Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

Capítulo 6: Transmisión del calor

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

6.1. Introducción

En el Capítulo 1 vimos cómo dos cuerpos en contacto llegan a un estado de equilibrio debido al fenómeno de “transferencia” de energía del caliente al frío. Si todo el sistema está aislado (adiabático) el cuerpo frío gana la cantidad de energía perdida por el caliente. Por el Primer Principio de la Termodinámica, la transferencia de calor no es la única manera de aumentar la energía interna. Pero, en este Capítulo no consideraremos el caso en que un cuerpo realice trabajo sobre el otro.

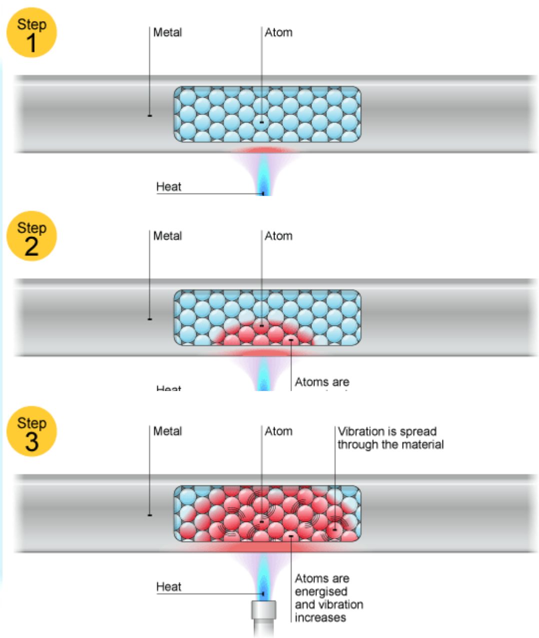
Como también vimos, los sistemas no contienen calor; el calor no es una propiedad ni una función de estado por lo que si un calor Q es transferido, δQ era su diferencial (inexacto). Hay, esencialmente, tres modos de transferencia de calor: Conducción, Convección y Radiación que, por lo general, se producen simultáneamente.

Sin embargo, los analizaremos cada uno por separado y luego consideraremos la presencia de dos o de los tres mecanismos.

6.2. Los tres mecanismos de transferencia de calor

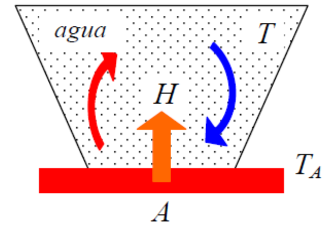
Conducción: se refiere a la transferencia de calor a través de una frontera o de un material por tener distintas temperaturas. I.e. son transferencias por movimiento molecular aleatorio y ocurre tanto en sólidos y líquidos como en gases.

“La conducción es el mecanismo de transferencia de calor en escala atómica a través de la materia por actividad molecular, por el choque de unas moléculas con otras, donde las partículas más energéticas le entregan energía a las menos energéticas, produciéndose un flujo de calor desde las temperaturas más altas a las más bajas. Los mejores conductores de calor son los metales. El aire es un mal conductor del calor. Los objetos malos conductores como el aire o plásticos se llaman aislantes” [1] [2].



Convección: se refiere a la transferencia de energía debida a un fluido en movimiento

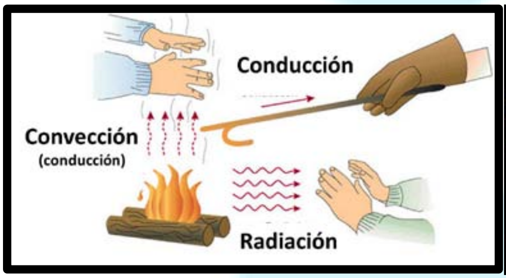
“La convección es el mecanismo de transferencia de calor por movimiento de masa o circulación dentro de la sustancia. Puede ser natural producida solo por las diferencias de densidades de la materia; o forzada, cuando la materia es obligada a moverse de un lugar a otro, por ejemplo, el aire con un ventilador o el agua con una bomba. Sólo se produce en líquidos y gases donde los átomos y moléculas son libres de moverse en el medio” [1].

