Práctica de cuerpo rígido

Péndulo Físico

Determinación:

- ✓ De la posición del centro de masa de una placa de forma irregular.
- ✓ Del radio de giro baricéntrico y del momento de inercia respecto a un eje que pase por el centro de masa de la placa.
- ✓ *De la aceleración de la gravedad (anexo).*

Pre - requisitos para realizar la práctica

- ✓ Modelo del péndulo ideal, propagación del error en el cálculo del período.
- ✓ Sistemas de partículas. Conceptos, leyes y teoremas de conservación.
- ✓ Modelo de cuerpo rígido.
- ✓ Cálculo del momento de inercia de un cuerpo
- ✓ Cálculo de valores representativos y estimación de errores.
- ✓ Manejo de PC y de planilla de cálculo.

Bibliografía recomendada con referencia al modelo teórico

Ver bibliografía indicada en la página de la materia. www.fi.uba.ar/materias/6201

Se sugiere:

- ✓ Ingar-Krauschaar. Introducción al estudio de la materia, mecánica y ondas. España, Reverté, 1973.
- ✓ Roederer- Mecánica Elemental. Buenos Aires, EUDEBA, 2002.
- ✓ Hutte; Manual del Ingeniero, tomo 1. Edición vigésimo octava. Editorial Gustavo Gili.

Competencias que el alumno puede desarrollar

- ✓ Identificar y comparar modelos físicos.
- ✓ Aplicar modelos y estimar sus límites de validez.
- ✓ Proponer mejoras en el desarrollo de trabajos experimentales
- ✓ Habilidad en el armado de dispositivos experimentales
- ✓ Trabajar en grupo

Introducción teórica

Un cuerpo rígido que cuelga de un eje que pasa por el punto “O” (fig.1) sobre el cual puede girar libremente, está en equilibrio estable, cuando el centro de gravedad G se encuentra por debajo de “O” sobre el plano vertical que contiene al eje.[1]

[1] En esta Guía se considera que en el mismo punto se encuentran el Centro de Masa (CM) y el Centro de Gravedad (G). Se sugiere al estudiante investigar en qué casos es válido o no adoptar esta postura.

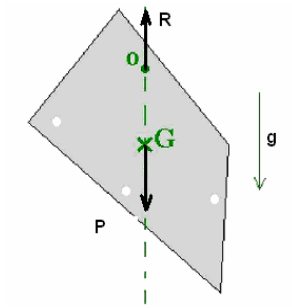


Figura 1

1. **¿Cuál es la definición de cuerpo rígido? (modelo "cuerpo rígido")**
2. **¿Cuándo está en equilibrio?**
3. **¿Cómo se denomina el punto "O"?**
4. ¿Cuál es el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo?

Si se desplaza el cuerpo de modo que "G-O" forme un pequeño ángulo α con la vertical (*Figura 2*), el momento (torque) del peso respecto a "O" tiende a volverlo a la posición de equilibrio. Planteando la ecuación de la dinámica para la rotación se obtiene:

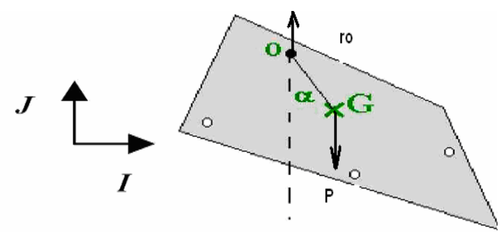


Figura 2

$$\sum \vec{T}_O = I_O . \vec{\gamma}$$

Ecuación 1

$$\sum \vec{T}_O = \vec{r}_O \wedge \vec{P}$$

Ecuación 2

En $\breve{k}$ $$T_O = -mgd sen\alpha$$

Ecuación 3

Donde *m* es masa del cuerpo y "*d*" es la distancia "O-G", entre el centro de suspensión y el centro de gravedad.

$$To = I_o \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

Ecuación 4

I$_o$, es el momento de inercia del cuerpo respecto al eje de rotación y $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ es la aceleración angular.

5. **¿Si se modifica el sistema de coordenadas cambia la ecuación 3?**
6. **Se observa que los vectores velocidad angular y momento angular son colineales con el eje sobre el cual gira el cuerpo, ¿se da siempre esta situación? Justificar y ejemplificar.**

Por lo tanto de (Ecuación 3) y (Ecuación 4) resulta:

$$I_o \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgd \ sen(\alpha)$$

Ecuación 5

Luego si suponemos $\alpha << 1$ vale la aproximación $sen(\alpha) \cong \alpha$ y resulta:

$$I_o \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -(mgd)\alpha$$

Ecuación 6

En función de la expresión obtenida. ¿Qué tipo de movimiento realiza el cuerpo?

