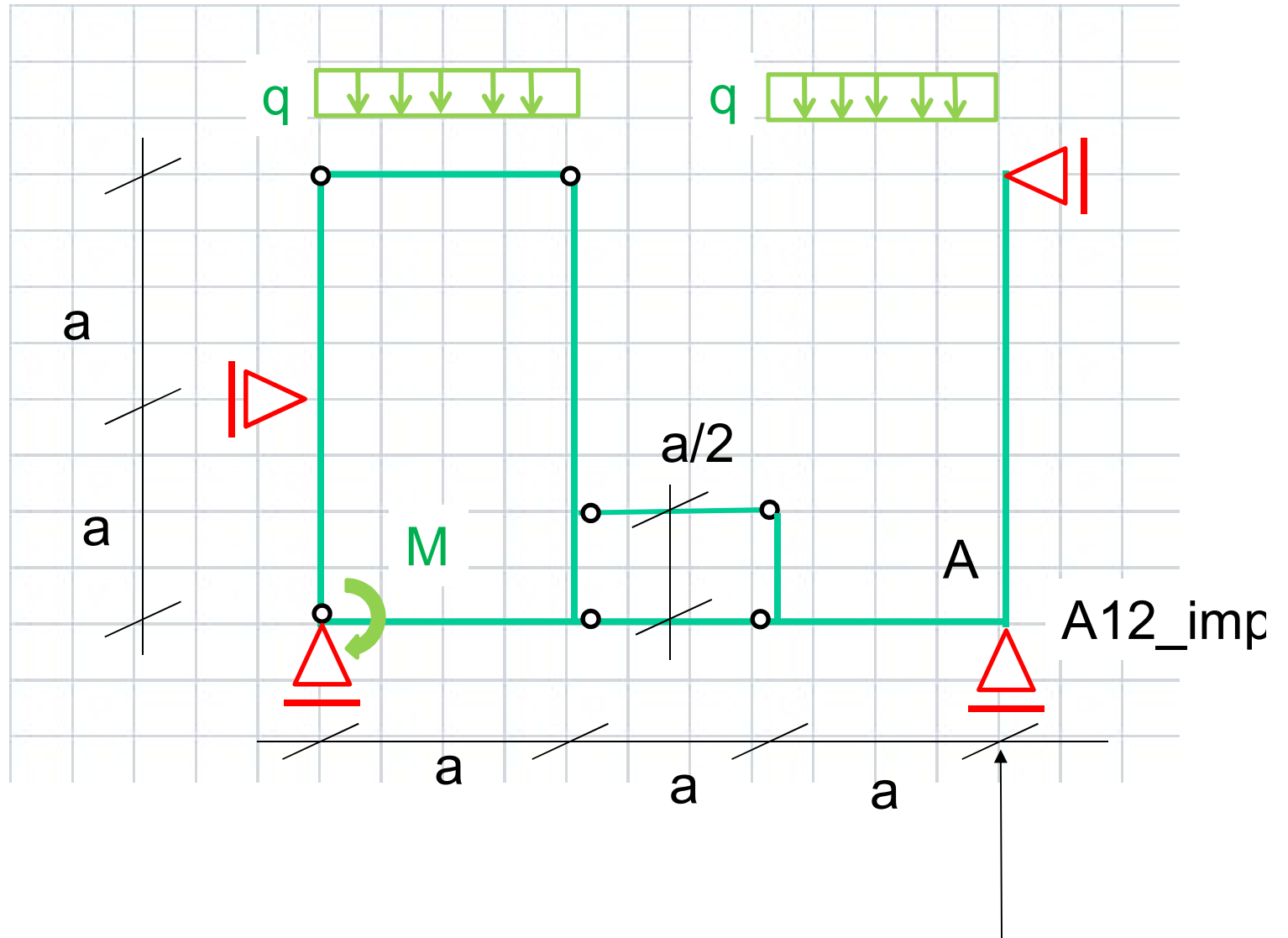
Sistema cinemáticamente inestable

Calcular R_{V_A}

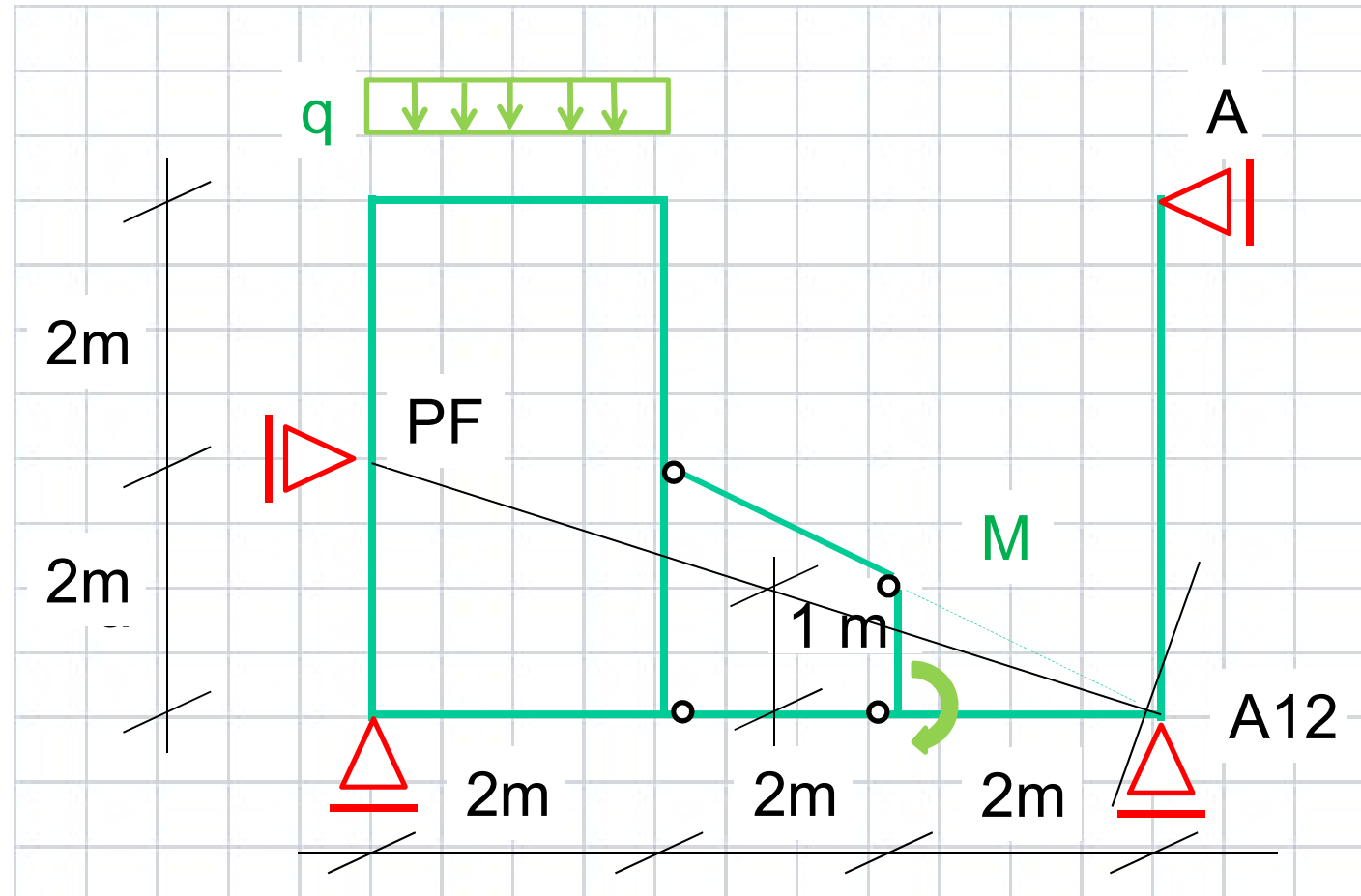


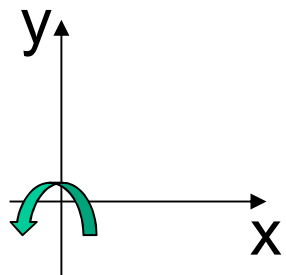
