Ingeniería Industrial
E. y R. Materiales

Cuerpos vinculados

Referencias- Bibliografía

E.D.Fliess Estabilidad. Primer curso.
F.P. Beer y J.R.Russell Johnston. Mecánica Vectorial para Ingenieros – Estática, de Editorial Mc Graw – Hill.
R.C. Hibbeler Ingeniería Mecánica - Estática,– Editorial Prentice Hall.-

GENERALIDADES

Sistema de puntos materiales

Conjunto de puntos materiales vinculados entre sí por la condición de rigidez.

Clasificación

- Sistema material plano
- Sistema material espacial.

Cuerpos vinculados

En la naturaleza no es concebible un cuerpo rígido en estado de reposo sin que se halle vinculado a tierra, sea directamente o bien por intermedio de otro cuerpo rígido. Tales cuerpos, por lo tanto, se denominan ***vinculados.***

Chapas

Si el elemento estructural (en nuestro caso siempre B.E.R. y sección constante) tiene una configuración tal que admite un plano de simetría, y su sustentación y las cargas también son simétricas, a los efectos prácticos es posible reemplazar el cuerpo rígido por un conjunto de puntos materiales planos que se denomina chapa.

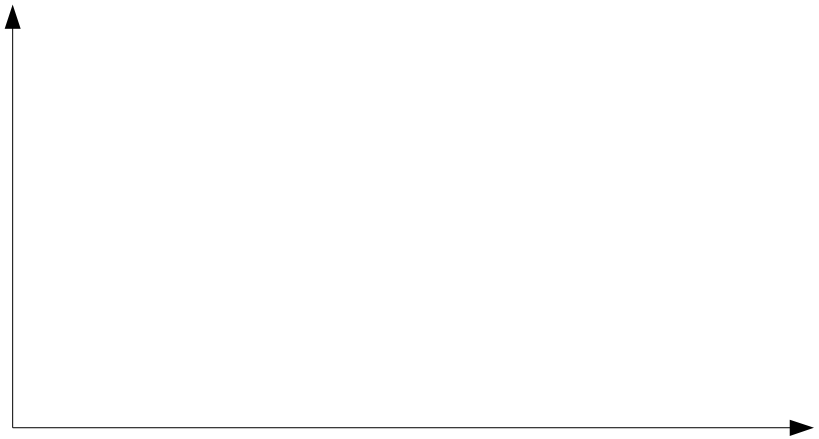
Vínculo

Toda condición geométrica que limite la posibilidad de movimiento de un cuerpo.

Grados de libertad

Es el número de coordenadas libres que posee el sistema material (desplazamientos o rotaciones independientes.

GRADOS DE LIBERTAD

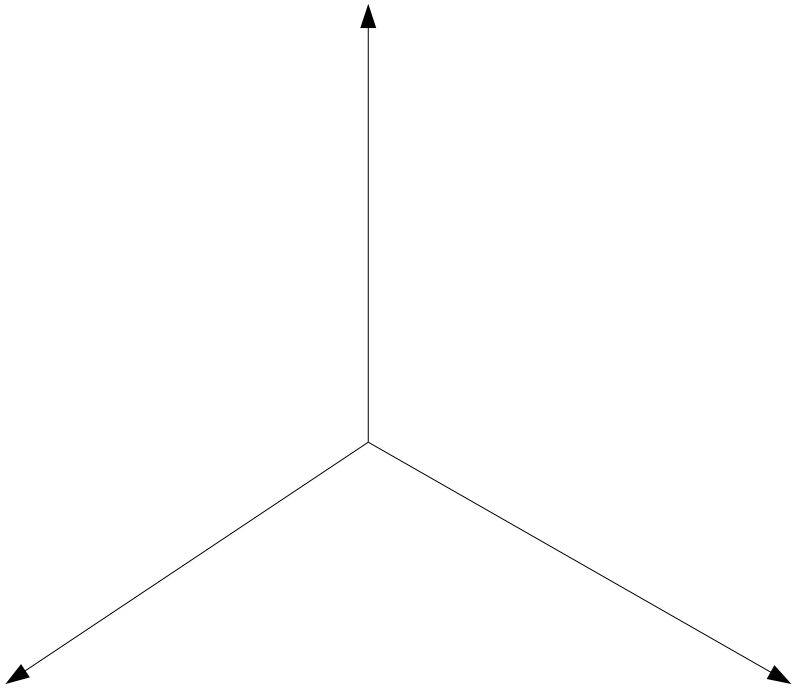


En el plano:

- Un punto en el plano posee 2 grados de libertad.
- Una chapa en el plano posee 3 grados de libertad.

