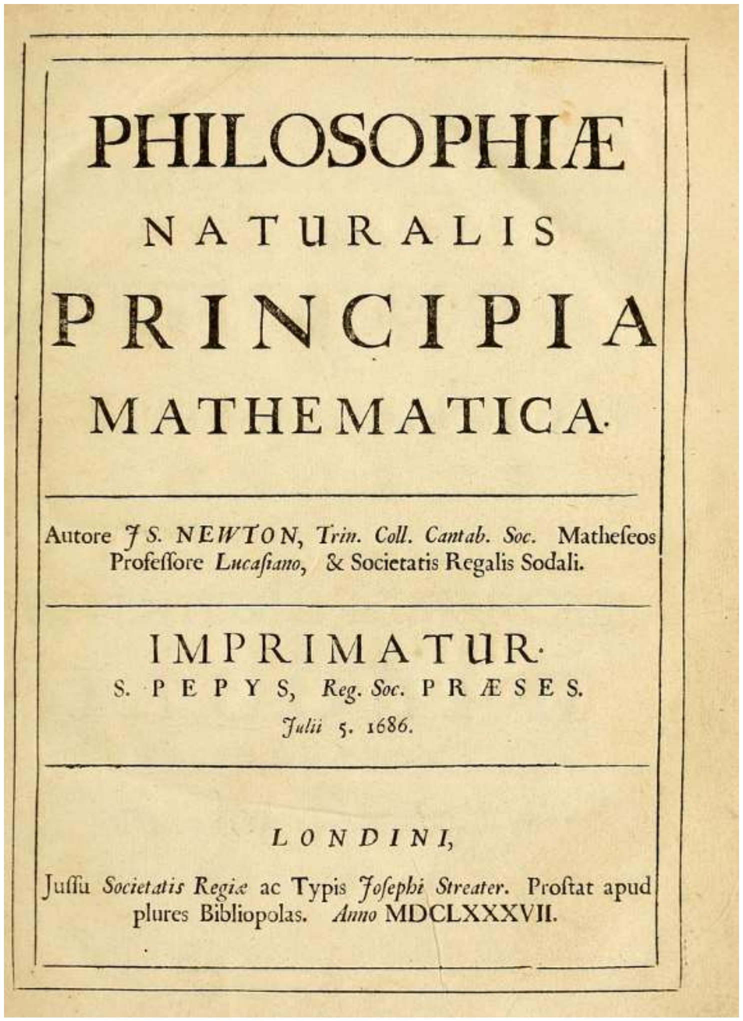
FACULTAD DE INGENIERIA


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Mathefeos Profeffore Lucafiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Juffu Societatis Regiæ ac Typis Jofephi Streater. Proftat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

ESTATICA

Curso C1-2025 (TB036)

Estática → Equilibrio

Temario

Bibliografía

1. Mecánica vectorial para ingenieros - Estática, Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Elliot R. Eisenberg, Edit. Mc. Graw Hill, 2007.
2. Estática, Russell C. Hibbeler-Decimosegunda Edición
3. Mecánica vectorial para ingenieros - Estática, Russell C. Hibbeler, Pearson, 2004.
4. Estática de estructuras - Problemas resueltos, M. Chiumenti y M. Cervera, Centro Internacional de métodosNuméricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, 2007.
5. Statics – Engineering Mechanics, A. Bedford y W. Fowler, Edit. Addison Wesley
6. Ciencia de la construcción, Odone Belluzi, Edit. Aguilar
7. Estabilidad - 1º curso, Enrique D. Fliess, Edit. Kapeluz

Hipótesis

✓ Cuerpos rígidos e indeformables

Distancia entre 2 puntos del cuerpo se mantiene invariable ante la acción de fuerzas exteriores

✓ Linealidad geométrica

- pequeños desplazamientos
- pequeñas deformaciones
- equilibrio en la posición sin deformar

✓ Linealidad del material: la relación entre la carga aplicada en un ensayo de tracción simple y el desplazamiento entre 2 puntos de la probeta es lineal

Sistemas lineales

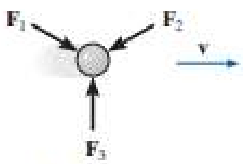
Sistemas en los cuales los efectos (resultados) son proporcionales a las causas (datos de entrada).

- Multiplico la causa por una magnitud “x”, el efecto también se multiplica por la misma magnitud.
- Si hay varias causas, y calculo los efectos por separado y luego los sumo, obtengo lo mismo que si hubiera calculada para todas las causas actuando simultáneamente => Ppio Superposición de efectos

La base de la Ingeniería Mecánica (Civil incluída): ISAAC NEWTON

Las tres leyes del movimiento de Newton. La ingeniería mecánica está formulada con base en las tres leyes del movimiento de Newton, cuya validez se finca en la observación experimental. Estas leyes se aplican al movimiento de una partícula cuando se mide a partir de un marco de referencia *sin aceleración*. Las leyes se pueden establecer brevemente de la siguiente manera.

Primera ley. Una partícula originalmente en reposo, o que se mueve en línea recta con velocidad constante, tiende a permanecer en este estado siempre que la partícula *no* se someta a una fuerza no balanceada, figura 1-1*a*.



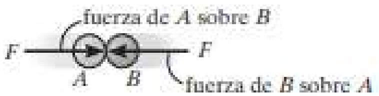
Equilibrio
(a)

Segunda ley. Una partícula sobre la que actúa una *fuerza no balanceada* **F** experimenta una aceleración **a** que tiene la misma dirección que la fuerza y una magnitud directamente proporcional a la fuerza, figura 1-1*b*.* Si se aplica **F** a una partícula de masa m, esta ley puede expresarse de manera matemática como

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{1-1}$$

Movimiento acelerado
(b)

Tercera ley. Las fuerzas mutuas de acción y reacción entre dos partículas son iguales, opuestas y colineales, figura 1-1*c*.



Acción-reacción
(c)

*R. C. HIBBELER

Principios de la estática

1er. Principio de la Estática (Principio del paralelogramo).

- Enunciado y Corolarios.
- Composición de fuerzas concurrentes en el plano y en el espacio. Suma vectorial.
- Descomposición de fuerzas en sus componentes rectangulares.
- Resultante de fuerzas concurrentes en el espacio. Sistematización y algoritmos.

2º Principio de la Estática (Equilibrio).

