MEDICION, INCERTEZAS, Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Introducción:
Este apunte está orientado a las experiencias que se realizan en los primeros laboratorios de las carreras de ingeniería dónde, por lo general, no se realizan más de 10 mediciones. Se dan pautas generales para el tratamiento de las incertezas, las cuales no son para nada definitivas, el experimentador siempre deberá analizar cada caso en forma particular.

Medición:
Medir es comparar. Cuando uno hace una medición compara un patrón conocido; metro, kg, ohms, etc. con un objeto desconocido, mesa, un peso, resistencia eléctrica, etc. y ve cuantas veces entra el patrón en el objeto. Esto da un número al que llamamos “medida” del objeto.

Pero esa medida no es exacta, ni aún con el más preciso y sofisticado instrumental podemos decir que una medida sea exacta. El concepto de exacto es parecido al de límite, uno puede acercarse mucho pero nunca alcanzar la exactitud total.

Al no existir la medición exacta, se concluye, que toda medición tiene una cierta incerteza, que es el rango dentro del cual estará el valor verdadero de la medición, el cual siempre nos será desconocido.
Todo lo que podemos decir del resultado de una medición es que luego de medir varias veces mediante un determinado procedimiento obtenemos un valor que se repite más veces que otro al cual llamaremos “valor representativo” y que alrededor de este valor existe un margen de incerteza, también llamado error absoluto de la medición.
Así que al medir, siempre vamos a tener un valor representativo de la medición y un margen de error, dentro del cual estimaremos que estará, con “bastante probabilidad”, el valor verdadero de la medida del objeto.

De ahora en adelante, ya no podemos decir que el resultado de medir la longitud de una mesa con un metro sea de, por ejemplo, 650 mm.
Tendremos que dar, además, el intervalo de incerteza de la medición, por ejemplo:

$L = (650 \pm 1)$ mm

Al primer número se lo llama “valor representativo” de la medición y al segundo “incerteza de la medición” o “error absoluto” y se simboliza: ΔL (Delta ele)

La expresión de la medida anterior quiere decir que tenemos una gran probabilidad de encontrar el valor verdadero de la mesa en el intervalo que va de 649 a 651 mm.

¿Por qué pusimos como error absoluto de la medición 1 mm, y no 2 o 3 o 0,5 mm?

Eso depende de la forma en que midamos, o sea, del proceso involucrado en la medición.
En el proceso de medición influyen un gran número de factores que afectan la amplitud del intervalo de incerteza.
Entre estos factores esta el tipo de instrumento de medición, el modelo teórico utilizado, el observador, las condiciones ambientales, el procedimiento utilizado, etc.

Todos estos factores se llaman fuentes de error, y el experimentador, por lo general, tratará de reducirlos lo más posible. Decimos “por lo general”, porque en muchos casos, y sobretodo en mediciones industriales, no se justifica la reducción de la incerteza de una medición y reducirla traería costos innecesarios.

En cualquier caso, se puede observar que la medición es un procedimiento por el cual, se obtiene una estimación o aproximación del verdadero valor o valor real, de una magnitud. Ese valor “real” nos es siempre desconocido, o sea que es una idealización.

Ejemplos de expresión de una medición:

$L = (2,25 \pm 0,01)$ cm ; $I = (0,042 \pm 0,002)$ mA ; $V = 42,4$ V $\pm 0,7\%$; $S = (2540 \pm 20)$ m^2

(Observar que el número de cifras después de la coma es igual para el valor representativo que para el error absoluto.)

Mediciones Directas e Indirectas:
A las mediciones que se realicen directamente con el instrumento de medición las llamaremos "mediciones directas", p.ej. longitud, peso, voltaje, etc. En cambio, a las mediciones que resulten de la aplicación de una fórmula las llamaremos "mediciones indirectas" p. ej. superficie, potencia, volumen, etc. Estas últimas magnitudes también pueden ser mediciones directas si contamos con el instrumental adecuado para medirlas directamente.