Calcular Rv_A

$$Rv_A = qa$$

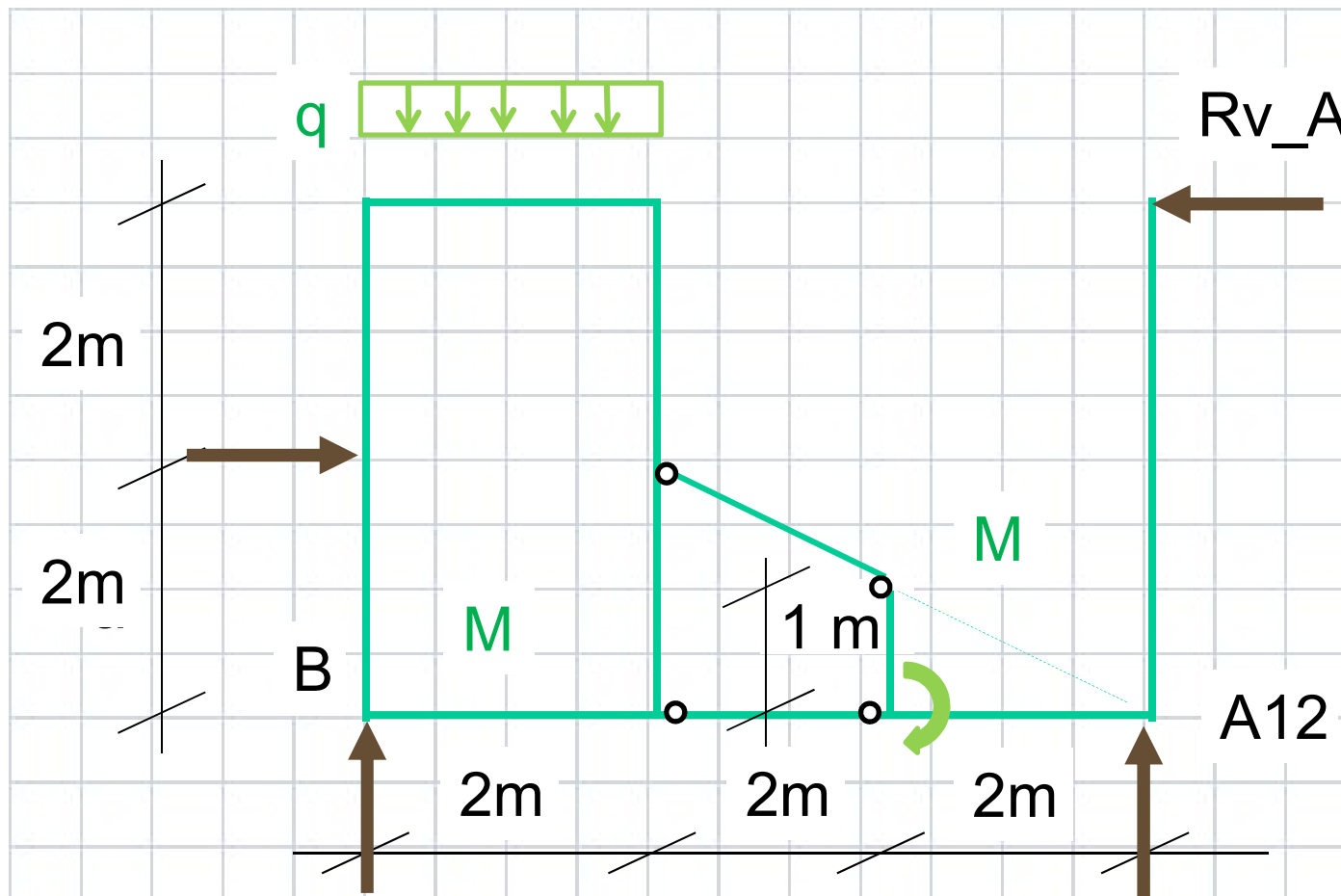


Calcular RV_A





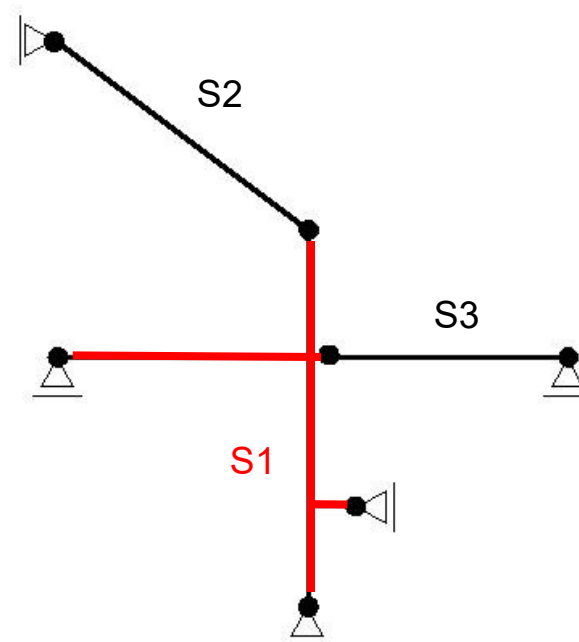
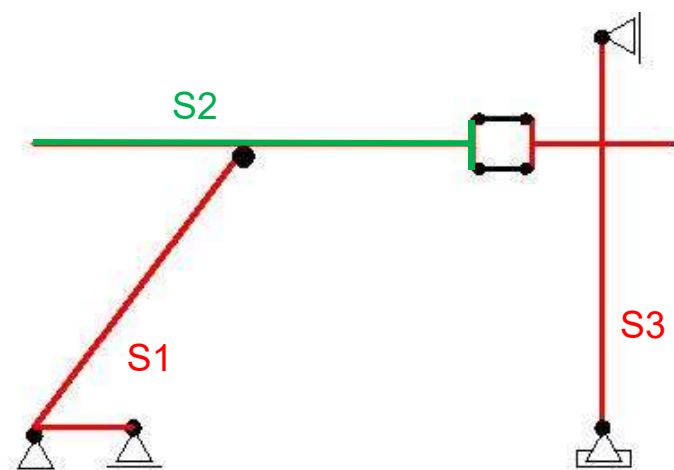