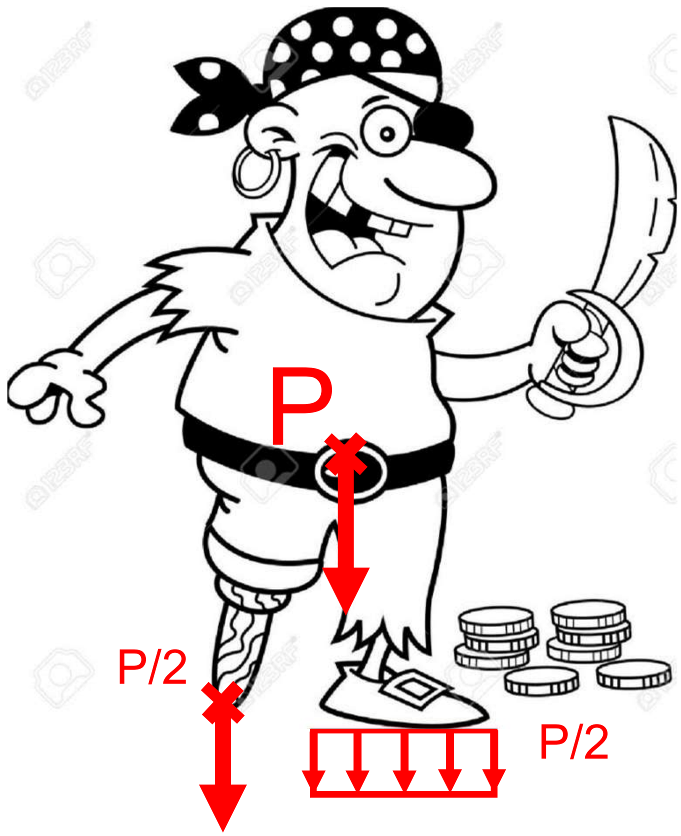
- Condiciones de equilibrio de una partícula. Expresiones gráficas y analíticas.

3er. Principio de la Estática (Transmisibilidad).

- Cuerpos indeformables y cuerpos deformables.

4° Principio de acción y reacción

TEMA 1: FUERZAS CONCENTRADAS y FUERZAS DISTRIBUIDAS

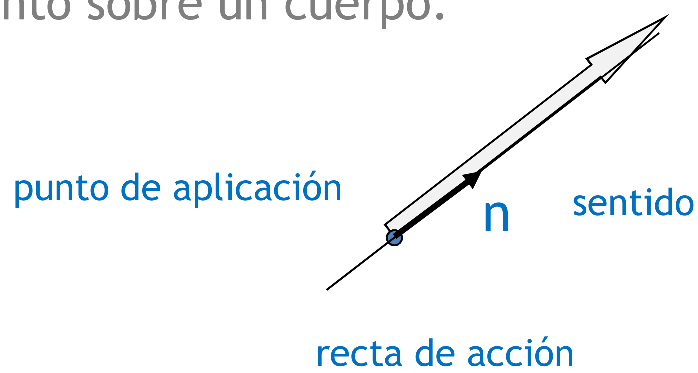


FUERZAS CONCENTRADAS

Fuerza

Toda acción que es capaz de modificar el estado de reposo (o movimiento rectilíneo uniforme) de un cuerpo.

Una fuerza concentrada representa una carga que se supone está actuando en un punto sobre un cuerpo.



$$\overline{\mathbf{F}} = F \,.\, \overline{\mathbf{n}}$$

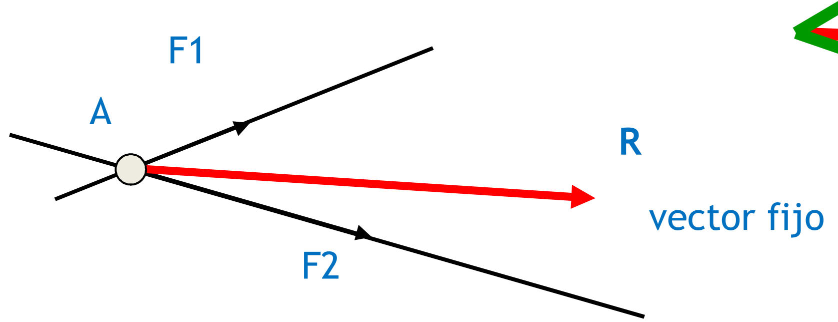
- Fuerza: $\overline{\mathbf{F}}$
- Módulo: F
- Versor (vector de módulo unitario): $\overline{\mathbf{n}}$

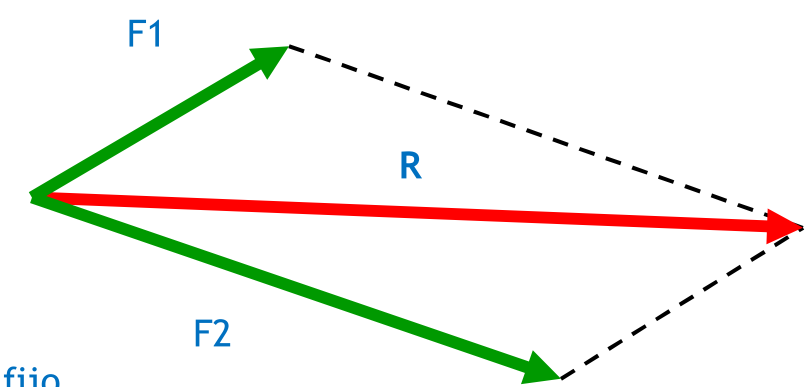
Realidad		**Modelo**
Acciones exteriores y de masa	→	Fuerza

Resultante de un sistema de fuerzas concurrentes a un punto

(Primer principio de la Estática: Ppio del paralelogramo)

A: punto, partícula





F1 + F2 = R

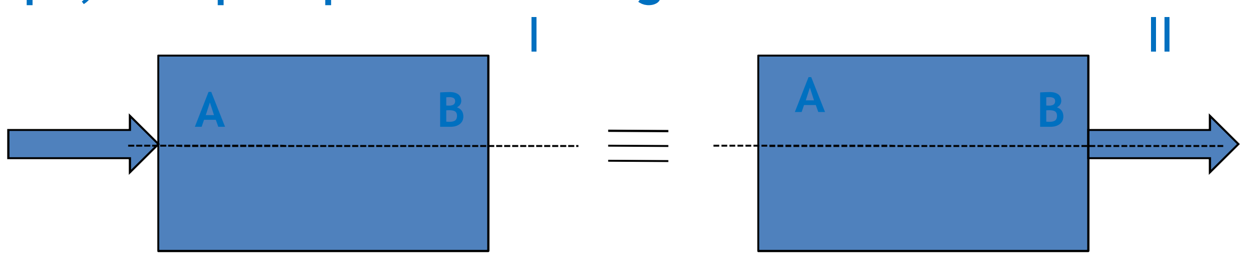
- F1 y F2: FUERZAS CONCURRENTES (Fuerzas paralelas: son fuerzas concurrentes)
- Las rectas de acción de F1 y F2 forman un plano.
- R está en el mismo plano.