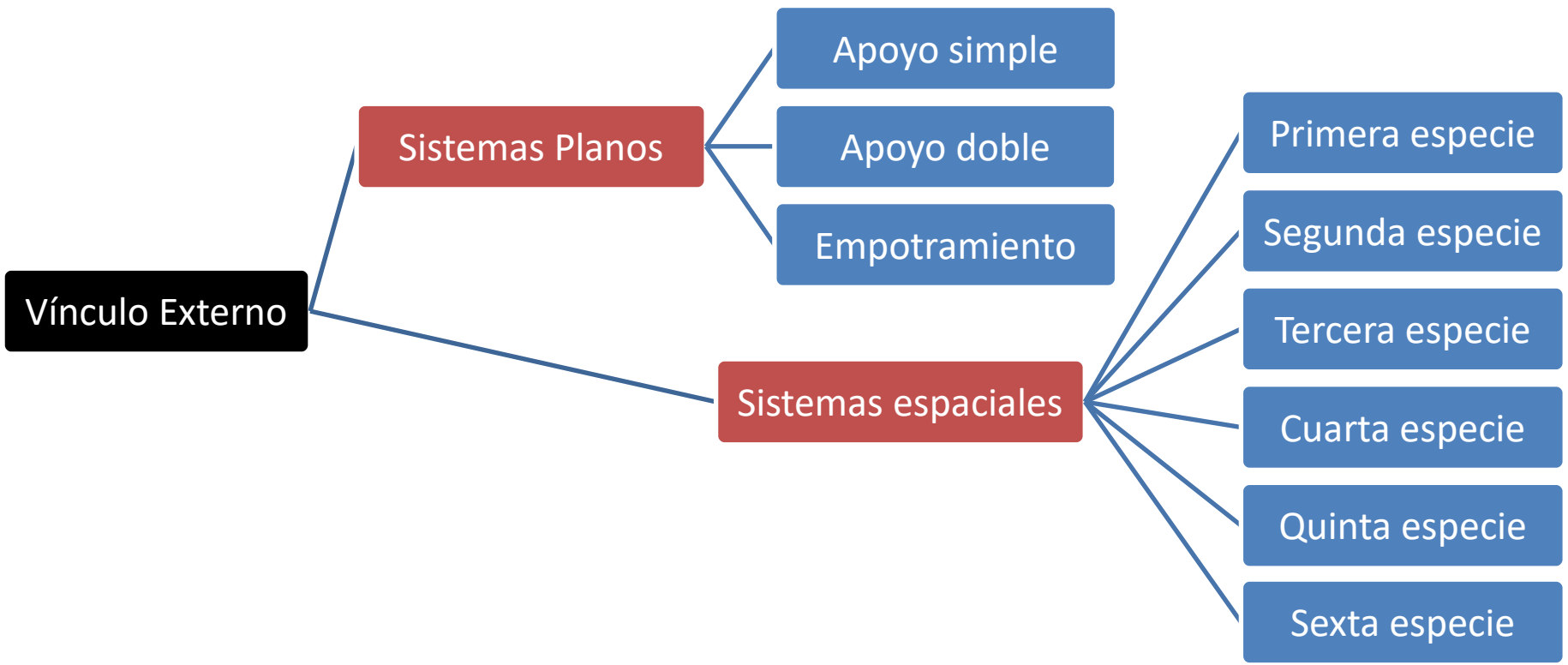
En el espacio:

- Un punto en el espacio posee 3 grados de libertad.
- Un eje en el espacio posee 5 grados de libertad.
- Un cuerpo rígido en el espacio posee 6 grados de libertad.



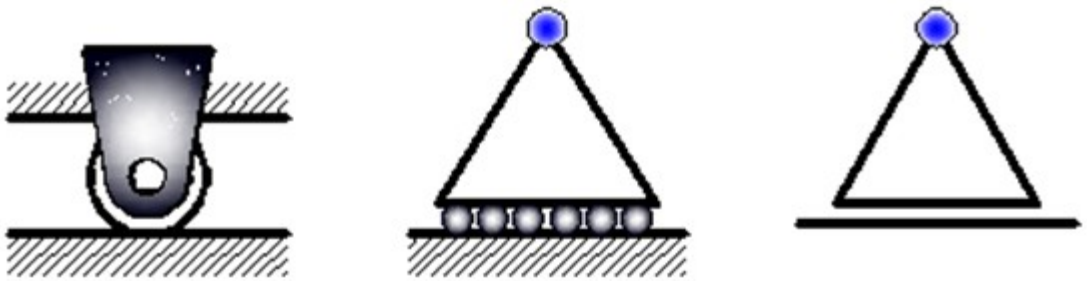
TIPOS DE VINCULOS

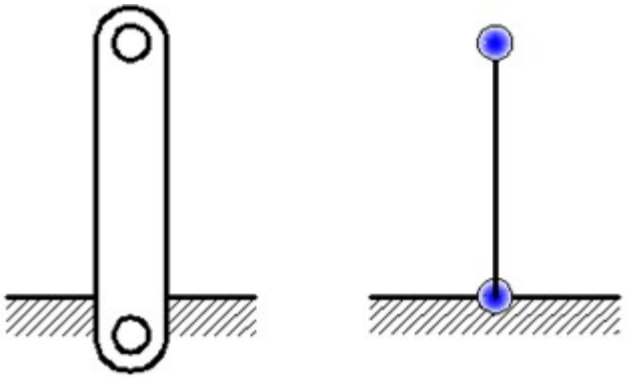
Clasificación de vínculos externos



VINCULOS EXTERNOS EN SISTEMAS PLANOS

1. **Apoyo simple o de primera especie**: denominado comúnmente apoyo móvil. Restringen un grado de libertad, ya que permiten el libre desplazamiento según la dirección del plano de apoyo y la rotación de la chapa.