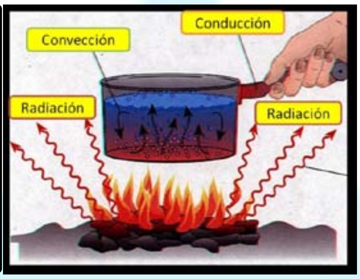


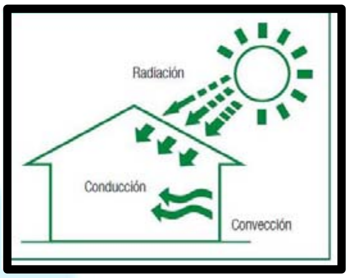
Radiación: es la transferencia de energía en forma de ondas electromagnéticas. I.e. se puede transferir en vacío.

“La radiación térmica es energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura dada, se produce directamente desde la fuente hacia afuera en todas las direcciones. Esta energía es producida por los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos y transportada por ondas electromagnéticas o fotones, por lo recibe el nombre de radiación electromagnética. La masa en reposo de un fotón (que significa luz) es idénticamente nula. Por lo tanto, atendiendo a relatividad especial, un fotón viaja a la velocidad de la luz y no se puede mantener en reposo. (La trayectoria descrita por un fotón se llama rayo). La radiación electromagnética es una combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes y perpendiculares entre sí, que se propagan a través del espacio transportando energía de un lugar a otro” [1].

En las siguientes figuras se muestran ejemplos donde los tres tipos de transmisión del calor están presentes y son significativas [3,4,5]



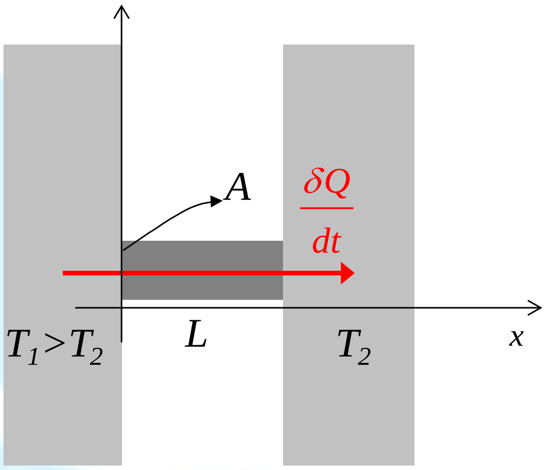




6.3. Conducción

La conducción térmica ocurre siempre que la temperatura de una sustancia varíe de un lugar a otro. Es un transporte de energía que ocurre en el sentido en que disminuye la temperatura. ¿Cómo se relaciona la conducción con otras propiedades (mecánicas, térmicas o geométricas)?. Si bien surge de la experiencia, podemos pensar en una barra entre 2 reservorios o fuentes térmicas a T_1 y a T_2. Vamos a tratar de encontrar cómo describir matemáticamente este tipo de transferencia de calor en lugar de "poner la fórmula". Esto nos permitirá entender mejor cuál es su significado.

Pensemos en las dos fuentes térmicas y en una barra de sección *A* y largo *L* en contacto con las fuentes como se indica en la figura (y no hay fuentes ni sumideros de calor en la barra). La superficie lateral de la barra está aislada térmicamente por lo que no puede haber transferencia de calor a través de ella.



Hacemos las siguientes observaciones y suposiciones:

- Es plausible que la velocidad de transferencia de calor $\frac{\delta Q}{dt}$ sea función de T_1 y de T_2, de la geometría y de las propiedades de la barra. Es decir, podemos escribir que

$$\frac{\delta Q}{dt} = f_1\left(T_1, T_2, geometria,\ propiedades\ del\ material\right)$$

