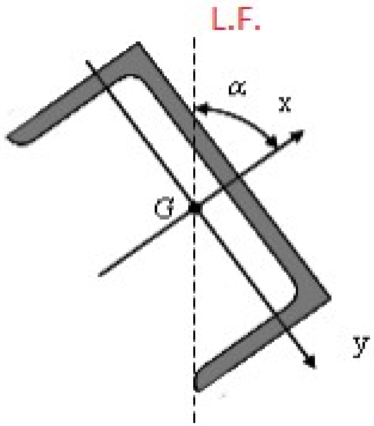
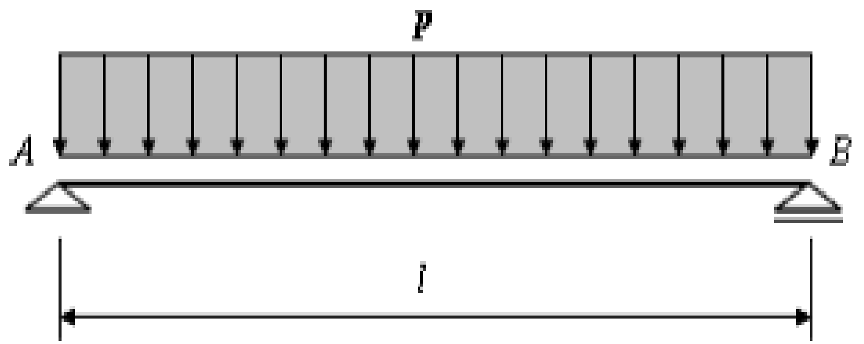
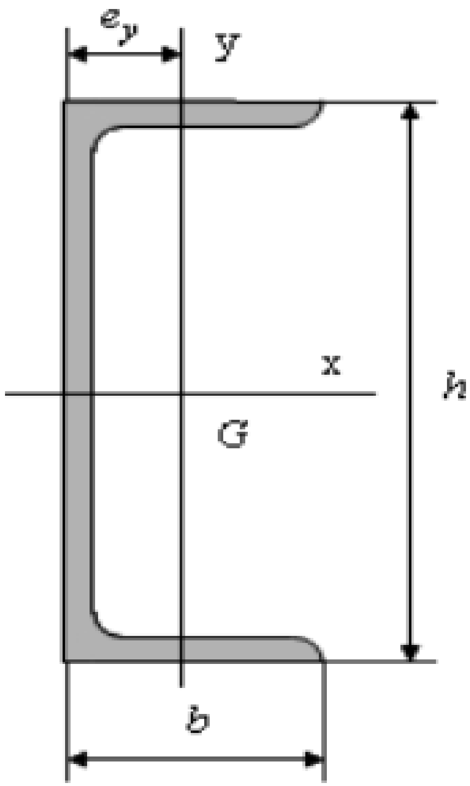
Ejercicio ejemplo de Flexión Simple Oblicua

1.- Analíticamente, hallar la posición del eje neutro y el diagrama de tensiones normales para la sección ubicada a la mitad de la luz de la barra UPN simplemente apoyada de la figura, cuyos datos se tabulan:





p	l	α	Perfil	σ_{adm}
kN/m	m	°	UPN	kN/cm²
15	2,0	80	160	16,0

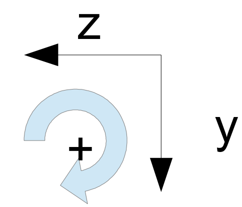


Datos del perfil UPN

Recordar que son todos datos respecto de los ejes principales “***x***” e “***y***” tabulados