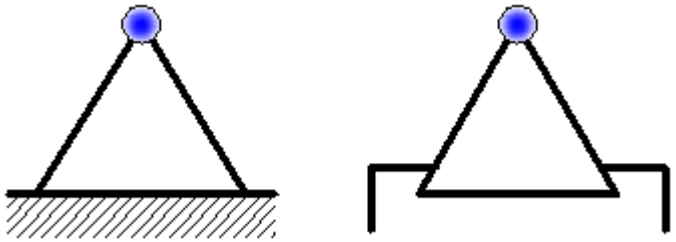


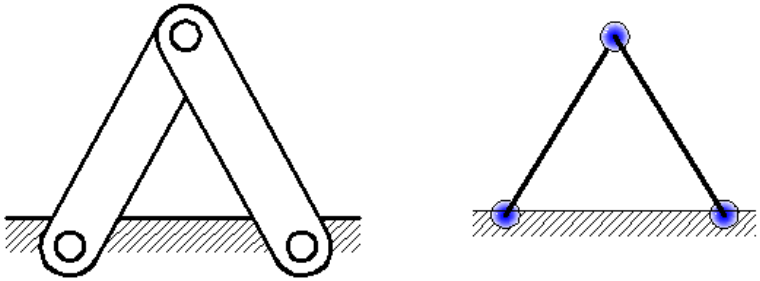


Este tipo de vínculo también puede estar constituido por una biela que consiste en una barra indeformable y articulada en ambos extremos.

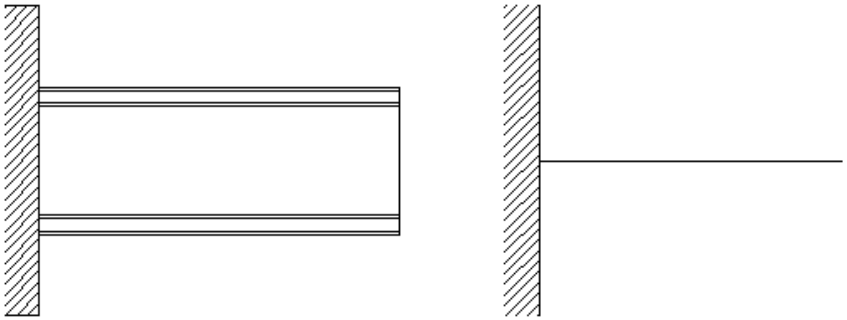
VINCULOS EXTERNOS EN SISTEMAS PLANOS

2. **Apoyo doble o de segunda especie:** que también recibe el nombre de apoyo fijo. Restringe dos grados de libertad. En este tipo de apoyo la única posibilidad de movimiento en la chapa es la rotación, ya que quedan impedidos los desplazamientos. Este tipo de vínculo también puede estar constituido por dos bielas .

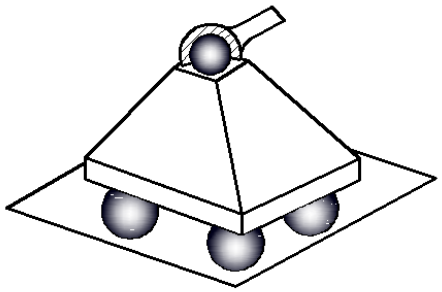




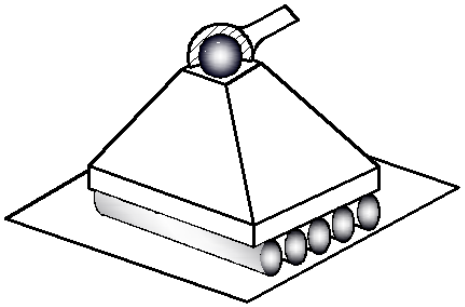
3. **Apoyo triple o de tercera especie o empotramiento.** Restringe tres grados de libertad.



VINCULOS EXTERNOS EN SISTEMAS ESPACIALES



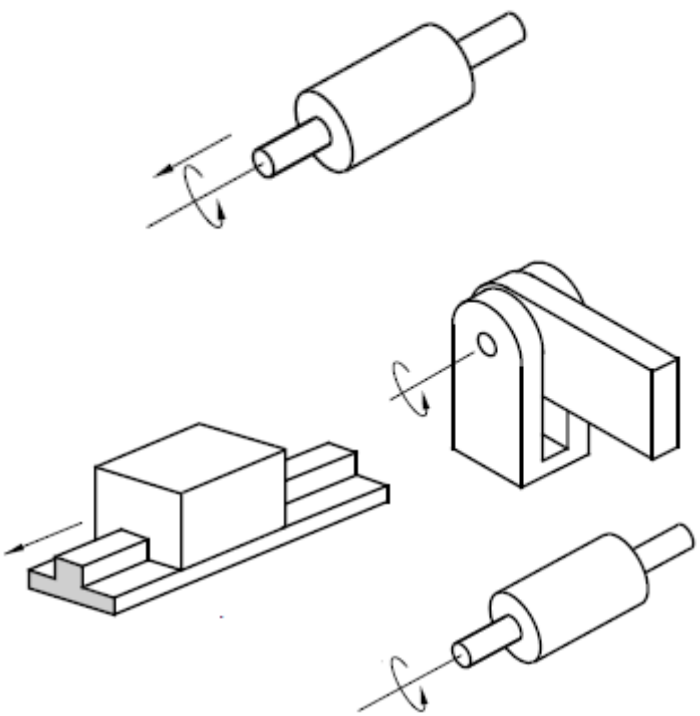
a**) De primera especie o apoyo superficial:** Este vínculo **r**estringe sólo un grado de libertad y puede estar constituido por una biela o bien por un dispositivo de apoyo.



b) **De segunda especie o apoyo lineal:** Este vínculo restringe dos grados de libertad, y puede materializarse sea mediante dos bielas concurrentes a un punto del cuerpo rígido o bien por el dispositivo de apoyo.

c) **De tercera especie:** Denominado también apoyo fijo espacial o rótula, este tipo de vínculo restringe tres grados de libertad. También puede materializarse por tres bielas no coplanares.