En general: $\overline{R} = \sum_i \overline{F}_i$

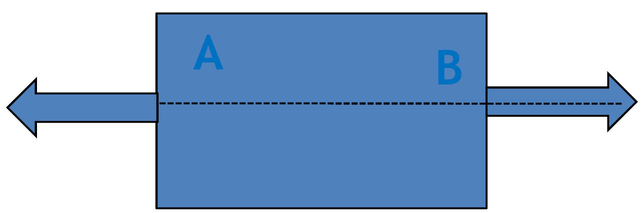
Transmisibilidad

(Tercer principio de la Estática)

<u>Efecto estático global</u>: (EEG) de una fuerza sobre un cuerpo rígido es independiente de cual sea el punto de aplicación de la fuerza sobre dicho cuerpo, siempre que se mantenga la recta de acción.



Corolario:

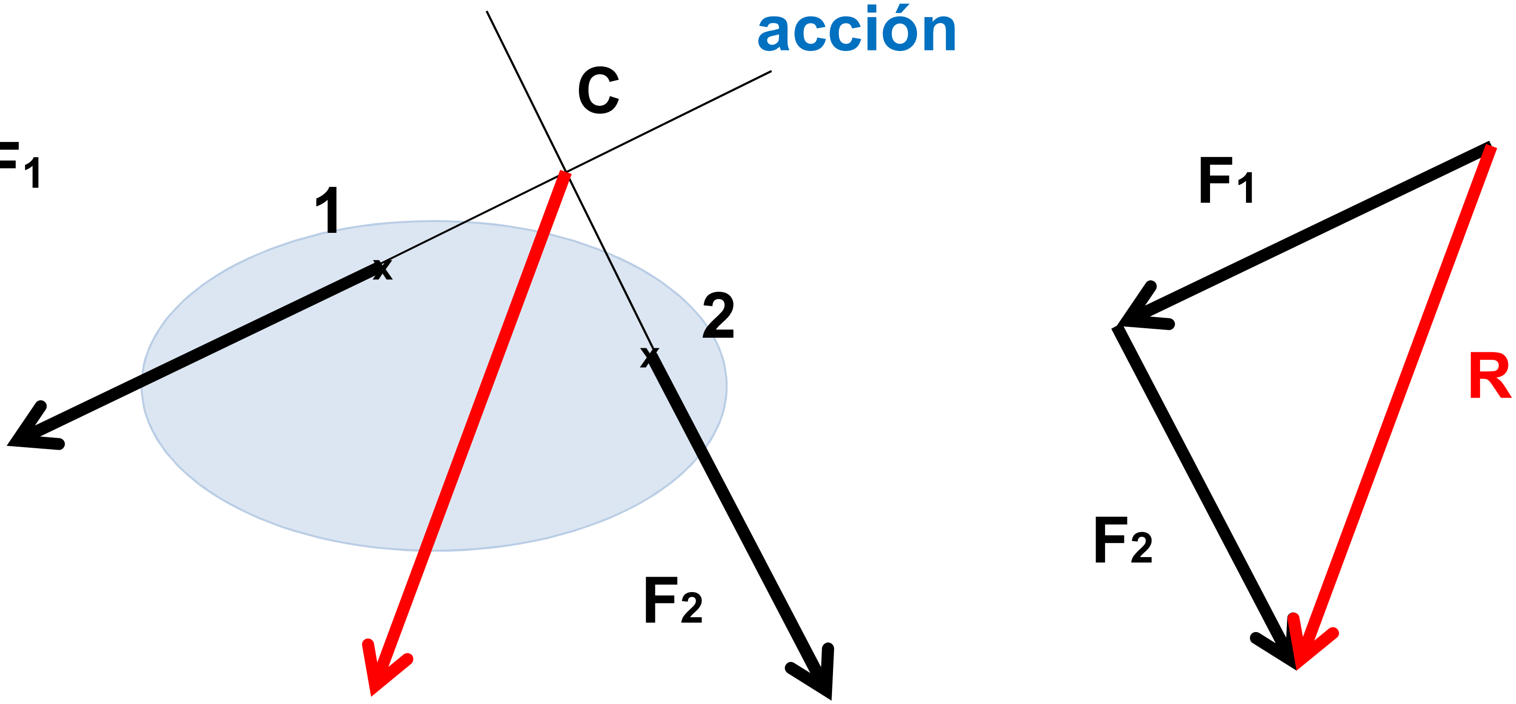


EEG nulo (equilibrio)

El EEG de dos fuerzas iguales y de sentido opuesto actuando sobre un cuerpo es nulo ("equilibrio global").

Transmisibilidad

Las fuerzas se pueden trasladar según su recta de acción



F1 y F2: fuerzas aplicadas a un cuerpo

C: punto intersección de las rectas de acción de esas fuerzas

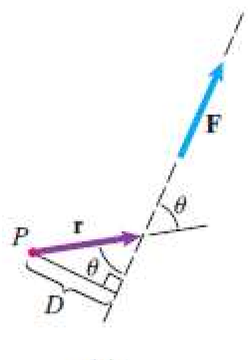
Nota: C puede incluso ser un punto que no tenga existencia material

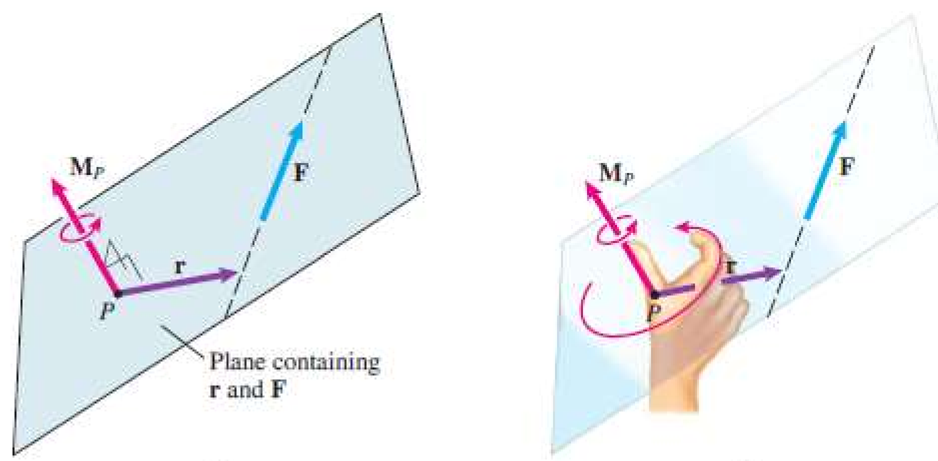
Momento de una fuerza respecto de un punto

El momento de una fuerza respecto a un punto ó eje proporciona una medida de la tendencia de la fuerza a ocasionar que un cuerpo gire alrededor del punto ó eje. **(ref: Russel C. Hibbeler)**

El producto vectorial no es conmutativo, por definición siempre **M** = **r** x **F** y no al revés!!

Siendo r el vector que va desde el centro de momentos a la recta de acción de la fuerza.