El período de este movimiento es:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{mdg}}}$$

Ecuación 7

7. **¿Qué otros sistemas físicos, que realizan movimientos armónicos simples, se han estudiado?**
8. **¿Cuál es la característica de estos movimientos?**
9. **¿Cómo se obtiene la ecuación 7?**

Aplicando el teorema de Steiner para el momento de inercia respecto de "O", la Ecuación 7 se puede escribir:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_G + md^2}{mdg}}$$

Ecuación 8

Donde
I_G **:** es el momento de inercia del cuerpo, con respecto a un eje que pasa por el centro de masa y paralelo al eje de rotación (momento de inercia baricéntrico).

Luego, sabiendo que el radio de giro baricéntrico se define como:

$$K = \sqrt{\frac{I_G}{m}}$$

Ecuación 9

Reemplazando se obtiene:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{K^2 + d^2}{gd}}}$$

Ecuación 10

Expresión que también se puede escribir:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{K^2}{d} + d}{g}}$$

Ecuación 11

10. ¿Cuál es el significado físico y cómo se obtiene la expresión del radio de giro baricéntrico?

La fórmula *(Ecuación 11)* proporciona entonces el período de oscilación de un péndulo físico, que oscila con pequeñas amplitudes. Para amplitudes mayores, el péndulo físico sigue teniendo un movimiento periódico, pero no armónico simple. Recordamos la expresión del período de oscilación para un péndulo simple de longitud “l”:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ecuación 12

Si el péndulo físico y el péndulo simple de longitud *"l"* son sincrónicos (o sea de igual período), se debe verificar que:

$$\ell = \frac{k^2}{d} + d$$

Ecuación 13

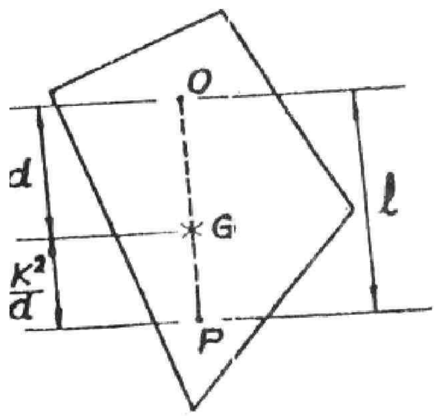


Figura 3

Este valor se denomina "longitud reducida" y significa que si toda la masa estuviera concentrada en "P" (Figura *3*), a la distancia ℓ del punto "O", se tendría un péndulo de igual período de oscilación que el cuerpo considerado.

11. ¿Cuántos puntos de suspensión existen, en la vertical 0G, para los cuales el período del péndulo físico toma los mismos valores?

12. ¿Qué es el centro de percusión? ¿Con qué otro punto del péndulo físico coincide?

<u>Expresión del período mínimo</u>

De la Ecuación 10 se deduce que el período será mínimo cuando $I = \frac{k^2}{d} + d$ sea mínimo.

Verificar que cuando d = k el período es mínimo.

Desarrollo de la práctica

Materiales

- Placa de forma irregular con agujeros.
- Plomada
- Cronómetro
- Regla
- Soportes

Procedimiento y recomendaciones

a. Determinación del centro de gravedad

Para determinar el centro de gravedad del cuerpo se lo suspende de distintos puntos. Luego se traza sobre él una vertical que pase por dichos puntos cuando el cuerpo está en equilibrio. Esta recta además de contener al punto de suspensión también contiene al centro de gravedad.

13. ¿Cómo se obtiene el centro de gravedad?

Basándose en el criterio recién comentado trazar experimentalmente mediante una plomada la posición del centro de gravedad "G" de la placa.

b. Determinación del radio de giro baricéntrico y del momento de inercia

Se hace oscilar la placa, suspendiéndola de puntos correspondientes a una recta cualquiera que pase por el centro de gravedad y se determinan los períodos T, para cada punto de oscilación (para ángulos de oscilación pequeños).

14. ¿Cómo debe hacerse para minimizar el error del período? ¿Por qué? (Ver T.P. Péndulo Ideal).

Con los valores de "*d*", tomados a partir del centro de gravedad y los correspondientes "T" construir una tabla de valores.

Con los valores de "d", como abscisas y de los períodos T como ordenadas, construir el gráfico correspondiente, ver Figura 4. (El gráfico se construye simétrico respecto al eje de ordenadas, el origen representa la posición del centro de gravedad).