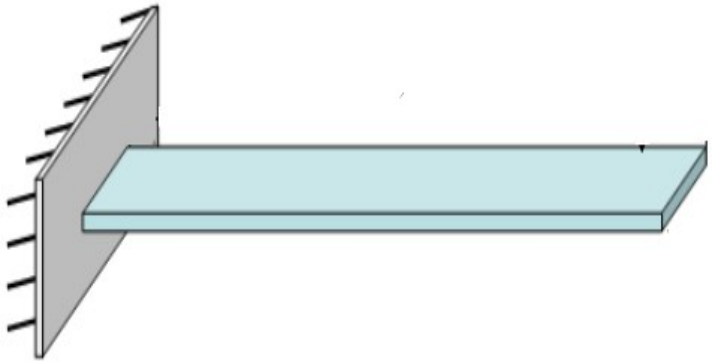
VINCULOS EXTERNOS EN SISTEMAS ESPACIALES



d) De cuarta especie. Esta forma de vinculación restringe cuatro grados de libertad.

e) De quinta especie. Restringe cinco grados de libertad como ejemplo de los mismos aplicada a mecanismos citaremos los cojinetes de empuje, que sólo permiten giros.

f) De sexta especie o empotramientos espaciales. Restringen seis grados de libertad al impedir todo movimiento al cuerpo rígido al cual se encuentran aplicados.



CLASIFICACION DE LOS SISTEMAS VINCULADOS

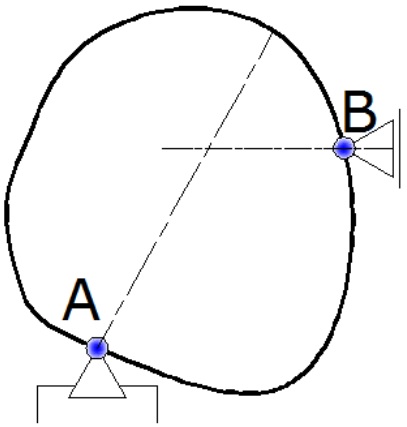
1. **Sistema isostático:** La estructura se encuentra sustentada a tierra por un número de condiciones de vínculo igual a sus grados de libertad . En este caso las condiciones de sustentación son estrictamente las suficientes, y se dice que la estructura esta isostáticamente sustentada.
2. **Sistema hiperestático:** La estructura se encuentra sustentada a tierra por un número de condiciones de vínculo que es mayor al de grados de libertad. En este caso las condiciones de sustentación son superabundantes respecto de las estrictamente necesarias. Se dice que la estructura es hiperestática.
3. **Sistema hipostático:** En este caso las condiciones de sustentación son insuficientes para restringir todos los grados de libertad.

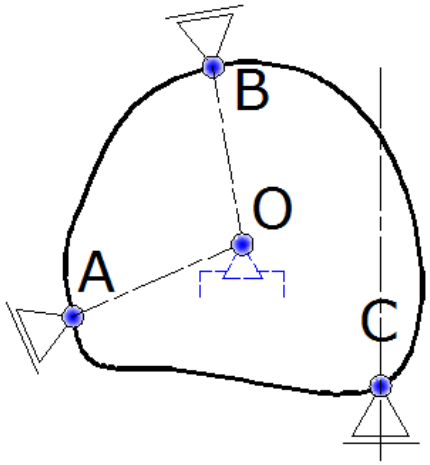
El análisis no se debe limitar a determinar la condición necesaria en cuanto a la cantidad de vínculos existentes, sino que también se realiza una verificación de suficiencia (o de invariabilidad cinemática). Por ejemplo podría existir un vínculo mal ubicado que no restringe la posibilidad de movimiento que se supone debiera restringir: a este tipo se lo denomina **vínculo aparente**. En lo que sigue nos ocuparemos solo de los sistemas isostáticos.

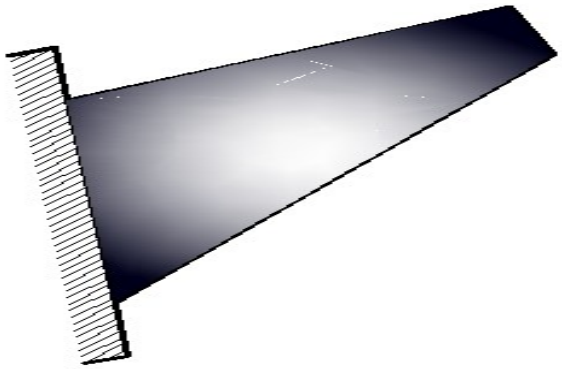
SUSTENTACION DE UNA CHAPA

En toda chapa sujeta a la acción de un sistema de fuerzas, el numero de condiciones de vínculo que es necesario imponer para asegurar el equilibrio es igual al numero de grados de libertad.