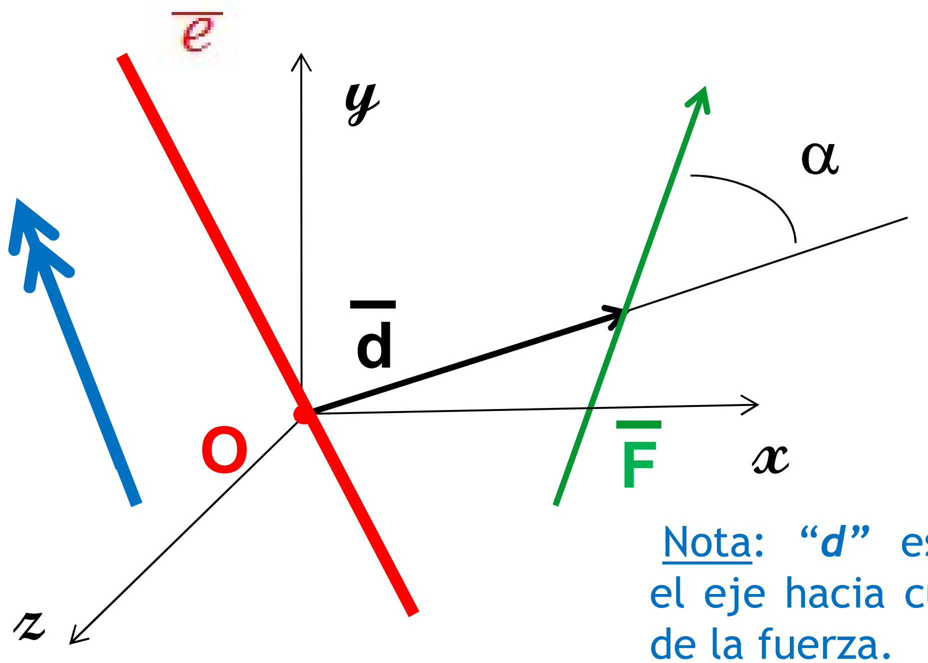




(a) (b)

Momento de una fuerza respecto de un eje

El momento de una fuerza respecto de un eje es igual a la proyección sobre dicho eje del momento de la misma fuerza respecto de un punto cualquiera del eje.



$$\boxed{\overline{M}_F^O = \overline{d} \times \overline{F}}$$

$$\boxed{M_F^e = (\overline{d} \times \overline{F}) \cdot \overline{e}}$$

Nota: *"d"* está dirigido desde cualquier punto sobre el eje hacia cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza.

Momento de una fuerza respecto de un eje

$$M_F^e = (\overline{d} \times \overline{F}) \cdot \overline{e}$$

$$\overline{M}_F^O = \overline{d} \times \overline{F} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ dx & d_y & d_z \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix} = (F_z d_y - F_y d_z)\,\hat{i} + (F_x d_z - F_z d_x)\,\hat{j} + (F_y d_x - F_x d_y)\,\hat{k}$$

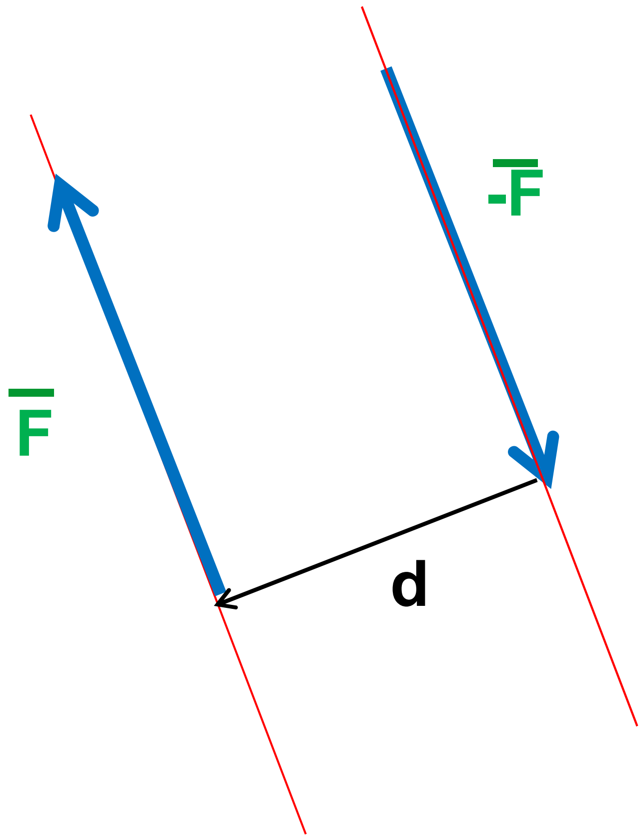
$$M_{F,x}^O = F_z d_y - F_y d_z$$

$$M_{F,y}^O = F_x d_z - F_z d_x$$

$$M_{F,z}^O = F_y d_x - F_x d_y$$

Par de fuerzas ó cupla

(2 fuerzas paralelas de igual intensidad y sentido contrario)

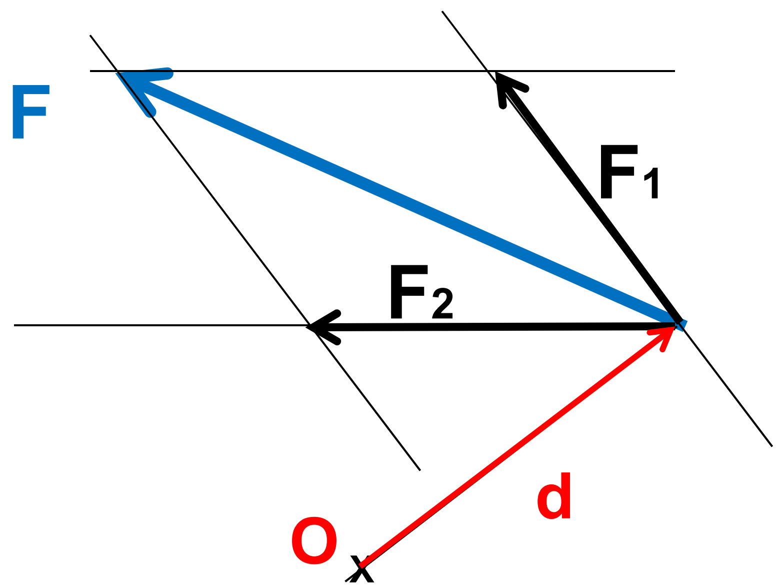


$$\boxed{\overline{M}_{O,F} = \overline{d} \times \overline{F}}$$

Teorema de Varignon (ó principio de momentos).

El momento de una fuerza respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza respecto al punto.