Cifras Significativas:

Con este nombre se denomina a todo dígito que tenga significado físico. Viene dado por el número de cifras, contadas desde la izquierda (a partir de la primera diferente de cero) hasta la primera cifra afectada por el error, inclusive.

Uno de los aspectos principales que vamos a tener que resolver en las mediciones y cálculos que hagamos en el laboratorio es saber establecer la cantidad de cifras significativas que sea coherente con nuestro proceso de medición. Cuando decimos coherente queremos decir que la cantidad de cifras significativas se corresponda realmente con la exactitud del procedimiento e instrumento utilizado en la medición.

Para aclarar mejor esto, analicemos las siguientes cantidades: 2,52 mm; 2,520 mm; 2,5200 mm. ¿Representan físicamente la misma medida? Desde el punto de vista de la matemática sí, desde el de la física o ingeniería, no. El porqué radica en el significado que toman los ceros que agregamos a la derecha de la expresión. Por lo tanto, 2,520 mm y 2,5200 mm expresan medidas diferentes, puesto que en la primera hay cuatro (4) cifras significativas; mientras que en la segunda, existen cinco (5) cifras significativas. Esto indica que en primer caso tenemos una precisión del orden de la milésima y en el segundo de la diez milésima, con lo cual la segunda medida es mas precisa que la primera.

Cifras Significativas 1: Mediciones Directas:

En mediciones sencillas de longitud, volumen, etc., la componente principal de la incerteza va a estar dada por la clase del instrumento y, en muchos casos, vamos a poder despreciar las otras componentes. Aún así, al considerar solo la resolución del instrumento, la incerteza puede no coincidir con la mínima división del mismo. Veamos el siguiente ejemplo:

Supónganse que medimos una longitud con una regla cuya mínima división es el milímetro. En principio podemos expresar el resultado de una medición particular como:

(25 ± 1) mm

Esto nos esta indicando que el valor medido tiene una incerteza de $\pm$ 1 mm y que por lo tanto el valor verdadero de la medición se encuentra dentro de un intervalo que va desde 24 a 26 mm.
Incluso, si la regla es buena y medimos con cuidado, podemos ser más precisos y asegurar que si medimos 25 mm este valor estará comprendido entre 24,5 y 25,5 mm. O sea que nuestra medición es:

$(25{,}0 \pm 0{,}5)$ mm

Si la medición diera entre dos rayas correspondientes a la mínima división el resultado se expresaría de la siguiente manera:

$(17{,}5 \pm 0{,}5)$ mm

Con lo cual estamos diciendo que el valor verdadero se encuentra en el rango que va de 17 a 18 mm. Puede suceder que, por razones externas al instrumento de medida, la incerteza de la medición sea mayor de 0,5 mm, incluso llegar a 1, 1,5 o más, por ejemplo si los bordes del objeto a medir no están bien definidos. Pero esa es una fuente de error adicional, que debemos tener en cuenta, pero que no esta relacionada con la mínima división del instrumento.

Mínima división e incerteza:
Estos conceptos a veces se confunden y se toman como sinónimos. La incerteza de una medición es un concepto mucho más abarcativo que el de mínima división del instrumento de medición. En la incerteza, o también llamada error absoluto, están considerados todos los errores de la medición, incluyendo la resolución del instrumento, los del observador, paralaje, condiciones ambientales, modelo, etc.

No siempre la incerteza coincide con la mínima división del instrumento.

Cifras Significativas 2: Mediciones Indirectas:

Cuando se efectúa una medición indirecta, o sea, un cálculo mediante una fórmula a partir de mediciones directas, sucede que, tanto el valor representativo del cálculo como el error que resulta de la propagación de errores, dan con una gran cantidad de cifras decimales, incluso una cantidad infinita.
Entonces surge la pregunta de cómo redondear o “cortar” la excesiva cantidad de cifras y quedarse con las que realmente tienen significado para nuestra medición. En un primer momento alguien podría estar tentado de poner todas las cifras que figuran en nuestra calculadora y expresar un resultado de la siguiente manera:

$345{,}23012 \pm 3{,}2145254$

Expresar así el resultado tiene dos inconvenientes:

Primero, trabajar con muchas cifras siempre resulta engorroso y dificulta la lectura y la interpretación del resultado. Por eso se buscará, en pos de la simplicidad, recortar cifras que no sean importantes para la expresión correcta del resultado. Cuando decimos importante queremos decir que al recortar dichas cifras prácticamente no alteramos la precisión del resultado y en cambio lo simplificamos enormemente.
Segundo, no tiene mucho sentido decir que el valor representativo vale exactamente 345,23012 cuando el margen de incerteza que tenemos es de 3,2...Es claro que las últimas cifras del valor representativo no aportan nada a la expresión de nuestro resultado y, por el contrario, llevan a la falsa creencia de que nuestra medición tiene realmente una gran precisión.

Así que, en general, un resultado de cuentas como el anterior lo deberemos expresar como:

345 ± 3

o, a lo sumo:

$345{,}2 \pm 3{,}2$

Como referencia para este curso, vamos a adoptar el criterio que, en general, después de realizar una cuenta no se puede obtener más exactitud que la de los instrumentos de medida directa. Vamos a ver después que hay algunas excepciones.

Quiere decir que si calculamos una superficie de un objeto rectangular midiendo sus longitudes con una incerteza de 0,1 mm, obteniendo $L_1 = (15{,}3 \pm 0{,}1)$ mm y $L_2 = (30{,}8 \pm 0{,}1)$ mm, el valor de superficie que da la calculadora después de propagar errores es: $471{,}24 \pm 4{,}61\ mm^2$. En este último caso, el error absoluto tiene tres cifras significativas, lo cual indicaría que mediante algún mecanismo desconocido hemos aumentado la precisión de nuestras mediciones originales después de realizar una multiplicación, ya que en las mediciones directas teníamos una sola cifra significativa en el error.

Si no podemos identificar estos “mecanismos” no hay razones para pensar que la exactitud del resultado deba ser mayor que la de las mediciones originales. Por lo tanto debemos truncar o redondear nuestro resultado hasta hacerlo coherente con las incertezas de nuestras mediciones directas. En este caso sería:

$(471 \pm 5)\ mm^2$

Ahora el error de nuestro resultado tiene una sola cifra significativa como tenía el error de las mediciones directas. (Recuerden que esto es un criterio y eventualmente podemos usar hasta dos cifras significativas)

En la tabla inferior se detallan ejemplos de recortes de cifras significativas:

Exactitud de las mediciones directas	Valor que da la calculadora aplicando una fórmula y propagando errores. (Mediciones indirectas)	Redondeo en base a la exactitud de las mediciones directas. (1)
0.002	352.832115 ± 5.32146	353 ± 5
0.1	12.23547 ± 0.235	12.2 ± 0.2
2	256.73547 ± 34.215	260 ± 30
2	2562.7354 ± 223.6	2600 ± 200
0.0001	235.01258 ± 0.08623	235.013 ± 0.09
0.55	95 ± 15.2145	95 ± 15
2.5	563 ± 45.2365	563 ± 45
0,015	0,2 ± 0,12382	0,20 ± 0,12

(1) Este criterio esta basado en que no se puede “ganar” exactitud por el hecho de hacer una cuenta, así que como máximo vamos a tener la misma exactitud que en nuestros instrumentos de medida directa o aún menos. Por eso, si en las mediciones directas teníamos una incerteza con una cifra significativa, la incerteza del resultado debe ser acorde con este hecho, o sea, su incerteza también deberá tener una sola cifra significativa. Ojo que acá se habla de “cantidad de <u>cifras significativas</u>” y no de “cantidad de cifras decimales” o “posiciones decimales”.