Si la chapa es libre, es decir que no se encuentra vinculada a tierra, tiene tres grados de libertad; por lo tanto, para que la chapa se encuentre isostáticamente sustentada, debemos imponer 3 condiciones de vínculo.







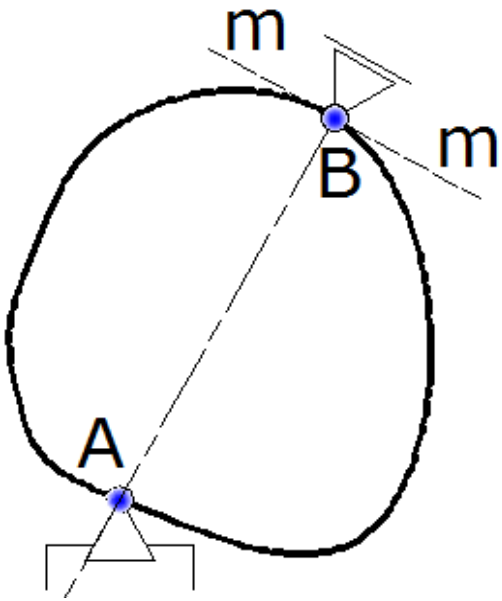
A los efectos de la sustentación de una chapa, dos apoyos móviles son equivalentes a un apoyo fijo aplicado en el punto O, ya que el punto O no puede desplazarse según la dirección OA ni OB.

VINCULACION APARENTE

Es el caso de un vínculo mal ubicado, que no restringe la posibilidad de movimiento que se supone debiera restringir. A ese vínculo mal dispuesto se lo denomina **vínculo aparente**

Ejemplos de vínculos aparentes en el plano

1) Chapa con un apoyo fijo y un apoyo móvil



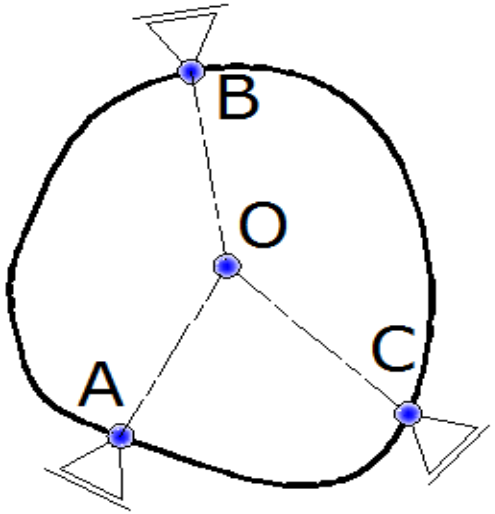
Si colocásemos sólo el apoyo fijo (o vínculo de 2da especie) en A, la chapa giraría, tendiendo el punto B a desplazarse según la dirección m-m, normal a la dirección AB.

Al agregar un apoyo móvil (o vínculo de 1era especie) en B para hacer isostático el sistema, si lo agregamos de tal manera que su plano de deslizamiento sea m-m, dentro del campo de los pequeños desplazamientos, la chapa no quedaría cinemáticamente invariable.

Por lo tanto en una chapa sustentada con un apoyo fijo y uno móvil, para que no se presente vínculo aparente, la normal al plano del apoyo móvil (dirección de restricción) no debe pasar por el apoyo fijo.

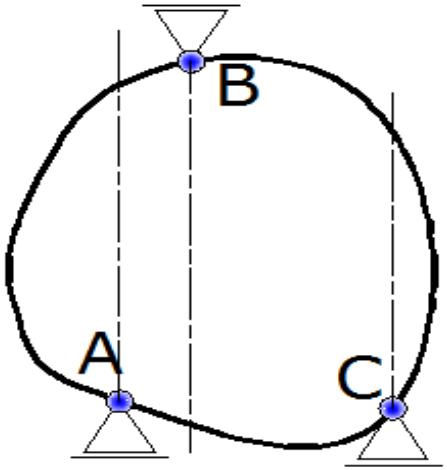
VINCULACION APARENTE

2) Chapa con tres apoyos móviles



a) Las normales a los planos de desplazamiento de de los apoyos concurren a un punto

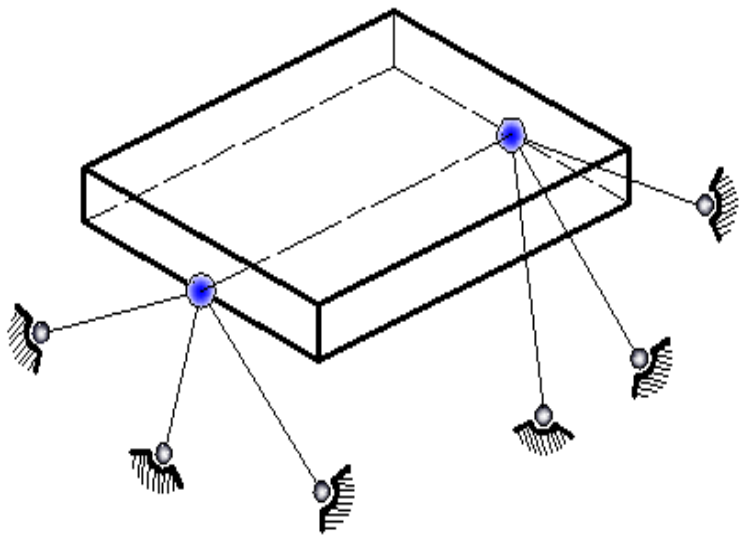
Si consideramos solo los apoyos A y B, éstos generan un polo o centro de rotación en el punto O (apoyo fijo ficticio). Si agregamos ahora el apoyo C de la forma indicada en la figura, configurará un vínculo aparente, ya que la normal al plano del apoyo C pasa por O.