Calcular R_{V_A}  $R_{V_A} \cdot 4 - M = 0$





Cadena cinemática abierta de tres chapas

Articulaciones Relativas Propias e impropias





Cadena cerrada de n chapas

Articulaciones Relativas Propias

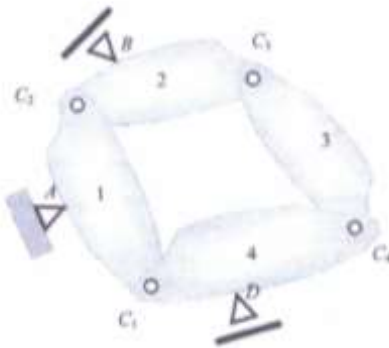


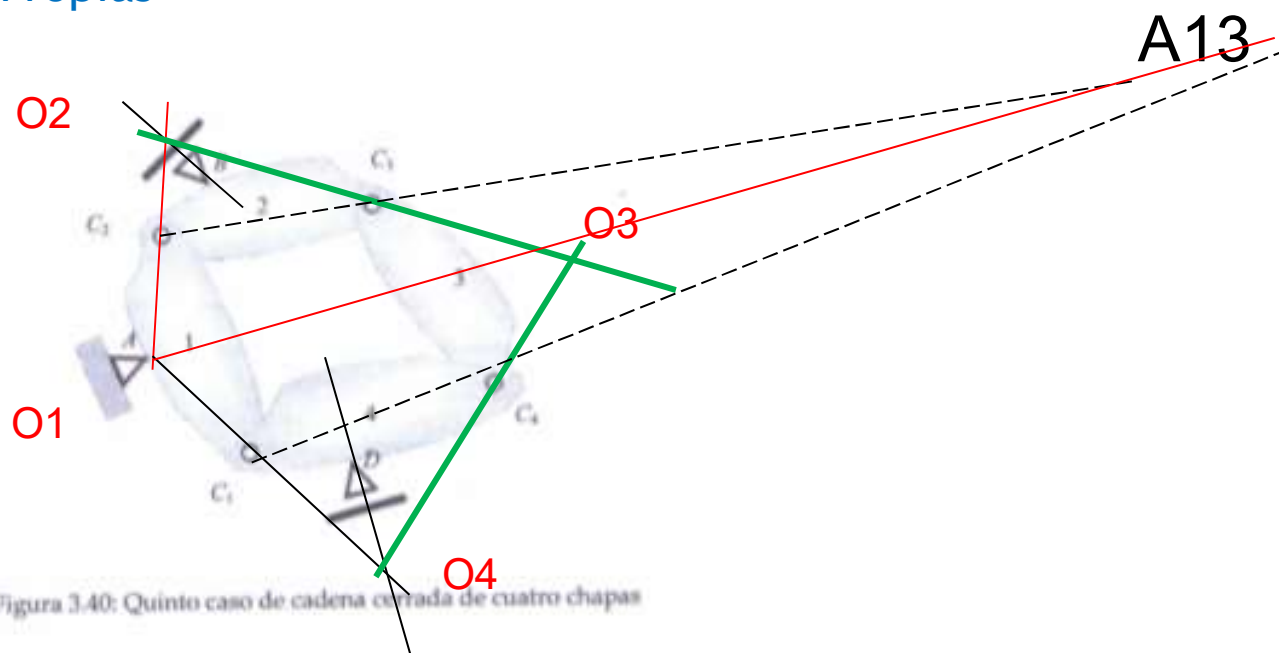
Figura 3.40: Quinto caso de cadena cerrada de cuatro chapas