Lo anterior tiene algunas excepciones como lo es el medir el período de un péndulo contando varias oscilaciones y luego dividir el tiempo total medido por el número de oscilaciones. De esta manera logramos reducir el error absoluto de una oscilación mediante una técnica de medición.

t = T/n

t = Tiempo de un período
T = Tiempo total de n períodos
n = Número total de períodos
ΔT = Delta T. Error absoluto de la medición

P. ej:
Si $\Delta T = 0,2$ s y n = 10 oscilaciones

$t = (T \pm \Delta T) / n = T/n \pm \Delta T/n = (t \pm \Delta t) = (t \pm 0,02)$ s

dónde $\Delta t = \Delta T/n = 0,02$ s

Ya que el error relativo de n es cero.

El mismo caso se da al medir el diámetro de un alambre enrollando n vueltas sobre un cilindro y midiendo la longitud total de las n vueltas y luego dividir por n para sacar el diámetro de un alambre.

<u>Criterio</u>: En las mediciones que efectuemos en este laboratorio el error absoluto va a tener una, o como máximo, dos cifras significativas.
Las cifras del error que tengan como último dígito un 5 o más de 5 se redondearán hacia arriba.

Por ejemplo, si queremos determinar el tiempo de oscilación de un péndulo ideal mediante la fórmula:

$$T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Midiendo la longitud del péndulo L (supongamos que L = (100 ± 1) mm) y tomando g = (9,81 ± 0.01) m/s^2

El valor de T que nos da la calculadora es: 0.6343739849 s ¿Tiene sentido escribir un valor de T con tantos decimales? Para decidir eso tenemos que fijarnos en los errores de nuestras mediciones originales, o sea, ver el error que teníamos en las mediciones que sirvieron de fuente en nuestros cálculos y ver que estos errores sean coherentes con el expresado en el resultado de la cuenta del cálculo de T.
En el caso de L cometimos un error de 1/100 o sea del 1%, en el caso de "g" fue de 0.01/9.81 o sea de aproximadamente el 0,1 %.
Por otro lado, vemos que al expresar T como 0.6343739849 s estamos indicando que podemos discernir hasta la décima cifra decimal la cuál, en este caso, decimos que vale 9. Esto sugiere, al que lee un valor así, que hemos logrado un valor extremadamente preciso, de hecho con una precisión o un error absoluto de alrededor de 0.0000000005 o 0.0000000003, o algo similar. Esto implica una precisión increíble del 8 * 10^{-8} %. ¿Cómo es que logramos tanta exactitud con instrumentos que no superaban el 0.1 % de exactitud? No la logramos, la inventamos poniendo cifras que nos dio la calculadora en forma automática pero que no tienen ningún sentido.
<u>Tenemos que recortar el numero de cifras que nos da el resultado de una cuenta para que sea coherente con los errores de las mediciones originales.</u>

<u>Tablas de menos de 10 mediciones:</u>

Si se tiene un solo valor medido, obviamente el valor representativo será ese valor y el error absoluto de la medición vendrá dado por la mínima división del instrumento (o la mitad de la mínima división si tenemos razones para justificar esta elección)
Si se tiene más de una medición y menos de 10, el valor representativo viene dado por el promedio de todas las mediciones y el error absoluto por: (Valor max. – Valor mín.)/2. En este caso, previamente hay que observar los valores obtenidos para descartar los valores que se aparten mucho de la media debido a errores groseros. *(Ver el ítem "Enfaisis" al final de este apunte)*
Para más de 10 mediciones hay que emplear métodos estadísticos.

Para cumplir con los requisitos del laboratorio de física 1, la mayoría de las veces nos va a alcanzar con hacer menos de 10 mediciones, <u>sin embargo procuraremos hacer más de una para verificar la repetibilidad y confiabilidad de las medidas</u>.

<u>Mediciones Comparables:</u>
Al realizar varias mediciones de un mismo fenómeno podemos obtener diferentes resultados y diferentes errores. Por ejemplo, esto sucede si medimos un volumen con distintos procedimientos. Lo más probable es que los resultados obtenidos por cada procedimiento sean distintos. Si medimos el volumen de un objeto en base a sus dimensiones, y después, lo medimos mediante el volumen que desplaza al sumergirlo en un líquido.
Aún siendo distintos, estos resultados pueden compararse entre sí para ver las ventajas y desventajas de cada procedimiento.