b) Las normales a los planos de desplazamiento de los apoyos son paralelas

En este caso también hay concurrencia, pero a un punto impropio, configurándose un vinculo aparente (existe una traslación lateral de la chapa).

EJEMPLOS DE VINCULOS APARENTES EN EL ESPACIO



Ejemplo 1

En un sólido sustentado a tierra mediante seis bielas hay vínculo aparente cuando existe una recta que corta las seis bielas. Un caso es el de la figura, donde las seis bielas concurren tres a tres a dos puntos. La recta definida por los puntos de concurrencia corta las seis bielas.

Ejemplo 2

Otro ejemplo de vinculación aparente es si cuatro o más de las bielas concurren a un punto.

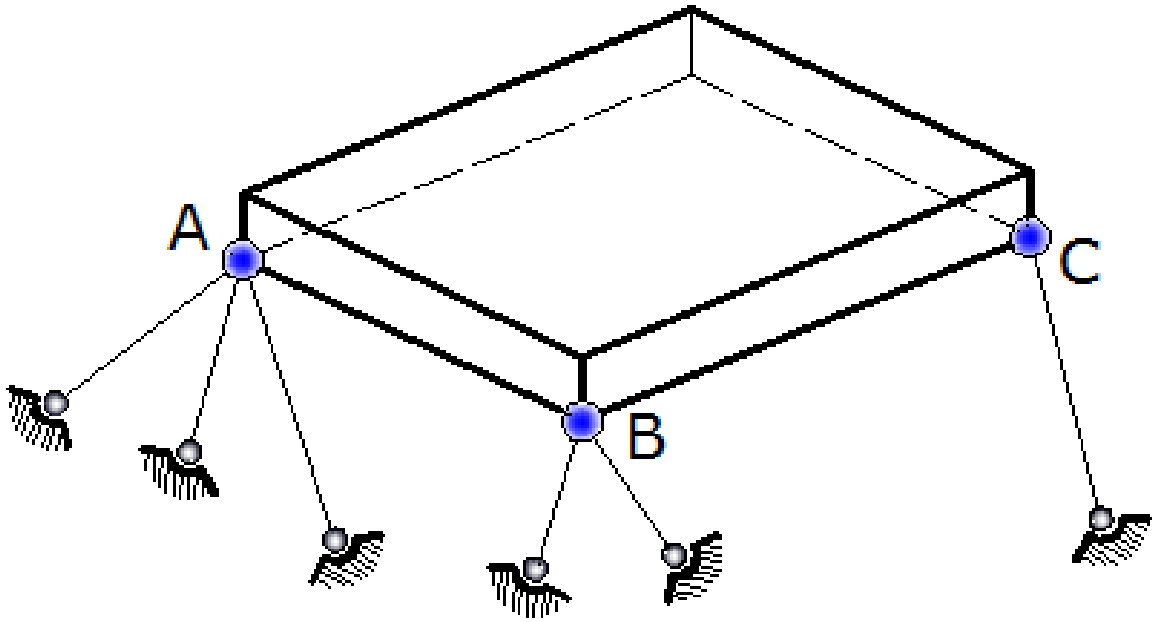
Ejemplo 3

Otro ejemplo de vinculación aparente es si las seis bielas son coplanares o son paralelas

Nota: Estos son algunos ejemplos de vinculaciones aparentes

EL SOLIDO ISOSTATICAMENTE SUSTENTADO

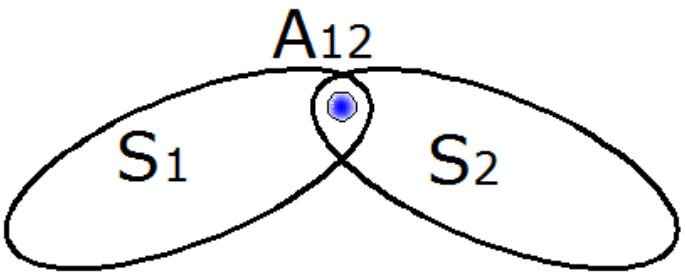
- Fijo A con 3 bielas no coplanares
- Fijo B con dos bielas aplicadas en B, que no deben ser coplanares con la recta AB pues, de serlo, B podría desplazarse normalmente al plano de las mismas.
- Fijo C con una biela: esta última biela no debe ser coplanar con las rectas AC y BC porque, de otro modo, el punto C sería susceptible de experimentar desplazamientos de dirección normal al plano ABC.