$$GL=3n-2n=n$$



Cadena cerrada de n chapas

Articulaciones Relativas Propias

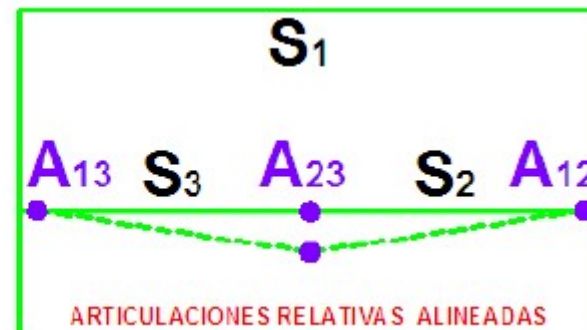




Cadena_Cerrada de Tres Chapas



Cinemáticamente estable



Cinemáticamente inestable

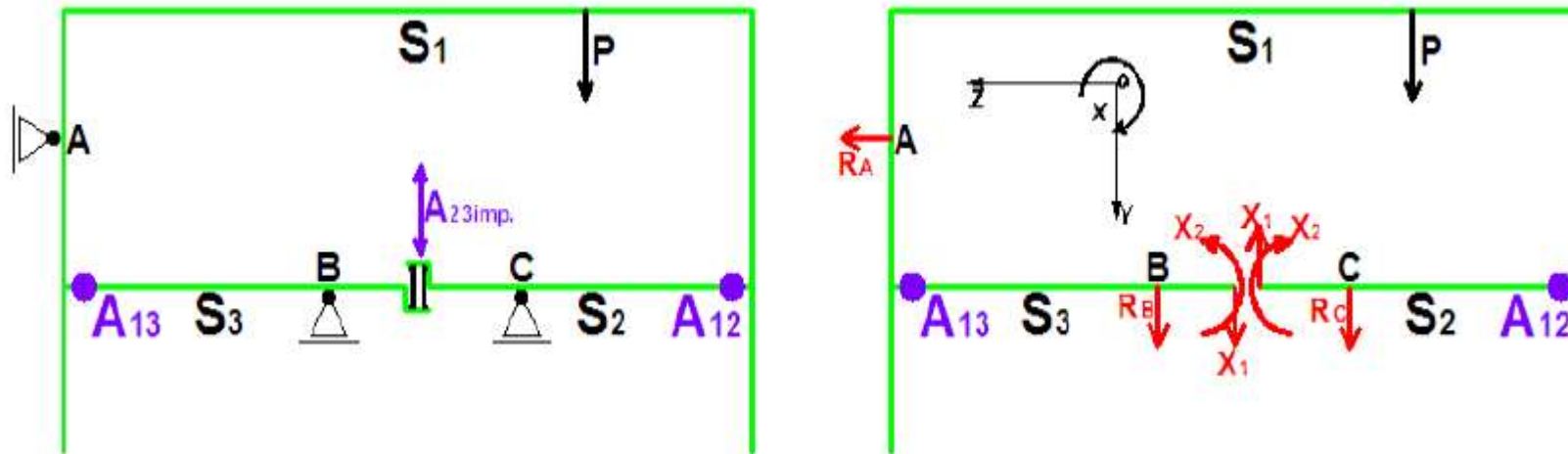
Si cada chapa presenta **3GL** y la articulación relativa restringe **2GL** resulta: $N^{\circ}GL = 3 \times 3 - 2 \times 3 = 3$