Es más, es plausible que dependa de $T_1 - T_2$, ya que si las temperaturas fueran iguales la transferencia sería nula. Entonces,

$$\frac{\delta Q}{dt} = f_2\left(T_1 - T_2, T_1, geometria,\ propiedades\ del\ material\right)$$

siendo f_2 una función que cumple:

$$f_2\left(T_1 - T_2, T_1, geometria,\ propiedades\ del\ material\right)_{T_1=T_2} = 0\,.$$

Considerando que la diferencia de temperaturas de las fuentes no es "demasiado" grande (lo que significa que $\frac{\delta Q}{dt}$ difiere apenas de cero), podemos desarrollar a primer orden la función f_2, alrededor de $T_1 = T_2$, por lo que

$$\frac{\delta Q}{dt} = f_2\left(T_1 - T_2\right) \cong f_2\left(0\right) + \frac{\partial f_2}{\partial\left(T_1 - T_2\right)}\left(T_1 - T_2\right) + \ldots$$

$$\frac{\delta Q}{dt} \cong \frac{\partial f_2}{\partial\left(T_1 - T_2\right)}\left(T_1 - T_2\right)$$

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

- Sabemos también que $\frac{\delta Q}{dt}$ es positivo si $T_1 > T_2$ y que si en lugar de una barra, tuviéramos dos del mismo material y del mismo tamaño (sección), la velocidad de transferencia se duplicará. En consecuencia debe ser proporcional al área A

$$\frac{\delta Q}{dt} \propto A$$

- Experimentalmente se observa que la velocidad de transferencia disminuye si se aumenta el largo de la barra L. Es decir,

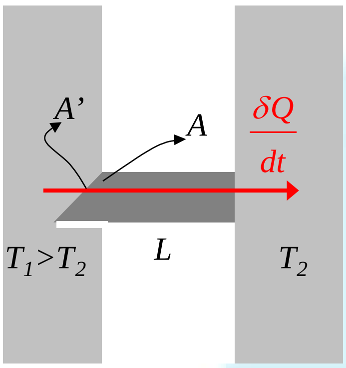
$$\frac{\delta Q}{dt} = \lambda \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \cdot \frac{1}{L} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{L}$$

siendo λ la variable que tiene en cuenta de qué material está hecha la barra. Se la denomina **conductividad térmica**. Podemos determinar sus unidades a partir de la expresión anterior. Como $\frac{\delta Q}{dt}$ tiene unidades de energía por unidad de tiempo o sea de potencia (W) , resulta que $[\lambda] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^{o}C}}$.

La velocidad de transferencia de calor $\frac{\delta Q}{dt}$ va a ser la misma en todos los puntos de la barra. De no ser así, se acumularía o "desaparecería" calor en algún punto de la misma (y habíamos supuesto que no había ni fuentes ni sumideros). En consecuencia, podemos escribir

$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

Esta es la **Ley de Fourier.**



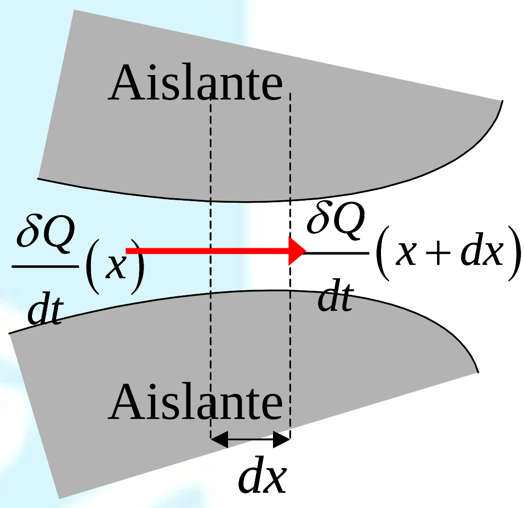
Debe tenerse en cuenta que la transferencia de calor puede presentarse en todas las direcciones. En la figura podemos ver que el área a tener en cuenta es la que corresponde a la dirección del flujo. Podemos generalizar la Ley de Fourier como $\boxed{\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda \vec{A} \bullet \vec{\nabla} T}$

El signo menos proviene de "la convención" que indica que el gradiente apunta en la dirección en que aumenta la cantidad (en nuestro dibujo el gradiente apunta en la dirección $-\breve{x}$). En este curso solo consideraremos que el calor se transmite en una dirección, que, en forma genérica denominaremos como *dirección x*.