Se dice que dos mediciones son comparables si su rango de errores se superponen total o parcialmente.

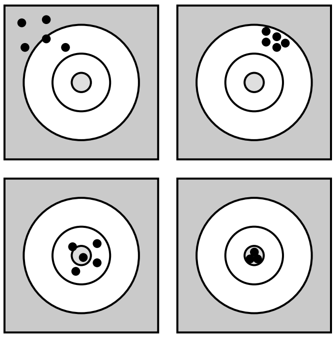
P. ej:

$23{,}21 \pm 0{,}52$ y 21 ± 2 son comparables

$0.1240 \pm 0{,}0003$ y $0{,}1230 \pm 0{,}0002$ no son comparables

<u>Exactitud y Precisión:</u>
Exactitud:
Se refiere a la cercanía de los valores medidos al valor verdadero o de referencia. Está relacionada con la apreciación de los instrumentos de medición y con los errores sistemáticos.

Precisión:
Se refiere a la cercanía de los valores medidos entre sí, o sea a la repetibilidad de las mediciones. Es independiente de los errores sistemáticos y está relacionada con los errores casuales.



Matriz de Precisión y Exactitud

<u>Fuentes de error y clasificación</u>:

Las fuentes de error están clasificadas de acuerdo al siguiente esquema:

GROSEROS	SISTEMATICOS	CASUALES
Son los provocados por un golpe o una anomalía muy brusca en algún punto del proceso de medición. El valor es fácilmente detectable ya que difiere mucho con respecto a los otros valores medidos.	Se cometen en forma sistemática y son de igual signo. Entre estos están: La exactitud del instrumental (clase, corrimientos de cero, etc.). El modelo y método utilizado. El observador (retraso al accionar un cronómetro, paralaje, etc.). La alteración por el hecho mismo de medir (p.ej. presión de neumáticos).	Son los más difíciles de detectar y acotar. Tienen que ver con el medio ambiente, cansancio del observador y todo tipo de variación accidental en el proceso de medición. El más importante es el de apreciación sobre una escala graduada. Se reducen en forma estadística.

En nuestro caso, los más relevantes son los errores sistemáticos, ya que los groseros son fáciles de detectar y eliminar y los casuales pueden reducirse repitiendo varias veces las mediciones.
Por eso, en mediciones sencillas, se suele tomar como error total de la medición el error sistemático correspondiente a la mínima división del instrumento de medida (o también, la mitad de la mínima división) y se desprecian los demás.

<u>Error relativo y porcentual</u>: Calidad de una medición

Al cociente entre el error absoluto y el valor representativo se lo llama “error relativo” cuya notación es:

$\varepsilon_r = \Delta L / L$
y si al error relativo lo multiplicamos por 100 nos da el error porcentual:

$\varepsilon_{\%} = \varepsilon_r * 100$

Tanto el error relativo como el porcentual, nos dan una idea de la “calidad” de la medición ya que compara el valor medido con su incerteza. Por eso, el error porcentual permite comparar dos métodos de medición distintos y jerarquizarlos. Hay que notar que en todo instrumento, la calidad de la medición disminuye si medimos valores que estén en la parte inferior de la escala y aumenta al medir en la parte superior, esto es porque el error absoluto se mantiene constante y varía el valor representativo medido. (¿qué quiere decir esto?)

<u>Propagación de errores:</u>

Las técnicas para propagar errores en un cálculo son bien conocidas y estudiadas en detalle en muchos libros, por eso sólo vamos a dar un resumen de ellas y luego remitir al lector a la bibliografía. *(D.C. Baird, "Experimentación", Prentice Hall, 1991 – Cap.2)*

La siguiente tabla resume las ventajas y desventajas de los tres métodos para propagar errores:

	Descripción	Virtudes	Inconvenientes
Método directo	Se propaga el error con la fórmula original en forma directa sin hacer ninguna aproximación. P.ej.: Si queremos calcular una superficie a partir de dos longitudes, L1 = 25 ± 2 mm y L2 = 10 ± 1 mm, la cuenta exacta queda: $S \pm \Delta S = (25 \pm 2) \times (10 \pm 1) = (25 \times 10) \pm (2 \times 10) \pm (25 \times 1) \pm (2 \times 1) = 250 \pm 47\ mm^2$	Es exacto. No se hace ningún tipo de aproximación en la propagación del error.	Sólo es posible aplicarlo en cálculos sencillos como el del ejemplo. Por lo gral., no se puede separar el término del error del valor representativo.
Método de tabla	Se propagan errores sumando los errores absolutos en las sumas y restas, y sumando los errores relativos en las multiplicaciones (o potencias) y divisiones.	Es sencillo y rápido de aplicar.	No es aplicable a cálculos que no sean las operaciones básicas mencionadas. Es aproximado.
Método de la derivada	Se deriva la función en cada una de sus variables y a partir de sus derivadas parciales se obtiene el error.	Es general. Es aplicable a cualquier función.	Es aproximado. Hay que saber derivar.

<u>Aproximaciones y recorte de cifras en los resultados de una medición:</u>
El proceso de medición y la determinación de la incerteza de una medición están sujetos a criterios que no son universales. Esto le da cierta "inasibilidad" (difícil de asir o agarrar) a la teoría de medición ya que hace imposible dar una receta general para todos los casos. Siempre el experimentador deberá evaluar la medición particular y justificar adecuadamente los criterios que elige para redondear sus cifras y factores que influyen en el error final de la medición. Lo que nunca debe hacer es dejar de expresar el error de su medición.

<u>Los Criterios</u>:
Los criterios dependen del experimentador, del objeto a medir, del tipo de medición, del uso que se haga de esa medición, de las condiciones en que se mide, etc.
Los criterios deben ser tomados como tales, esto quiere decir que los criterios no son leyes, ni principios inalterables y pueden ser reemplazados por otros criterios.
Estas variaciones en los criterios pueden ser muy pronunciadas de un caso a otro, pero todo criterio debe tener su justificación de porque se elige ese y no otro. Con esto se quiere decir, que los criterios pueden adaptarse y variar de acuerdo a las circunstancias de medición particular, pero no son antojadizos, sino que siempre tienen fuertes argumentos experimentales que los justifican.

<u>Error en cifras donde no aparece el error:</u>

En el caso de encontrar valores tabulados en libros o artículos y que no aparezca explícitamente el valor del error se supondrá que el error viene dado por la última cifra de valor indicado. P. ej:

7,89 implica que el valor representativo se encuentra entre 7,88 y 7,90

<u>Lo que tiene que quedar bien claro</u>:

1) Lo aquí expuesto vale siempre y cuando la incerteza sea, a lo sumo, el 5 % del valor representativo. De todas maneras, mediciones con mayor error por lo general carecen de interés práctico.
2) El error de la medición (ya sea directa o indirecta) lo determina el error absoluto y NO la última cifra del valor representativo. Decir que en determinados casos el error esta dado por el último dígito es una SUPOSICION que se hace a falta de datos más precisos acerca del error. Por este motivo, en principio, el resultado de una medición indirecta podría llegar a expresarse con todos sus dígitos p.ej.: 54123,2145 ± 47,0154 ya que solo indica que se obtuvo un valor representativo (valor matemático,

que a pesar de ser consecuencia de las mediciones, es el resultado de cuentas) y un intervalo en donde tenemos gran posibilidad de que se encuentre el valor verdadero. El recorte del valor anterior se realiza porque no tiene mucho sentido expresar una gran cantidad de cifras, las cuales aportan poco a la precisión del resultado y entorpecen la lectura. Al recortar, el error cometido en dicho recorte es mínimo y tiene la ventaja de simplificar los resultados. Por eso, el valor se expresará como 54120 ± 50 o, a lo sumo, si se quiere un poco más de precisión: 54123 ± 47. En el caso de mediciones directas no surge este problema ya que el error lo da el instrumental o el proceso mismo de medición.