(Varignon: 1654-1722; ref: Russel C. Hibbeler)

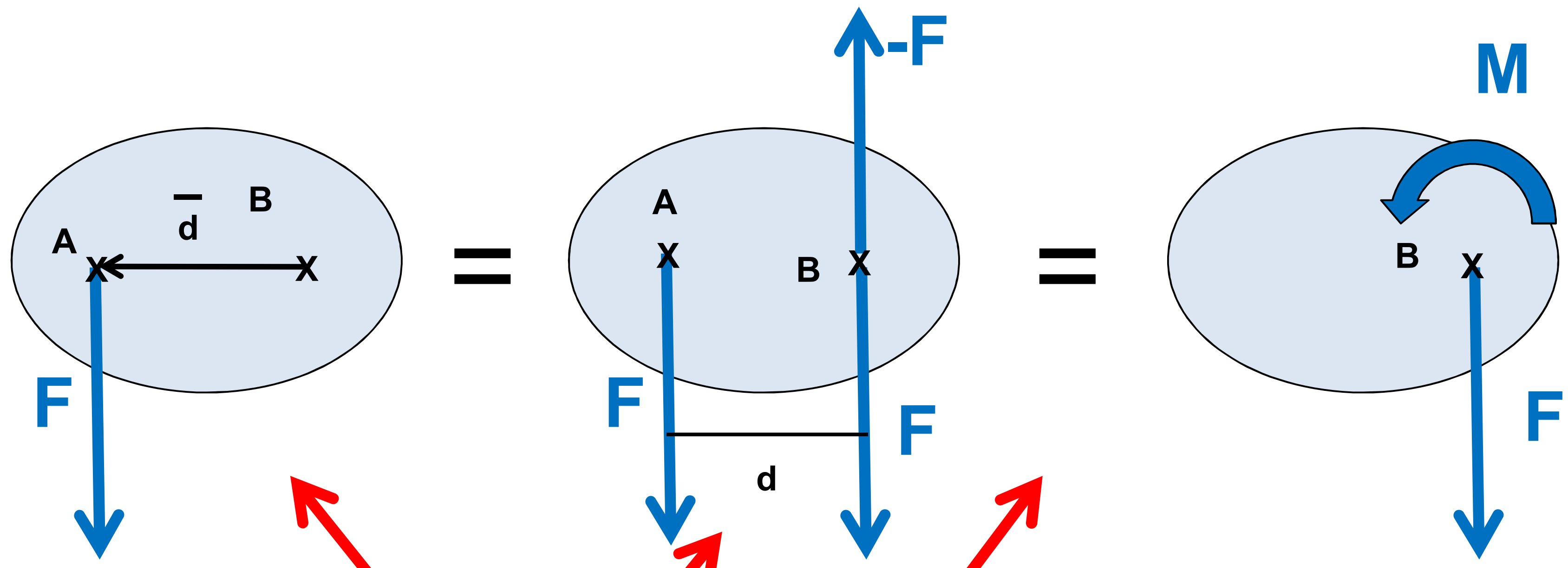


$$\bar{M}_{O,F} = \bar{d} \times \bar{F}_1 + \bar{d} \times \bar{F}_2$$

$$\bar{M}_{O,F} = \bar{d} \times (\bar{F}_1 + \bar{F}_2)$$

$$\bar{M}_{O,F} = \bar{d} \times \bar{F}$$

Traslación de fuerzas



Sistemas equivalentes

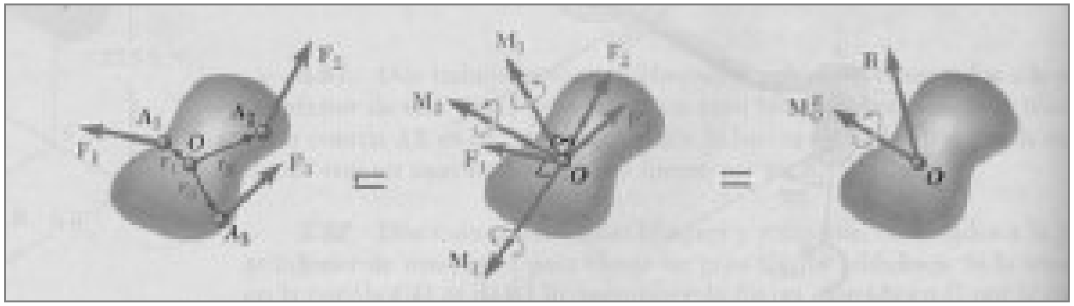
Al trasladar una fuerza se genera una par

$$\boxed{\overline{M}_F^O = \overline{d} \times \overline{F}}$$

Reducción de un sistema de fuerzas general (concurrentes y no concurrentes).

Dado un sistema de fuerzas general, reducirlo a una fuerza y un par.

Es necesario elegir un centro de momentos y una terna asociada.



$$\overline{R} = \sum_i \overline{F}_i$$

$$\overline{M}_R^O = \sum_i \overline{M}_{F_i}^O$$

Sistemas de fuerzas equivalentes

Dos sistemas de fuerzas que actúan sobre un mismo cuerpo rígido, son equivalentes si pueden ser reducidos al mismo sistema fuerza-par en un punto dado O.

Dos sistemas 1 y 2 son equivalentes si las de las fuerzas son iguales

$$(\Sigma \mathbf{F})_1 = (\Sigma \mathbf{F})_2,$$

Y las suma de los momentos respecto a un punto arbitrario elegido también.

$$(\Sigma \mathbf{M}_P)_1 = (\Sigma \mathbf{M}_P)_2.$$

Equilibrio de un sistema de fuerzas

1° Ley de Newton

(2° Principio de la Estática)

Equilibrio de un sistema de fuerzas

$$\boxed{\overline{R} = \sum_i \overline{F}_i = \overline{0}}$$

$$\boxed{\overline{M}_R^O = \sum_i \overline{M}_{F_i}^O = \overline{0}}$$

2 ecuaciones vectoriales de nulidad

- 6 ecuaciones algebraicas de nulidad en sistemas 3D
- 3 ecuaciones en sistemas 2D
- en el caso de fuerzas concurrentes, la segunda ecuación vectorial carece de sentido