De acuerdo al resultado obtenido, la cadena cinemática cerrada de 3 chapas puede ser considerada para su estudio como una única chapa siempre que las articulaciones relativas no se encuentren alineadas. En dicha situación, para el análisis cinemático, el lector deberá tener presentes los conceptos explicados al analizar la vinculación de una chapa



Cálculo de Reacciones de Vínculo.

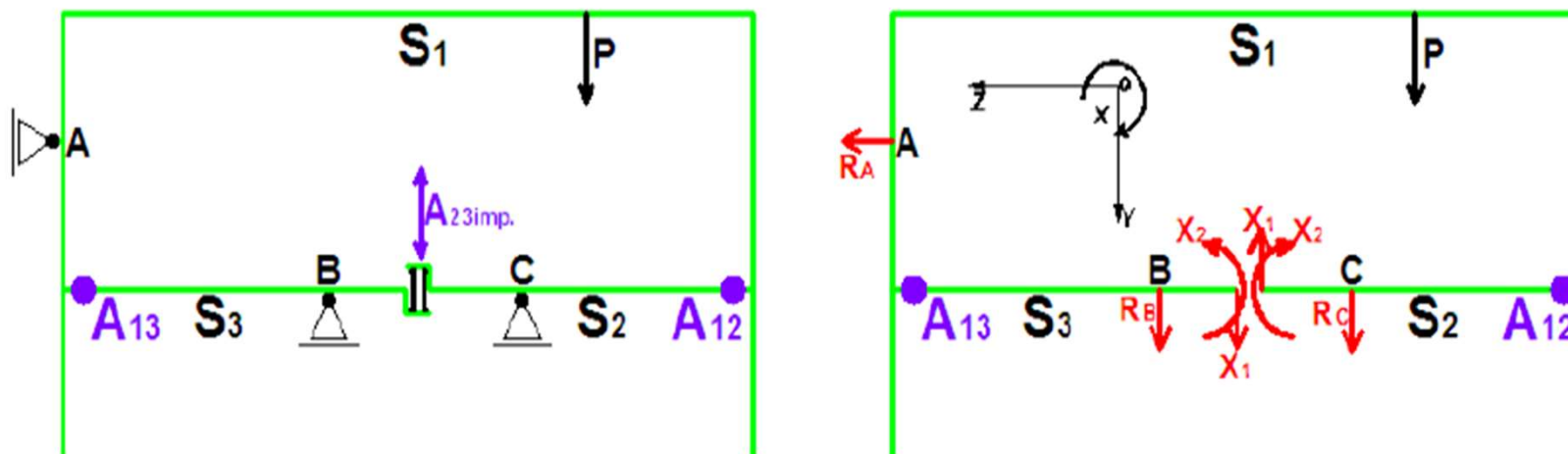
Si bien en este caso (el problema presenta 3 incógnitas) es posible determinar las reacciones de vínculo externo por aplicación de las ecuaciones de equilibrio absoluto, a continuación se desarrolla un planteo mas general que permite tratar la cadena cerrada como una cadena abierta de igual numero de chapas.



Obsérvese que son 5 las incógnitas a determinar (R_A , R_B , R_C , X_1 y X_2). Considerando A como centro de reducción las ecuaciones de equilibrio absoluto se escriben:

$$R_Z=0 \quad R_Y=0 \quad M_X^A=0$$

Cadena_Cerrada de Tres Chapas

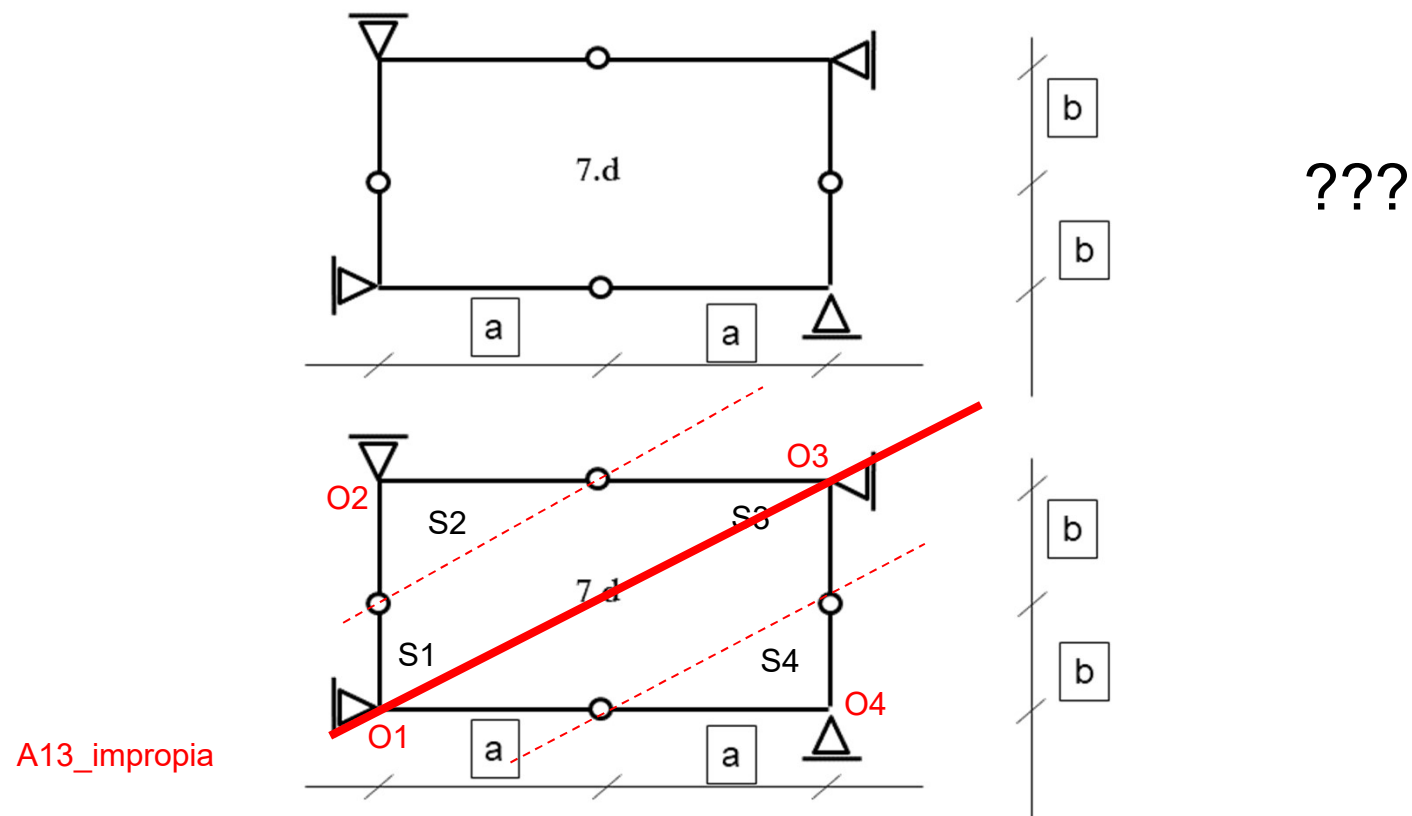


Las ecuaciones de equilibrio relativo resultan:

$$M_x^{A12} S_2 = 0 \text{ o } M_x^{A12} S_1; S_3 = 0 \quad M_x^{A13} S_3 = 0 \text{ o } M_x^{A13} S_1; S_2 = 0$$



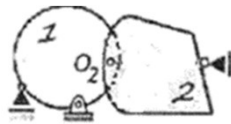
Cadena_Cerrada de 4 Chapas





PREGUNTAS

- ¿Hay Vinculación Aparente? Justificar

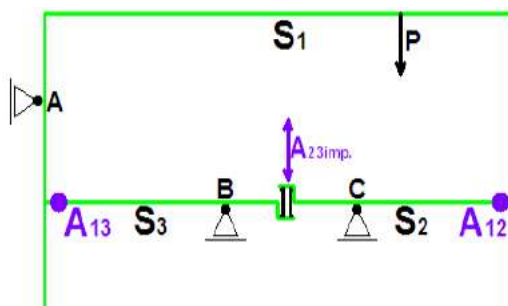


- Defina:
 - Cadena cinemática de chapas.
 - Cadena cinemática abierta de chapas.
 - Cadena cinemática cerrada de chapas.
- Defina:
 - “Polo de una chapa”
 - “Biela”
 - “Empotramiento plano”
 - “Articulación absoluta”
 - “Articulación relativa”