3) Cuando se tenga una tabla con varios valores medidos de los cuales debemos extraer el valor representativo más probable, se tomarán en cuenta los siguientes criterios:
   a- Se sacarán los valores extremos que se aparten mucho de la mayoría de los valores medidos (eliminación de medidas con errores groseros)
   b- Se restará al valor máximo medido más su error, el valor mínimo menos su error y, a esta diferencia, de la dividirá por dos.

$$\Delta tabla = \frac{V\max + \Delta instrumento - (V\min - \Delta instrumento)}{2}$$

P.ej:

Nro. de medición	**Valores medidos**. *Error de la medición ± 0,02*
1	28,98
2	28,88
3	35,40
4	29,03
5	29,05
Promedio	**28,985**

Se elimina el tercer valor y sobre las 4 mediciones restantes se hace el promedio que da 28,985. Se resta al valor máximo el mínimo: (29,05 +0,02)-(28.88 – 0,02) = 0,21 y se divide por dos: 0,105.

28,985 ± 0,105

que expresado con dos cifras significativas queda:

28,99 ± 0,11

y, con una cifra significativa:

29,0 ± 0,1

Si todos los valores tabulados hubiesen sido idénticos, el error no es cero, sino que es el error de las mediciones directas, o sea 0,02.

4) **El recorte de cifras se hace en al resultado final, o sea, cuando se pretende destacar o mostrar dicho resultado. En los cálculos intermedios utilizamos todas las cifras para no arrastrar errores de recorte.**

Bibliografía**:** (D.C. Baird, “Experimentación”, Prentice Hall, 1991)

Guía complementaria para el TP de errores (Lectura Opcional):

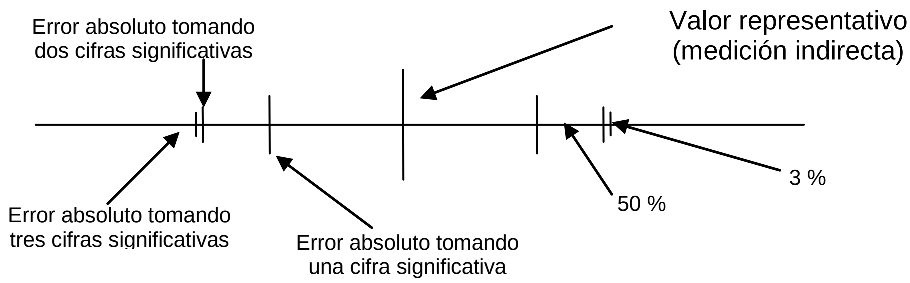
Considerar el error de pi, 100 veces más chico que el menor error relativo de las mediciones

Si hay que expresar el resultado en forma definitiva recortar a dos cifras significativas. Si se va a utilizar el resultado de una cuenta para ingresarlo en otras fórmulas, utilizar todas las cifras disponibles para no arrastrar errores de recorte.

La justificación del por qué elegimos dos cifras significativas y no una, o tres, o más es debido a que el peor intervalo de incerteza después de hacer una cuenta puede ser de ± 1,5 o 0,15, etc., o sea, un uno seguido de un cinco. Lo cual quiere decir que si truncamos a una cifra significativa podemos cometer un error máximo en el intervalo del 50 %. Pero si decidimos agregar una cifra más, por ejemplo, 1,55, vemos que el máximo error cometido al truncar a dos cifras es de 5/150 (3 %) en vez de 5/10 (50 %) como antes.

Un error del 3% en el intervalo de incerteza, en la mayoría de los casos, es más que aceptable y considerar una mayor precisión, dificultaría la lectura y expresión de los resultados sin un aporte significativo a la precisión.

El esquema 1 muestra un ejemplo de resultado de cuentas (medida indirecta) corresponde a un intervalo de error de, por ejemplo, un valor de 25,4585 ± 0,1555 en alguna unidad. El esquema justifica el porque se recorta a dos cifras significativas y no a menos ni a mas. Se ve que si se recorta a una cifra el error cometido en el intervalo puede llegar a un 50 %, mientras que si se recorta a dos cifras, este mismo error no supera el 3 %.