Equilibrio de un sistema de fuerzas no concurrentes en el plano

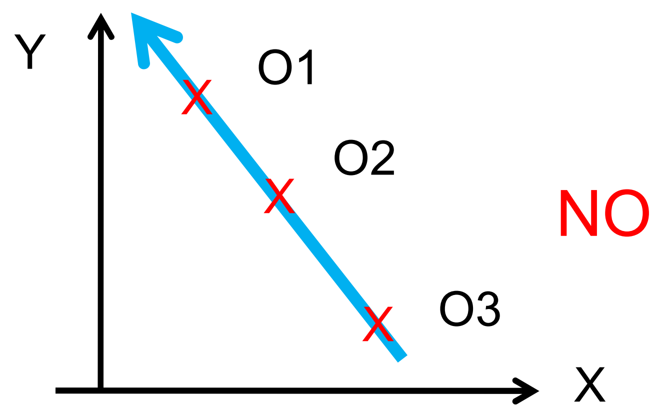
a) 2 ecuaciones de proyección sobre 2 ejes no coincidentes ni paralelos y una ecuación de momentos respecto a un punto cualquiera del plano, nulas

$$\boxed{\overline{M}_R^O = \sum_i \overline{M}_{F_i}^O = \overline{0}}$$

$$\boxed{\overline{R} = \sum_i \overline{F}_i = \overline{0}}$$

Equilibrio de un sistema de fuerzas no concurrentes en el plano

b) 3 ecuaciones de momentos, respecto de 3 puntos no alineados, nulas



Equilibrio de un sistema de fuerzas no concurrentes en el espacio

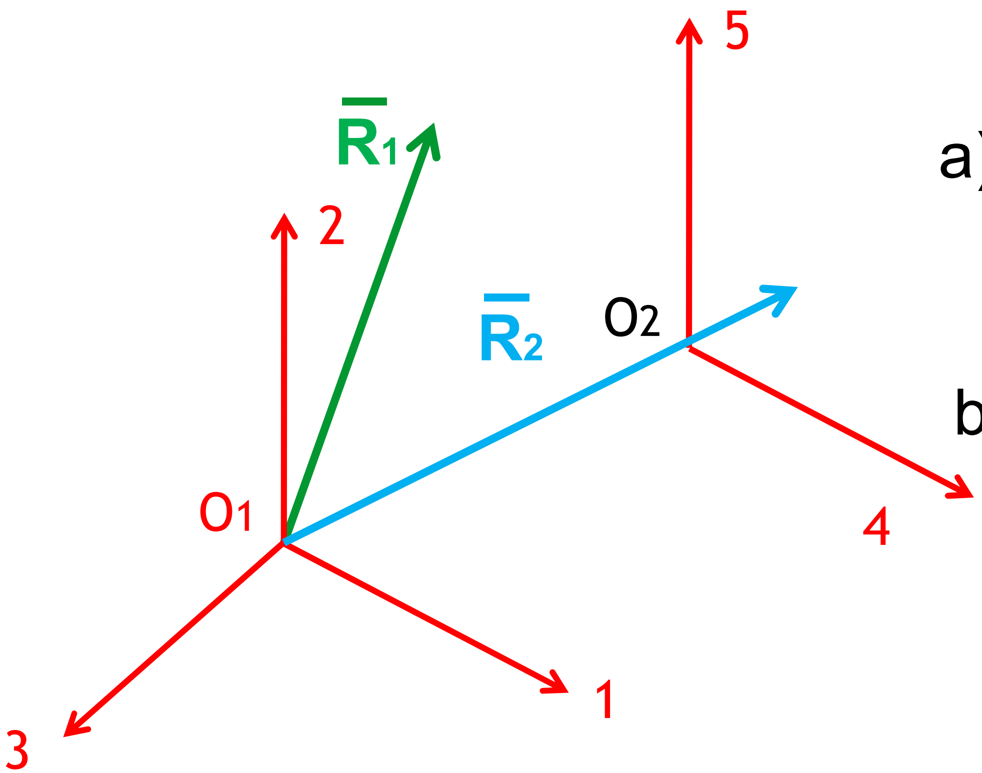
a) 3 ecuaciones de proyección sobre 3 ejes, y los momentos del sistema respecto de los mismos ejes, nulos.

$$\boxed{\overline{M}_R^O = \sum_i \overline{M}_{F_i}^O = \overline{0}}$$

$$\boxed{\overline{R} = \sum_i \overline{F}_i = \overline{0}}$$

Equilibrio de un sistema de fuerzas no concurrentes en el espacio

b) 6 ecuaciones de momentos sobre 6 ejes, nulas.



a)

$$M_1 = 0$$
$$M_2 = 0$$
$$M_3 = 0$$

La resultante pasa por O1 ó sistema equilibrado

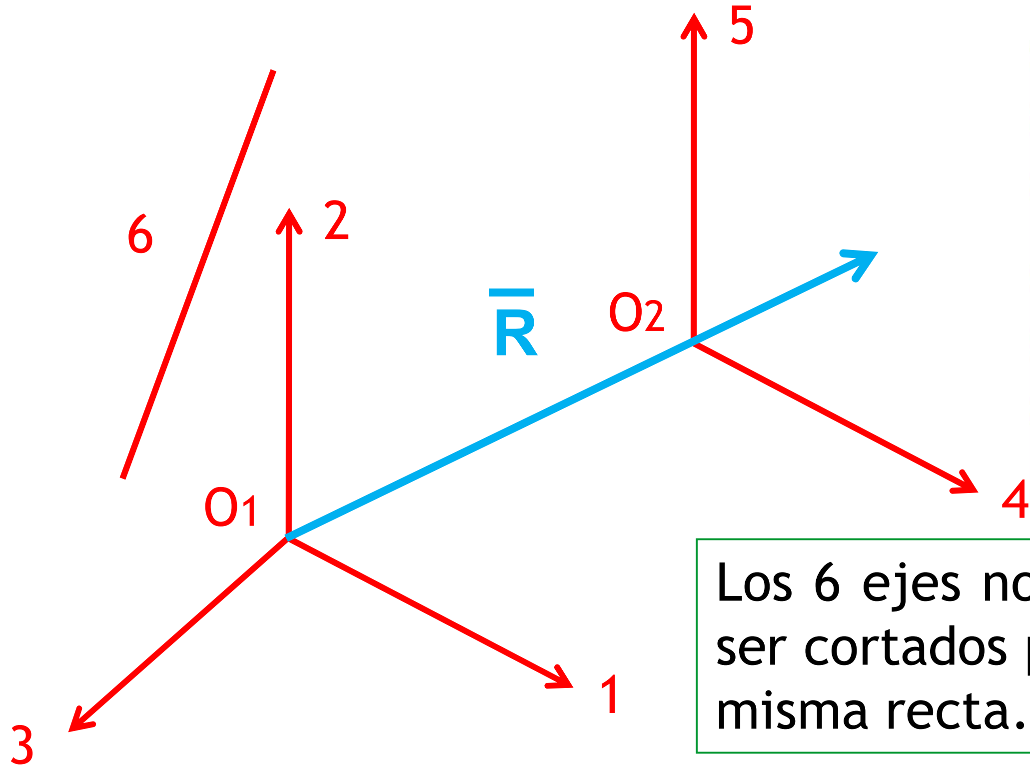
b)

$$M_1 = 0$$
$$M_2 = 0$$
$$M_3 = 0$$
$$M_4 = 0$$
$$M_5 = 0$$

La resultante pasa por O1 – O2 ó sistema equilibrado

Equilibrio de un sistema de fuerzas no concurrentes en el espacio

b) 6 ecuaciones de momentos sobre 6 ejes, nulas.