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

Para conducción del calor en una dirección, es decir, cuando T depende de una variable, se puede hacer un desarrollo sencillo. Consideremos el estado estacionario, i.e. la velocidad de transferencia es constante porque no hay otras fuentes ni sumideros que no sean las fuentes a T_1 y a T_2.

$$\left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_x = -\lambda A \left.\frac{dT}{dx}\right|_x$$



Mientras que un dx más alejado

$$\left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_{x+dx} = \left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_x + \frac{d}{dx}\left(\frac{\delta Q}{dt}\right)_x dx$$

Como

$$\left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_{x+dx} = \left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_x \quad \text{resulta} \quad \frac{d}{dx}\left(\frac{\delta Q}{dt}\right)_x = 0$$

Por lo que

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\delta Q}{dt}\right)_x = -\frac{d}{dx}\left(\lambda A \left.\frac{dT}{dx}\right|\right) = 0$$

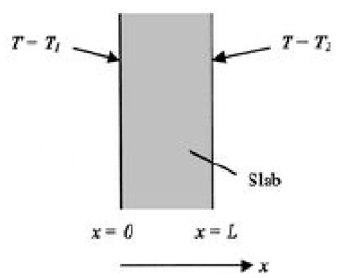
Si λ no depende de la posición, se tiene

$$\boxed{\frac{dA}{dx}\frac{dT}{dx} + A\frac{d^2T}{dx^2} = 0}$$

Esta ecuación nos permite conocer el perfil de temperaturas, siendo la variable x una variable genérica que indica la dirección del flujo de calor. Vamos a aplicar los resultados obtenidos a las geometrías más sencillas: plana, cilíndrica y esférica.

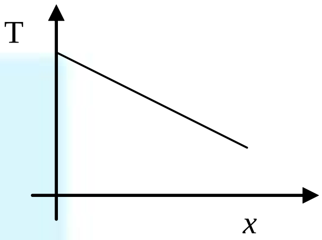
6.3.1 Geometría plana

En este caso, las aproximaciones realizadas nos imponen que 1) en dos direcciones las distancias involucradas son infinitas (y las temperaturas no varían en esas direcciones); 2) tenemos dos fuentes de calor (i.e. son capaces de entregar o recibir calor sin cambiar su temperatura) separadas una distancia L y 3) no hay fuentes ni sumideros entre las dos fuentes planas.



Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

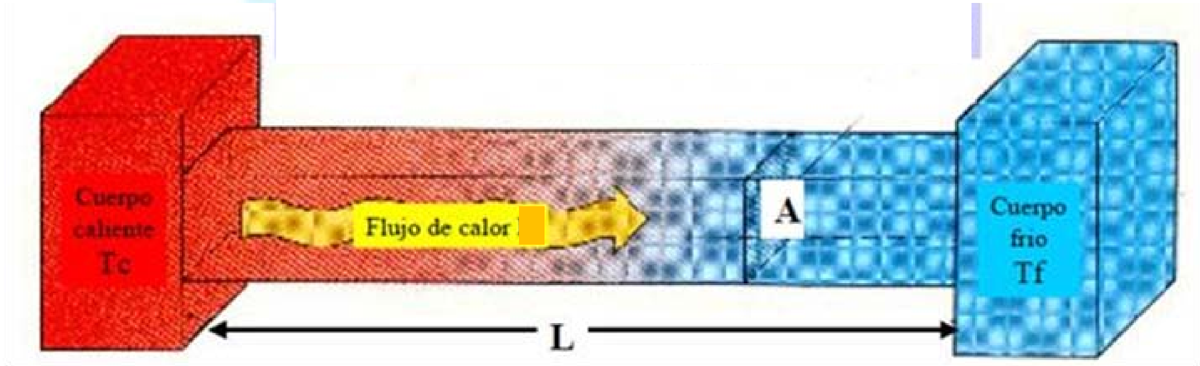
Si el área de la barra no varía, $\frac{dA}{dx}=0$ y la ecuación del perfil de temperaturas se reduce a $\frac{d^2T}{dx^2}=0$ lo que corresponde a una recta $T=ax+b$. Los valores de la pendiente y de la ordenada al origen están determinados por las condiciones de contorno, es decir, por las temperaturas de las fuentes.