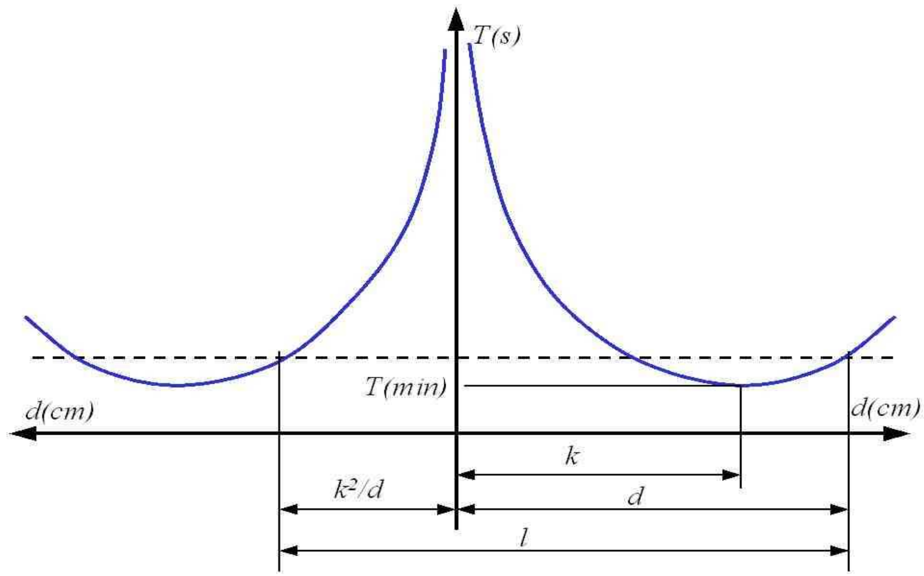


Figura 4

15. ¿Hay algún punto de suspensión para el cual T=0?

16. Si se traza una paralela al eje de las abscisas que corte a la gráfica en cuatro puntos ¿Cómo se vinculan dichas intersecciones con la pregunta 10?

- Al trazar la paralela indicada en la pregunta anterior, justificar la forma de encontrar la longitud reducida del péndulo simple, para el periodo correspondiente a un determinado punto de suspensión del péndulo físico (ver ecuación 13).
- Verificar lo indicado en la pregunta, entonces construir un péndulo simple, con la longitud calculada y medir su período.

Determinación del radio de giro baricéntrico (ver también anexo 1)

a) Medición directa en el gráfico de la fig.4; es el valor de “d” correspondiente al período T mínimo. Se obtendrá un valor K_1.

b) Utilizar la fórmula correspondiente al $T_{mín}$. Se obtendrá un valor K_2

$$K_2 = \frac{T^2_{mín}}{8\pi^2} g \qquad g : \text{valor calculado en la práctica de péndulo simple.}$$

c) Comparar gráficamente los valores de K, graficando en cada caso el valor representativo con el intervalo de incerteza correspondiente.

Determinación del momento de inercia

Finalmente midiendo la masa del cuerpo, con una balanza electrónica, calcular el momento de inercia respecto del eje pasante por el centro de masa con su respectivo error.

ANEXO 1

Se proporciona otro método para calcular el momento de inercia y el radio de giro baricéntrico. Reacomodando los términos de la ecuación (10) se obtiene:

$$\boxed{d^2 = g\frac{T^2 d}{4\pi^2} - K^2}$$

De esta manera se pueden obtener "g" y "K" con su error. Se recomienda aplicar, preferentemente, el método de cuadrados mínimos; o realizar los cálculos a través de las rectas de máxima y mínima pendiente (*Figura* 5).