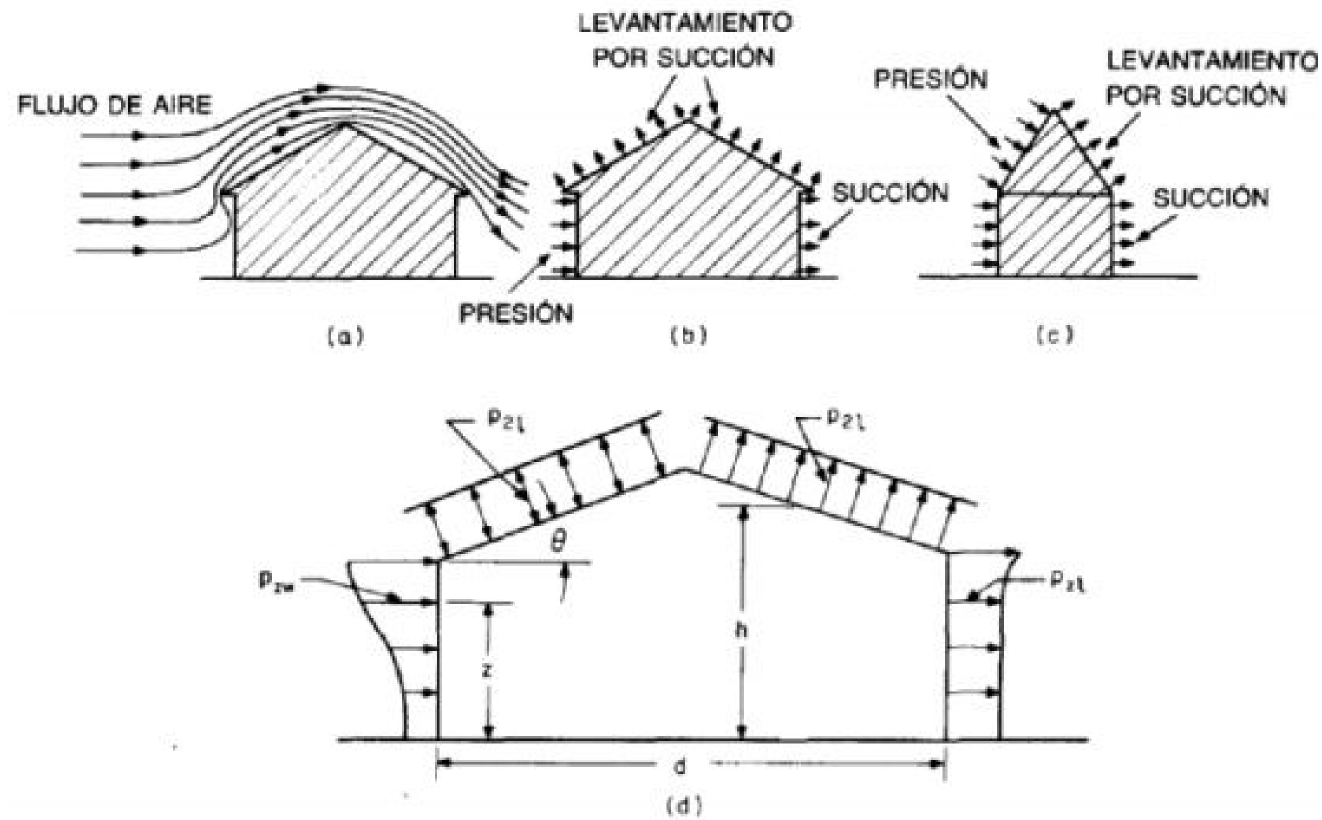


$$\left.\begin{array}{l} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = 0 \\ M_4 = 0 \\ M_5 = 0 \\ M_6 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Condición necesaria de equilibrio

Los 6 ejes no deben ser cortados por una misma recta.

FUERZAS DISTRIBUIDAS

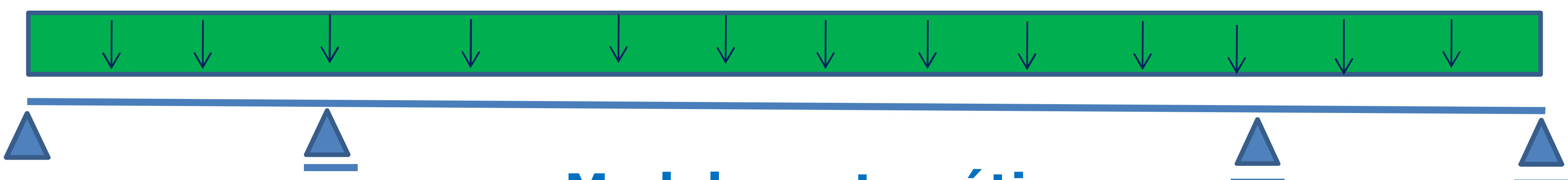


Parapet – (outer face).

Bearing – a component which supports part of the bridge and which transmits forces from that part to another part of the structure whilst permitting angular and/or linear movement between parts.

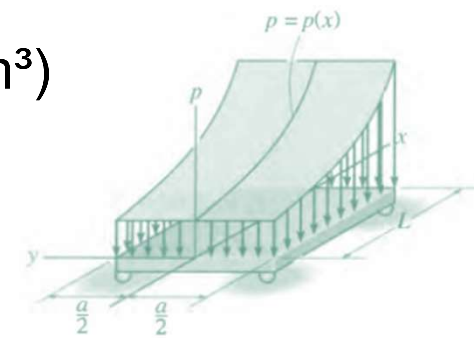
Realidad física

Cargas permanentes (peso propio de la estructura) + Sobrecargas (vehículos, personas, viento, sismo)

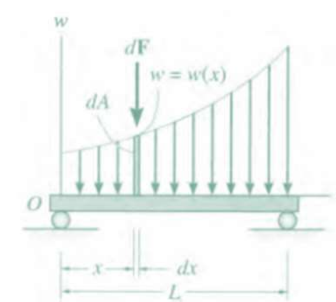


Modelo matemático

Clasificación



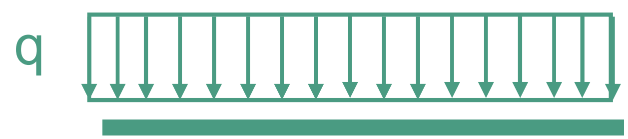
- **Fuerzas distribuidas por unidad de volumen:** (kN/m³)
  - Peso específico
- **Fuerzas distribuidas por unidad de superficie:** (kN/m²)
  - Sobrecarga
  - Nieve
  - Empuje del agua o el suelo