Si el largo de la barra es L y las temperaturas de las fuentes T_1 y T_2, se obtiene

$$T(x)=T_1+\frac{T_2-T_1}{L}x$$

La velocidad de transferencia de calor resulta $\frac{\delta Q}{dt}=-\lambda A\frac{dT}{dx}=-\lambda A\frac{T_2-T_1}{L}$, que no depende de la posición, lo que es esperable, porque era una de las hipótesis originales[6].



Observación

Podríamos hacer una analogía con los circuitos eléctricos si definimos la “resistencia térmica” a $\frac{L}{\lambda A}$ (que aumenta al aumentar el largo y al disminuir su sección y asociando λ a la conductividad eléctrica) y tendremos $\frac{\delta Q}{dt}=-\frac{T_2-T_1}{R}=\frac{T_1-T_2}{R}$. Es decir, podemos asociar la diferencia de temperaturas (T_1-T_2) a la diferencia de potencial ΔV y la velocidad de transferencia de calor $\frac{\delta Q}{dt}$ a la corriente I.

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

Es un buen momento para recordar que la analogía también la habíamos hecho para los llamados "circuitos magnéticos": asociábamos los factores geométricos a la resistencia y lo llamábamos reluctancia, el flujo del campo magnético a la corriente y la corriente por el número de vueltas a la fem (y la llamábamos fmm). ¿Es todo lo mismo? NO! Usamos el mismo modelo para 3 cosas diferentes porque es cómodo usar lo que uno ya sabe. Pero solamente son analogías. Por ejemplo, para saber cuántos dedos tenemos en las manos podemos hacer 2x5. Y la misma cuenta nos sirve para saber qué nota nos vamos a sacar si hicimos 5 problemas bien y cada uno vale dos puntos…. (se podría buscar un mejor ejemplo).

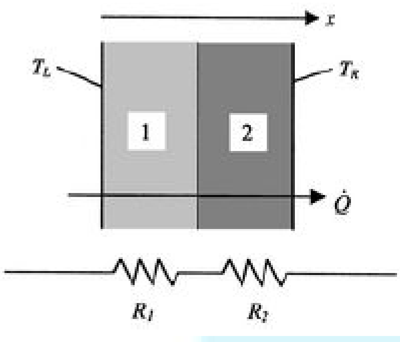
Vamos a aprovechar lo que sabemos de circuitos eléctricos para resolver un problema de conducción del calor sin pensar en qué está pasando. Esto es muy malo para aprender, pero nos puede sacar las papas del fuego en algún momento.

Ejemplo 1: Si tenemos dos "paredes" de materiales diferentes (con conductividades λ_1 y λ_2 y espesores L_1 y L_2) en contacto, de forma tal que no haya sumideros ni fuentes de calor (las dos fuentes están a cada lado de las paredes), tendremos

1) que la velocidad de transferencia de calor es la misma en ambas paredes. Por lo tanto, es como una misma corriente eléctrica que pasa por dos resistencias… Las resistencias deberían estar en serie.

2) La diferencia de temperaturas entre la primera y la tercera pared es igual a la suma de la diferencia de temperaturas entre los bordes de la primera pared y de la segunda pared (como si fuera diferencia de potencial)…

Todo encaja. Pero, resolvamos el problema:



$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda_1 A \frac{dT}{dx} = -\lambda_1 A \frac{T - T_R}{L_1} = \frac{T_R - T}{R_1}$$

$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda_2 A \frac{dT}{dx} = -\lambda_2 A \frac{T_L - T}{L_2} = \frac{T - T_L}{R_2} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 \dfrac{\delta Q}{dt} = T_R - T \\ R_2 \dfrac{\delta Q}{dt} = T - T_L \end{array} \right\} (R_1 + R_2) \frac{\delta Q}{dt} = T_R - T_L$$