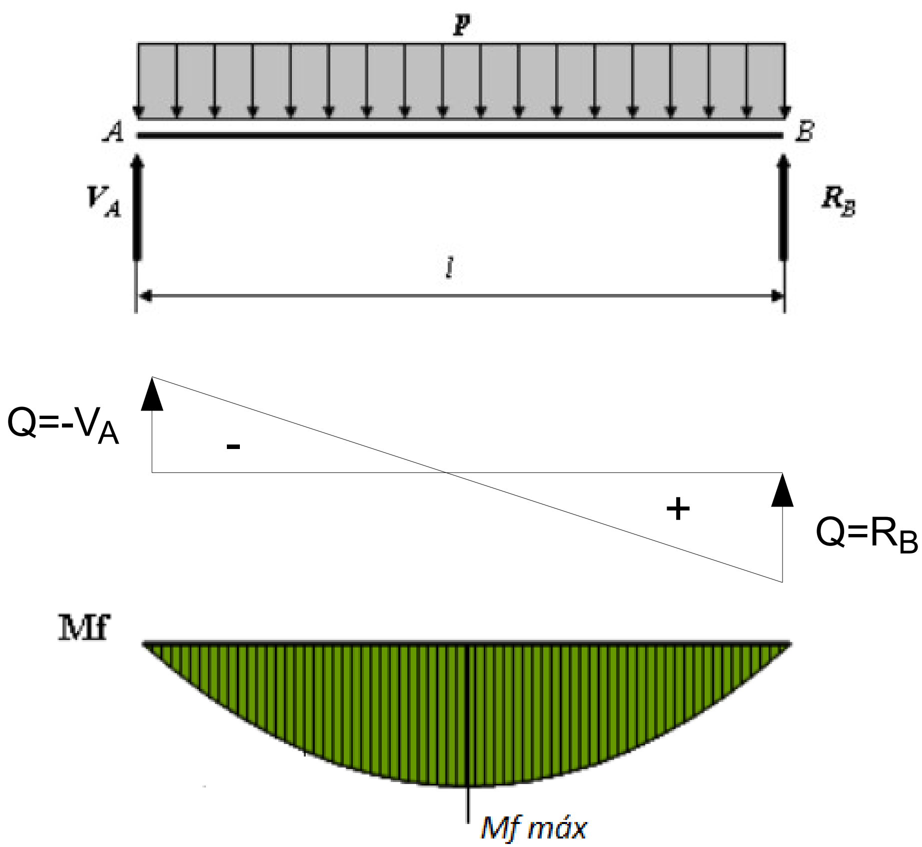
UPN	h mm	b mm	F cm^2	Jx cm4	Jy cm4	ey cm
160	160	65	24	925	85,3	1,84

Lo primero será hallar el Momento flexor a la mitad de la luz.



Allí será el Momento máximo.

Para verlo dibujamos los diagramas de esfuerzos característicos a partir del DCLE:



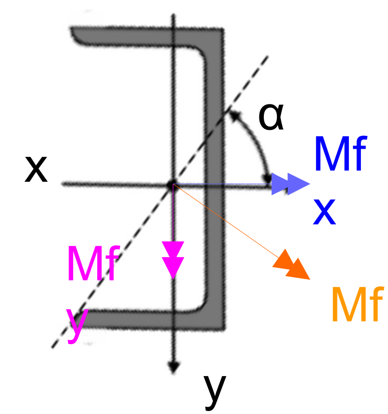
$V_A = R_B$ = Rte/2 = ***p***.l/2 = 15 KN

Mf max= ***p***.l^2/8 = 7,5 KNm = 750 KNcm

$$Mf_x = +Mf \cdot \sin(\alpha)$$
$$Mf_y = +Mf \cdot \cos(\alpha)$$

Mfx= 738,6 KNcm

Mfy= 130,2 KNcm



<u>Calculamos la Flexión Oblicua como superposición de 2 Flexiones Normales (en ejes x e y)</u>

Teniendo en cuenta que la tensión en el eje neutro es = 0 y, considerando el principio de superposición de efectos, tomamos la F.O. como suma de 2 F.N.:

$$\sigma_{z(x \quad y \quad z)} = \frac{Mf_{x(z)}}{J_x} \cdot y - \frac{Mf_{y(z)}}{J_y} \cdot x = 0$$

$$\sigma_{z(x \quad y \quad z)} = \frac{Mf_{(z)} \cdot \sin(\alpha)}{J_x} \cdot y - \frac{Mf_{(z)} \cdot \cos(\alpha)}{J_y} \cdot x = 0$$

Llegamos a la siguiente ecuación de una recta, sin término independiente (o sea que el eje neutro, tal y como desarrollamos en la teoría, es baricéntrico – pasa por el origen de coordenadas):