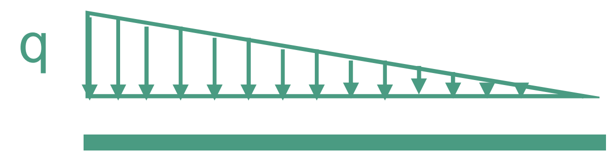
- **Fuerzas distribuidas por unidad de longitud:** (kN/m)
  - Carga en un elemento lineal, ejemplo: viga

Otra clasificación

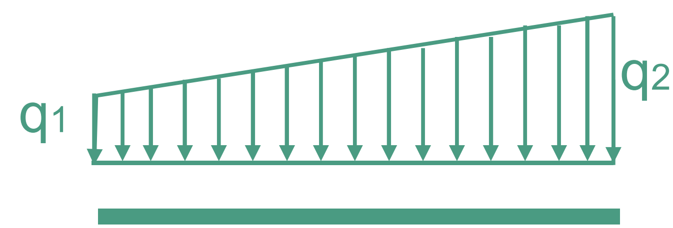
- Fuerzas distribuidas constantes



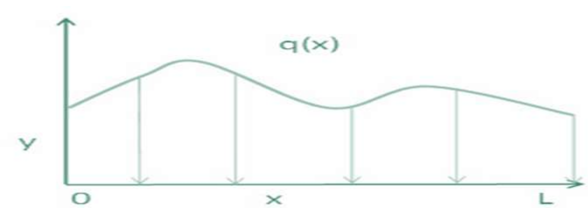
- Fuerzas distribuidas triangulares



- Fuerzas distribuidas trapeciales



- Otras fuerzas distribuidas



Fuerzas distribuidas constantes o uniformes

¿Cuánto vale la resultante R?

Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del rectángulo: $R = q \times L$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un rectángulo: $L/2$

Fuerzas distribuidas triangulares

¿Cuánto vale la resultante R?

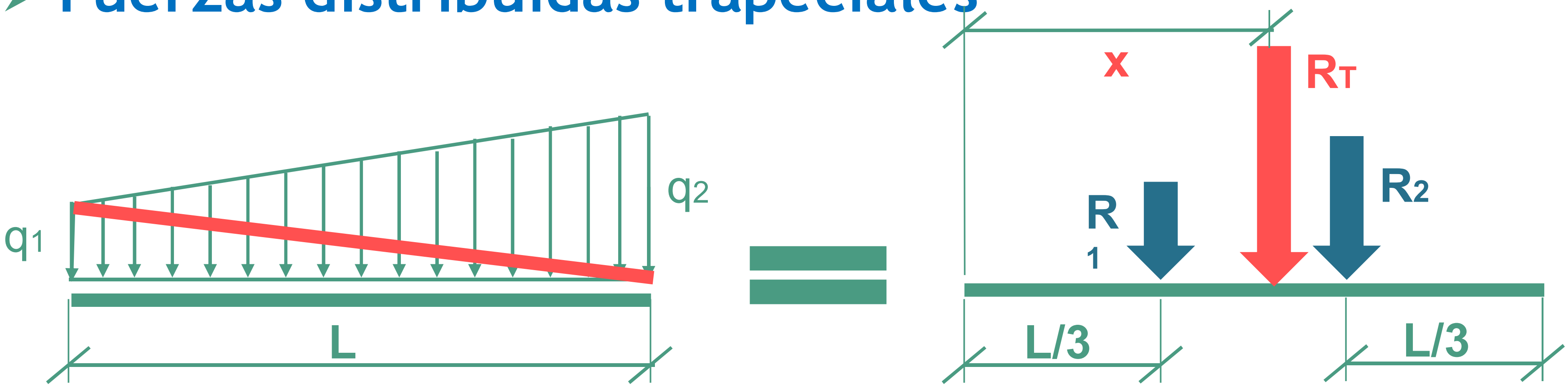
Es la integral de la función carga en la longitud de la barra: $R = \int_0^L q(x)$

Es decir el área del triángulo: $R = \frac{q \times L}{2}$

¿Dónde está aplicada?

En el baricentro de la figura, como es un triángulo: $L/3$

➢ Fuerzas distribuidas trapeciales



$$R_1 = \frac{q_1 \times L}{2} \qquad R_2 = \frac{q_2 \times L}{2}$$

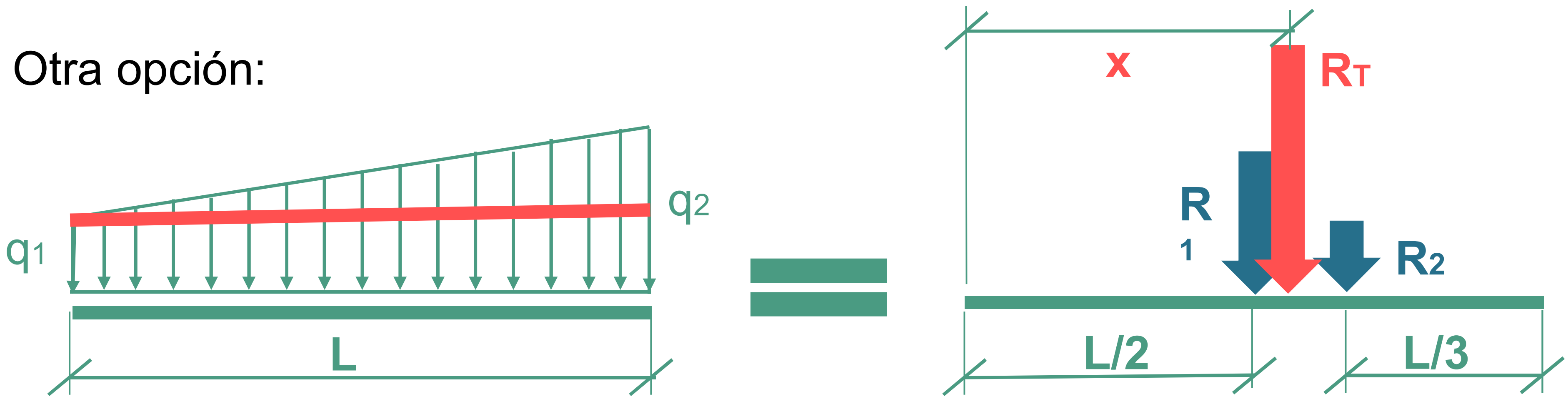
$$\sum F_V = R_T = R_1 + R_2 = \frac{q_1 \times L}{2} + \frac{q_2 \times L}{2}$$

$$\sum M_o = -R_T \times x = -R_1 \times \frac{1}{3} L - R_2 \times \frac{2}{3} L$$

(T. Verignon: momento de la resultante =suma de momento de las componentes)

➢ Fuerzas distribuidas trapeciales

Otra opción:



$$R_1 = q_1 \times L \qquad R_2 = \frac{(q_2 - q_1) \times L}{2}$$

¿Da lo mismo que antes?

FIN

Tema 1