PREGUNTAS

- ¿Además de las ecuaciones de equilibrio, qué otras ecuaciones se deben incorporar para resolver el pórtico de cadena cerrada de la figura?

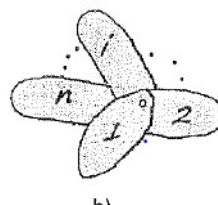
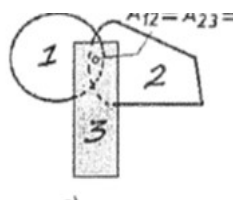


- ¿Cuáles son las ecuaciones de equilibrio relativo en una cadena abierta de 4 chapas? Justificar
- ¿Las articulaciones propias transmiten momentos? Si, No, Justificar. Ejemplo.
- ¿Las articulaciones impropias transmiten momentos? Si, No, Justificar. Ejemplo.

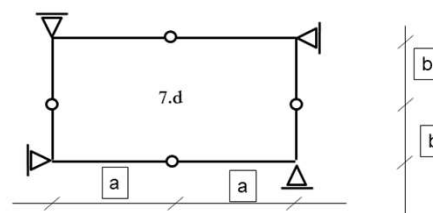
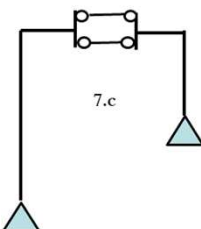
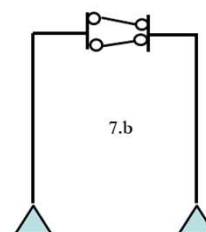
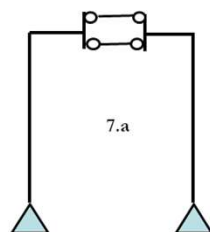


PREGUNTAS

¿Cuántos Grados de libertad tiene esta estructura? Colóquele vínculos a la estructura para que sea isostáticamente sustentada (dos ejemplos).



- Sistemas vinculados en el plano: cuáles son las ecuaciones a plantear para hallar las reacciones de vínculo en una cadena abierta de n chapas, cuando las chapas están unidas por articulaciones propias e impropias. Justificar la respuesta.
- Decir si las siguientes figuras son cinemáticamente estables, justificar la respuesta.





PREGUNTAS

- ¿Qué tiene que cumplirse para que un cuerpo esté en equilibrio?
- Definir vínculo o soporte.
- Si un vínculo impide un desplazamiento de un cuerpo en una coordenada determinada, ¿qué puede decir de la fuerza que se desarrolla sobre ese cuerpo ?
- ¿Qué diferencia hay entre vínculo y condición de vínculo?
- ¿A qué llamamos “configuración de vínculo aparente” o “vinculación aparente”?
- ¿A qué llamamos “Estructura”.
- ¿Cuándo una estructura es isostática?
- ¿Cuándo una estructura es hipostática?
- ¿Cuándo una estructura es hiperestática?
- ¿Cuándo un sistema es cinemáticamente variable?
- ¿Cuándo un sistema es cinemáticamente invariable?
- Justifique:
 - “Si $GL=CV$ implica necesariamente que el sistema es isotático (estáticamente determinado)”
 - “Un sistema isostático siempre es cinemáticamente invariable”. ¿Verdadero o falso?
 - “Un sistema hiperestático siempre es cinemáticamente invariable”. ¿Verdadero o falso?
 - “Un sistema hipostático siempre es cinemáticamente invariable”. ¿Verdadero o falso?
- Definir superposición de efectos. Hipótesis. Ejemplo.
- Definir grados de libertad. ¿Cuántos grados de libertad tiene una partícula? ¿Y un cuerpo rígido?
- Definir pórtico plano. Ejemplificar.