Este es un ejemplo de una forma de sustentación del sólido

CADENAS CINEMATICAS PLANAS ABIERTAS

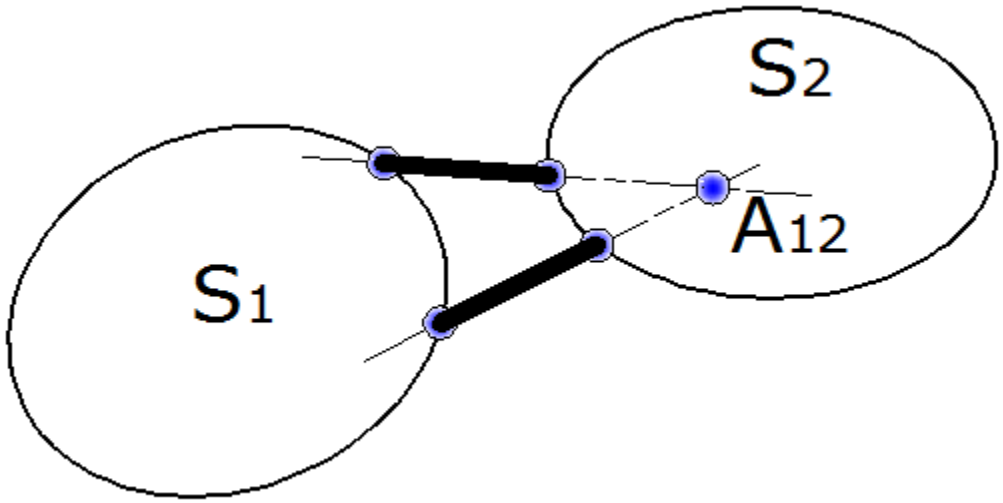
Consideremos según la figura dos chapas S1 y S2 y vinculemos entre sí ambas chapas mediante una articulación A12 denominada articulación relativa, siendo éste un ejemplo de una cadena cinemática plana abierta



En este caso la articulación relativa (también llamada vínculo interno) restringe dos grados de libertad.

CADENAS CINEMATICAS PLANAS ABIERTAS

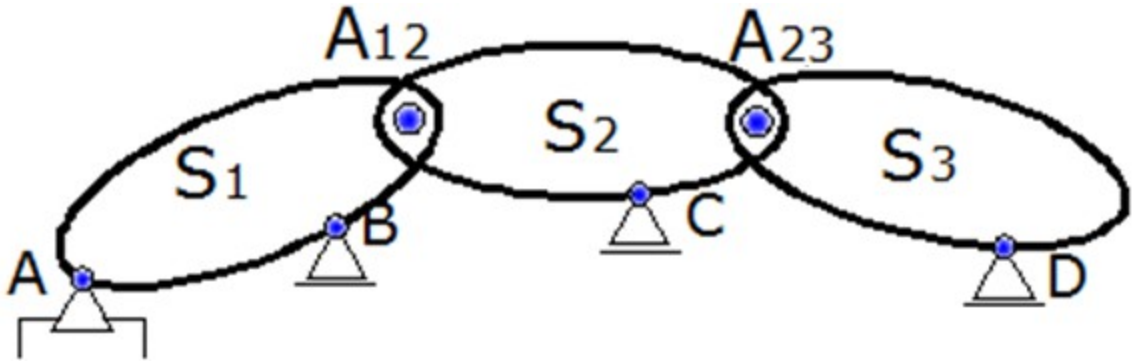
Otra forma de concebir una articulación relativa es mediante 2 bielas. En este caso la articulación relativa será ficticia y se puede encontrar prolongando las bielas hasta su intersección



Nota: Si las bielas fueran paralelas, la articulación relativa ficticia se encontrará en el punto impropio.

VINCULOS EXTERNOS NECESARIOS EN CADENAS CINEMATICAS ABIERTAS PLANAS

Si analizamos una cadena abierta de 3 chapas:



$$gl = 3x3 = 9$$

$$vi = 2x2 = 4$$

para que sea isostático

$$ve = gl - vi = 5$$

$$gl^*(\text{chapas vinculadas}) = 9 - 4 = 5$$

para que sea isostático : $ve = gl^* = 5$

Generalizando

En una cadena abierta de n chapas hay (n-1) articulaciones intermedias, por lo tanto: $gl^*(\text{chapas vinculadas}) = gl - vi = 3n - 2(n-1) = n+2$

Para fijar a tierra una cadena abierta de n chapas serán necesarias (n+2) condiciones de vínculo externas (ve)

CADENA CINEMATICA ABIERTA DE 2 CHAPAS

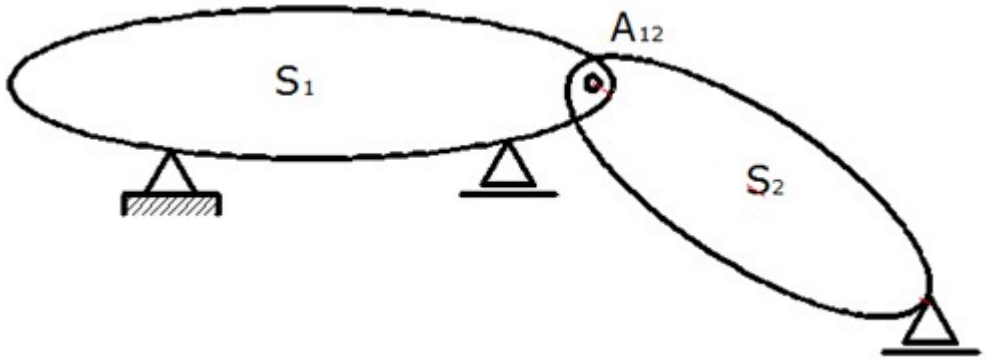
Vinculadas por la articulación relativa A_{12}