Esquema 1: Representación del intervalo de error de una **medida indirecta** al aumentar la cantidad de cifras significativas del mismo. Se propone el peor caso en donde el error es el número “1” seguido de uno o más “5” (15,55 o 0,1555 o 1,555, etc.) ¿Por qué ese es el peor caso? ¿Por qué en las mediciones directas no existe este problema?

Cuando el valor a representar tenga el error en las unidades, decenas, centenas, etc. Se expresará en notación científica, esto es para poner de manifiesto claramente el alcance del error. Por ejemplo:

(95800 ± 320) mm

Se expresará como: (9,580 ± 0,032) $*10^4$ mm

Angulo α		**Senα**	**Diferencia % entre el senα y α (en radianes)**
Grados	**Radianes**		
1	0,017453	0,017452	0,01%
5	0,0873	0,0872	0,13%
10	0,175	0,174	0,51%
15	0,262	0,259	1,1%
20	0,349	0,342	2,0%

25	0,436	0,423	3,1%
30	0,524	0,500	4,5%
35	0,611	0,574	6,1%
40	0,698	0,643	7,9%
45	0,785	0,707	10%
50	0,873	0,766	12%
55	0,960	0,819	15%
60	1,047	0,866	17%
65	1,134	0,906	20%
70	1,222	0,940	23%
75	1,309	0,966	26%
80	1,396	0,985	29%
85	1,484	0,996	33%
90	1,571	1,000	36%

Tabla 3: Comparación entre el ángulo en radianes y su seno. Observar que para ángulos chicos, digamos menores a 20º el error es inferior al 2 %. Por ese motivo, muchas veces se hace la aproximación sen$\alpha \sim \alpha$ siempre y cuando, el ángulo sea pequeño. Nuevamente, esto no es una ley, la justificación de si el ángulo es lo suficientemente pequeño para que la aproximación sea válida, la dará el uso que hagamos de esa aproximación. Por ejemplo, en algunos casos, si la medición es muy precisa habrá que tomar valores de ángulo inferiores a 10º para que el error de aproximación sea despreciable con respecto al error con que estamos midiendo otras magnitudes, en mediciones más indulgentes se podrá hacer la aproximación aún para ángulos de 30º. ¿Cómo clasificaría a este tipo de error? (De instrumento, de observador, de cuentas, del modelo, casual, sistemático, grosero, de apreciación, de método de medición, de objeto medido, etc.)

Ejemplos de especificaciones de instrumentos:

MILIOHMETRO "MEGABRASS" $ 4500		
Escala	**Resolución o mín. división**	**Incerteza o precisión**
0 – 20 mohms	0,01 mohms	± [0,2 % del valor leído + 0,1 % del fondo de escala]
0 – 200 mohms	0,1 mohms	
0 – 2000 mohms	1 mohm	

MULTÍMETRO "DMM" $ 130		
Escala	**Resolución o mín. división**	**Incerteza o precisión**
0 – 200 ohms	0,1 ohms	± [0,8 % del valor leído + 3 últimos dígitos]
0 – 2.000 ohms	1 ohm	± [0,8 % del valor leído + 1 dígito]
0 – 20.000 ohms	10 ohms	± [0,8 % del valor leído + 1 dígito]
20 Mohms	0,01 Mohms	± [1 % del valor leído + 2 dígitos]

CALIBRE DIGITAL "STRONGER" $ 250		
Rango de medición	**Resolución o mín. división**	**Incerteza o precisión**
0 – 100 mm	0,01 mm	± 0,02 mm
> 100 – 200 mm	0,01 mm	± 0,03 mm
> 200 – 300 mm	0,01 mm	± 0,04 mm
Condiciones de trabajo:		
Máxima velocidad de medición:		1,5 m/s
Temperatura de trabajo:		5 a 40 ºC
Influencia de la humedad:		No se ve afectado con humedades inferiores al 80 %