

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA A (61.06 No ind. - 81.03)

Evaluación integradora
Duración: 4 horas.

Segundo cuatrimestre – 2023
21/12/2023 – 9:00 hs.

Curso:

Mail:

Apellido y Nombres:

Padrón o legajo:

El examen se aprueba con al menos 3 ejercicios correctamente desarrollados, justificados y resueltos, de los cuales al menos uno debe ser el ejercicio 4 ó el 5.

1. Se tienen tres cajas C_1 , C_2 y C_3 . En C_1 hay 5 bolas blancas y 3 rojas, en C_2 4 blancas y 2 rojas, y en C_3 2 blancas y 8 rojas. Se extraen, sin reposición, dos bolas al azar de C_1 . Si ambas bolas extraídas son del mismo color, se extrae una bola de C_2 , en caso contrario se extrae una bola de C_3 . Sabiendo que la última bola extraída fue roja, ¿cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas de C_1 también hayan sido rojas?

2. Nicolás quiere ir a ver su película favorita al cine, la cual tiene funciones a las 17:00 y a las 22:00. La hora a la que sale de su casa Nicolás es una variable aleatoria con distribución uniforme entre las 15:00 y las 20:00. Independientemente de la hora de salida, el tiempo de viaje hasta el cine (en horas) es una variable aleatoria con distribución uniforme sobre el intervalo $(1, 2)$. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de media hora en el cine hasta que empiece su película?

3. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{y}{2(x+1)^2} e^{-\frac{y}{x+1}} \mathbf{1}\{0 < x < 2, y > 0\}$$

Calcular $\mathbf{E}[Y|X = 0.5]$.

4. La duración (en años) de cierto tipo de dispositivos es una variable aleatoria X con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{\theta}{\sqrt{x}} e^{-2\theta\sqrt{x}} \mathbf{1}\{x > 0\}, \quad \theta > 0$$

Hallar el estimador de máxima verosimilitud para θ basado en una muestra aleatoria de la duración de 100 dispositivos.

5. El tiempo (en horas) que una persona usa el celular por día es una variable aleatoria con distribución normal. Una empresa telefónica encuestó a 25 clientes de forma independiente y observó que el promedio de uso del celular por día era $\bar{x} = 5.3$ horas, y el desvío muestral resultó $s = 1.3$ horas. Hallar una cota superior de confianza de nivel 0.95 para el desvío estándar.

NOTA: El desvío muestral se define $s := \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$