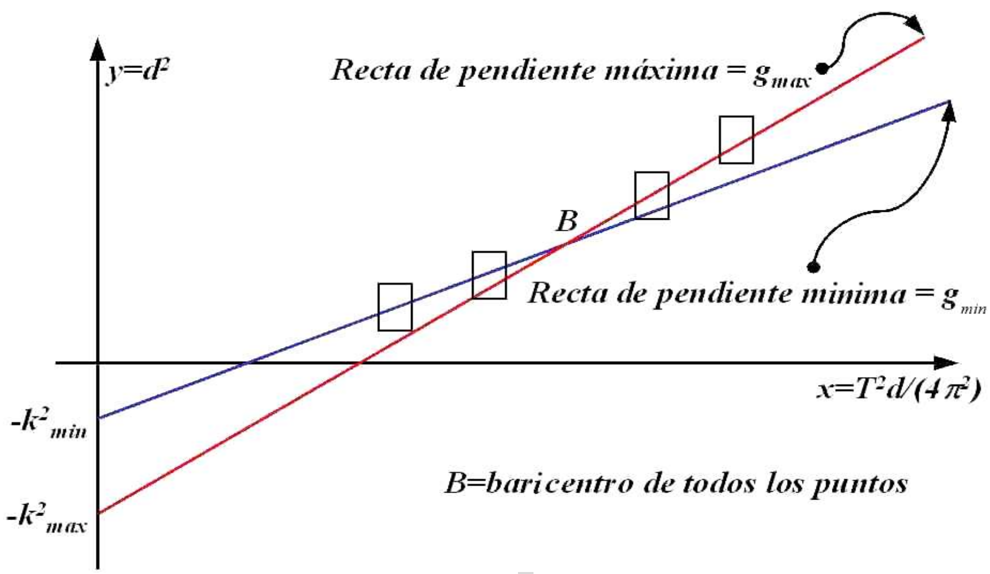
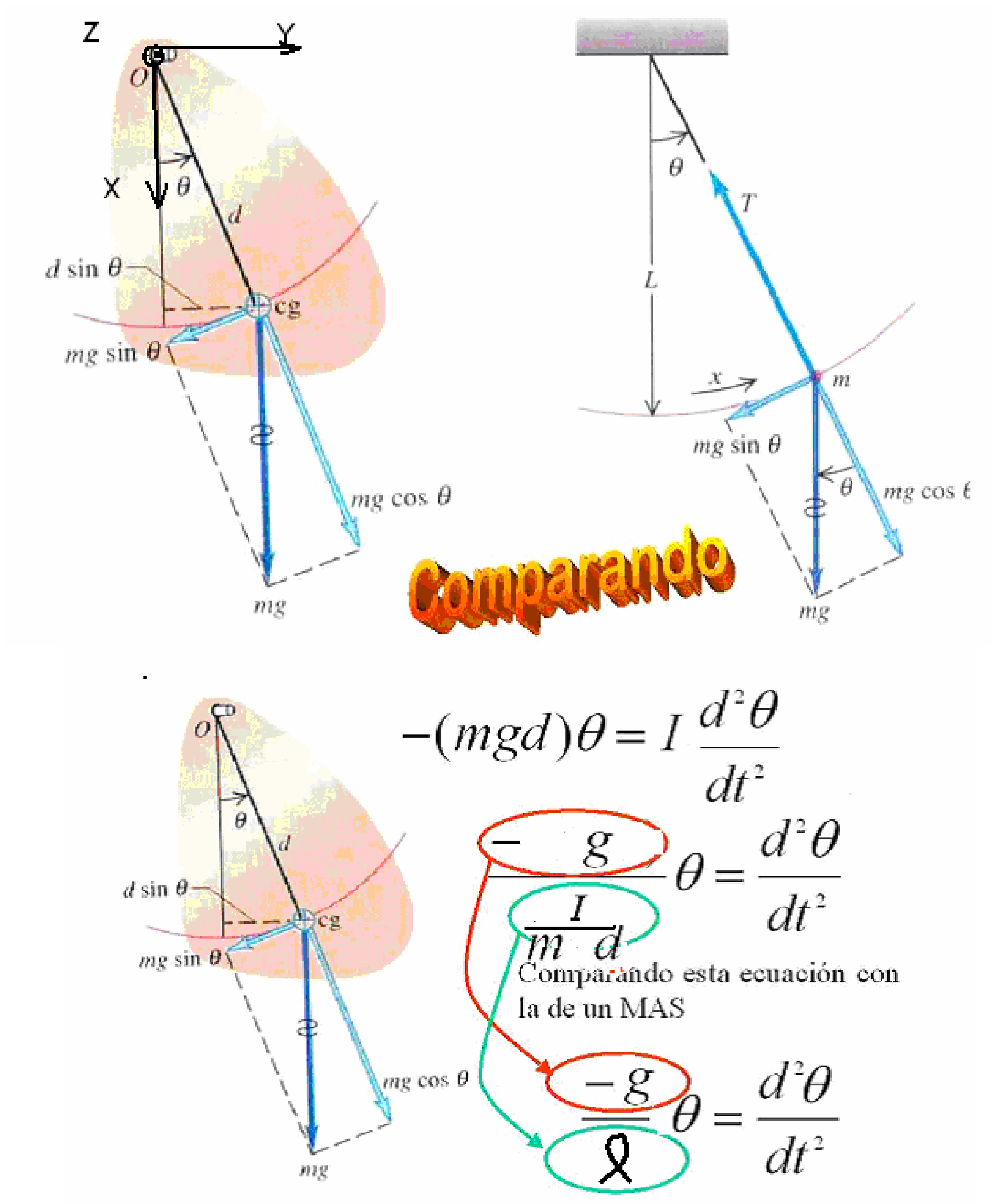


Figura 5

ANEXO 2

Comparación de modelos (péndulo ideal y físico)[2]



[2] Young, H. Physics. Octava Edición..Editorial Addison Wesley.