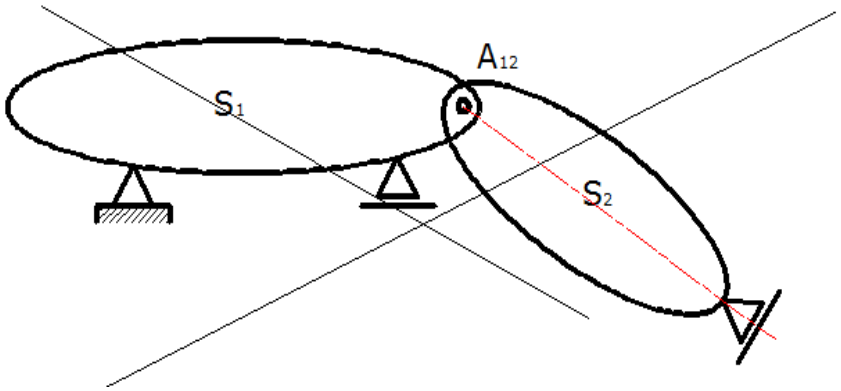
Para fijar a tierra el sistema serán necesarias n+2 condiciones de vínculo externas (ve)=4

Caso 1: Puedo imponer 3 condiciones a una chapa y una a la restante

Caso 2: 2 condiciones de ve a cada chapa (arco triarticulado)

Primer caso:



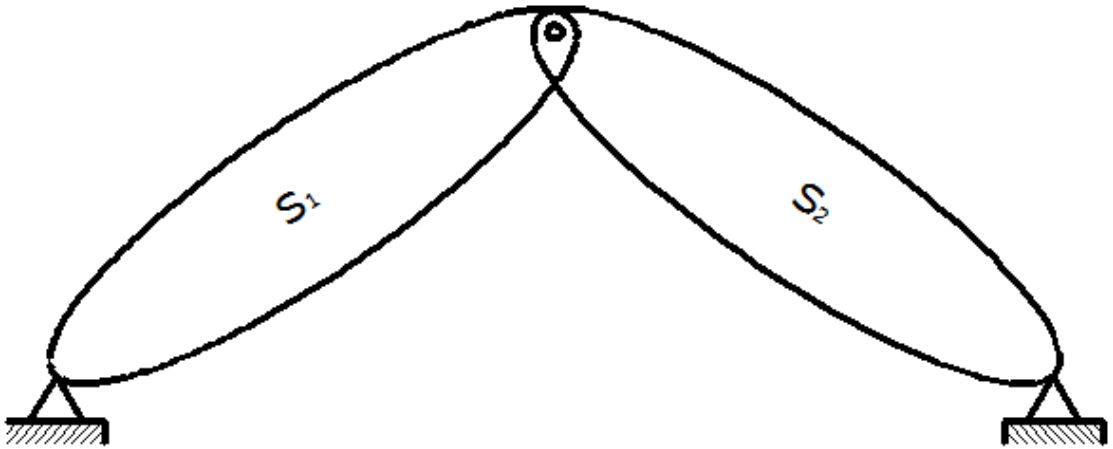


Análisis de V. A. (vínculo aparente)

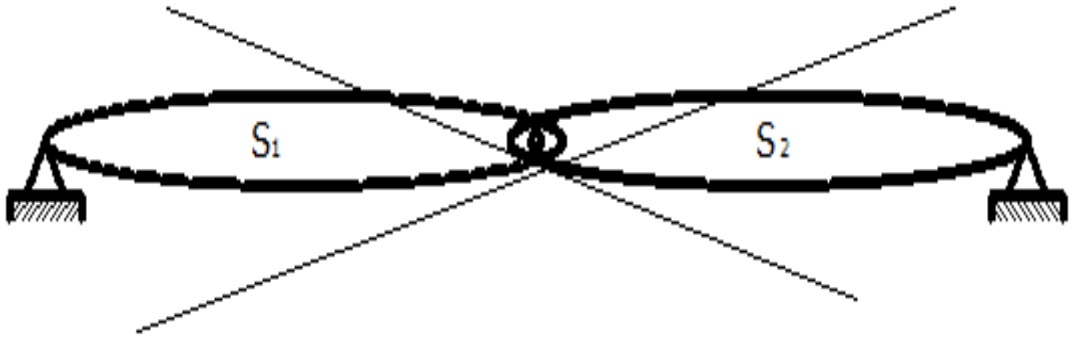
Fijo la chapa S1 (por ejemplo como en la figura). Para que no haya vínculo aparente la normal al plano del apoyo móvil de S2 no debe pasar por la articulación

CADENA CINEMATICA ABIERTA DE 2 CHAPAS

Caso 2: arco triarticulado



El nombre deriva del hecho que la estructura posee efectivamente 3 articulaciones: dos en los apoyos fijos, y una articulación relativa.



Para que no haya vínculo aparente las tres articulaciones no deben estar alineadas.