$$y = \frac{1}{\tan(\alpha)} \cdot \frac{J_x}{J_y} \cdot x$$

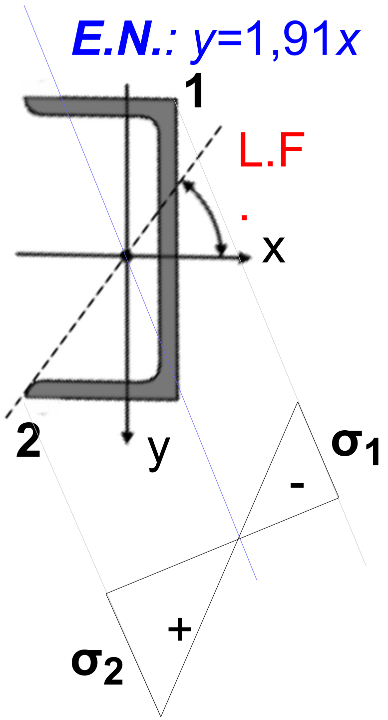
La posición del eje neutro es idéntica para todas las secciones. Reemplazando valores obtenemos la posición del eje neutro:

$$y = 1{,}91\ x$$

Para poder dibujar los diagramas de tensiones debemos calcular las tensiones máximas generadas:

Los límites de la sección son: $-\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2}$ $\quad -\left(b-e_y\right) \leq x \leq e_y$

Podremos escribir las ecuaciones para los puntos donde las tensiones alcanzan los mayores módulos (tanto positivos o tracción [**2**], como negativos o compresión [**1**])



Tensión normal en el punto **1** de máxima compresión:

$$\sigma^{c}_{z\,máx} = \frac{Mf_{x(z)}}{J_x} \cdot \left(-\frac{h}{2}\right) - \frac{Mf_{y(z)}}{J_y} \cdot e_y = -Mf \cdot \left[\frac{\sin(\alpha)}{J_x} \cdot \frac{h}{2} + \frac{\cos(\alpha)}{J_y} \cdot e_y\right]$$

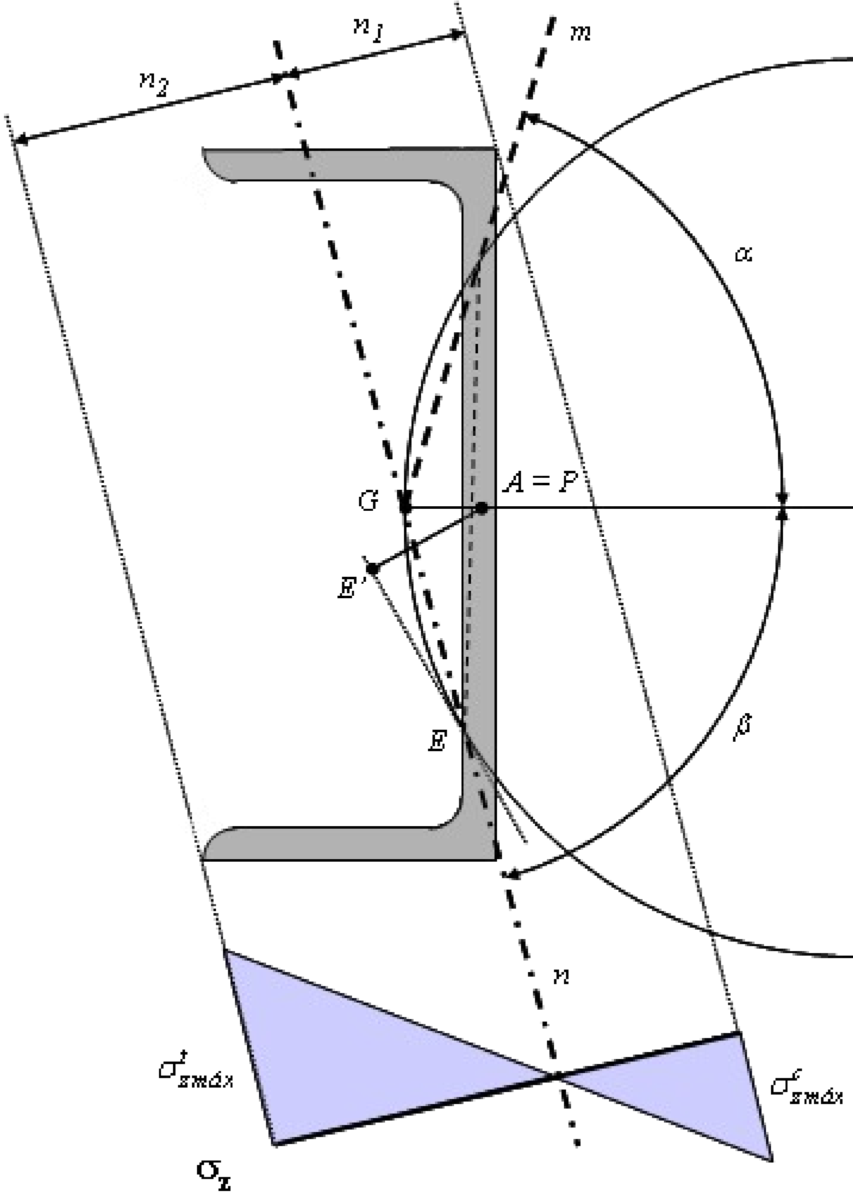
σ₁= -9,2 KN/cm2

Tensión normal en el punto **2** de máxima tracción:

$$\sigma^{t}_{z\,máx} = \frac{Mf_{x(z)}}{J_x} \cdot \frac{h}{2} - \frac{Mf_{y(z)}}{J_y} \cdot \left[-\left(b-e_y\right)\right] = Mf\left[\frac{\sin(\alpha)}{J_x} \cdot \frac{h}{2} + \frac{\cos(\alpha)}{J_y} \cdot \left(b-e_y\right)\right]$$

σ₂= 13,5 KN/cm2

2. Gráficamente, hallar la posición del E.N. y el diagrama de tensiones **σ** para la sección ubicada a la mitad de la luz. Comparar con los resultados analíticos:



1° Elijo escalas de long para el perfil y de J para Momentos de inecia

2° Trazamos C.Mohr con los datos:

- $\overline{G\text{-}P}$ = Jy
- $\overline{P\text{-}B}$ = Jx
- L.f. Eje m (α dato)

3° Encuentro E.n. Como conjugado de L.f.

4° obtengo:

- Jn ($\overline{E'\text{-}P}$ escala de J)
- Ángulos β y φ (n / m).
- n1 y n2 (esc. de long.)

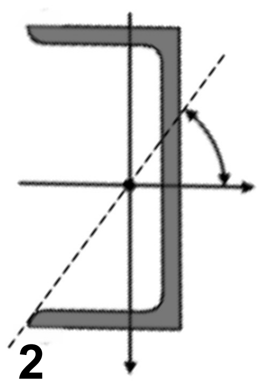
$$\sigma^c_{z\,máx} = -\frac{Mf \cdot \sin(\varphi)}{J_n} \cdot n_1 \qquad \sigma^t_{z\,máx} = \frac{Mf \cdot \sin(\varphi)}{J_n} \cdot n_2$$

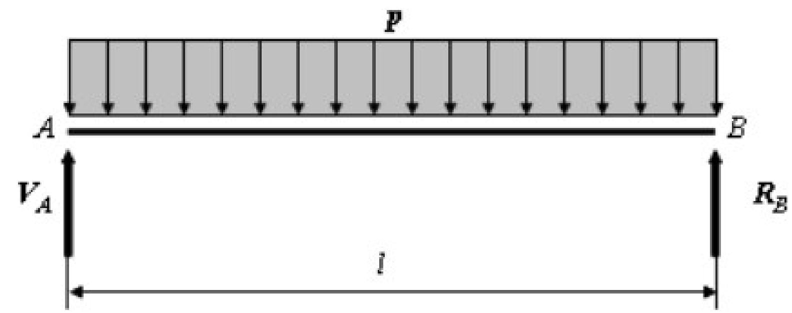
β	φ	J_n	n_1	n_2	$\sigma^c_{z\,máx}$	$\sigma^t_{z\,máx}$
°	°	cm^4	cm	cm	kN/cm^2	kN/cm^2
62	38	266	5,3	7,8	-9,2	13,5

2. Hallar la máxima carga "$p_{máx}$" que podría ser aplicada sin que sean superadas las tensiones admisibles en ningún punto

La sección a la mitad de la luz es la más peligrosa dada por la flexión. Por lo que calcularemos allí "$p_{máx}$". Y la calcularemos para el punto **2** del perfil (fibra extrema de la punta del ala inferior) donde la tensión es máxima e igual a 13,5 KN/cm^2.

Tomando en cuenta que: $M_{f\,(máx)} = p.l^2/8$ y $M_{fx} = M_f \cdot \text{sen}\,\alpha$; $M_{fy} = M_f \cdot \cos\alpha$





$$p_{máx} = \frac{8 \cdot \sigma_{adm}}{l^2 \cdot \left[\frac{\sin(\alpha)}{J_x} \cdot \frac{h}{2} + \frac{\cos(\alpha)}{J_y} \cdot \left(b - e_y\right) \right]} = 17{,}7 \text{ KN/m}$$