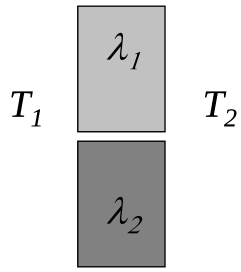
El sistema equivaldría a una sola pared con coeficiente de conducción λ, largo $L_1 + L_2$ y

$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dx} = -\lambda A \frac{T_L - T_R}{L_1 + L_2} = \frac{T_R - T_L}{R}$$

En consecuencia, podemos escribir que

$$R = R_1 + R_2 \quad \text{o} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$$

Ejemplo 2: Si, en cambio, se trata de una pared fabricada con dos materiales diferentes (aislados térmicamente entre sí) se tiene que



$$\frac{\delta Q}{dt} = \frac{\delta Q_1}{dt} + \frac{\delta Q_2}{dt} = -\lambda_1 A_1 \frac{dT}{dx} - \lambda_2 A_2 \frac{dT}{dx} =$$

$$= -\lambda_1 A_1 \frac{T_L - T_R}{L_1} - \lambda_2 A_2 \frac{T_L - T_R}{L_2} = \frac{T_R - T_L}{R_1} + \frac{T_R - T_L}{R_2} =$$

$$= \frac{T_R - T_L}{R}$$

Es decir, es como dos resistencias en paralelo. La analogía nos dice que la diferencia de temperatura entre los lados de ambas paredes es la misma (es decir, equivale a una diferencia de potencial igual para ambas) y el calor se transmite por ambas y puede hacerlo en distintas cantidades, lo que queda expresado en $\frac{\delta Q}{dt} = \frac{\delta Q_1}{dt} + \frac{\delta Q_2}{dt}$

6.3.2 Geometría cilíndrica

Con esta geometría indicamos que tenemos dos zonas cilíndricas (cada una a una temperatura) y que la única coordenada en la que varía la temperatura es la radial ρ. Así, el perfil de temperaturas está dado por

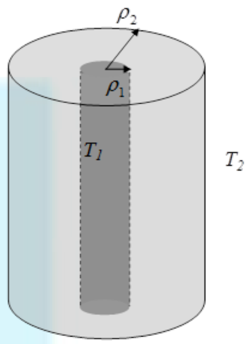
$$\frac{dA}{d\rho}\frac{dT}{d\rho} + A\frac{d^2T}{d\rho^2} = 0 \text{ siendo } A = 2\pi\rho D$$

Entonces $\frac{dA}{d\rho}\frac{dT}{d\rho} + A\frac{d^2T}{d\rho^2} = 0 \rightarrow \frac{dT}{d\rho} + \rho\frac{d^2T}{d\rho^2} = 0$

Para resolver esta ecuación, usamos un método que ya hemos usado en otras oportunidades:

Definiendo $\psi = \dfrac{dT}{d\rho}$, $\psi + \rho \dfrac{d\psi}{d\rho} = 0$. Es decir

$$-\frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\psi}{\psi} \to \ln\rho = -\ln\left[\alpha \frac{dT}{d\rho}\right]$$



$$\rho^{-1} = \left[\alpha \frac{dT}{d\rho}\right] \to \frac{dT}{d\rho} = \frac{1}{\alpha\rho} \to \frac{d\rho}{\rho} = \alpha dT$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{d\rho}{\rho} = \alpha \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \ln\frac{r_2}{r_1} = \alpha\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}$$

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\rho} = \alpha \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \longrightarrow \quad \ln\frac{\rho_2}{\rho_1} = \alpha\left(T_2 - T_1\right)$$ de donde podemos determinar el valor de α

$$\alpha = \frac{\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{\rho_2}{\rho_1}}$$

En consecuencia

$$\int_{\rho_1}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \alpha \int_{T_1}^{T} dT \quad \Rightarrow \ln\frac{\rho}{\rho_1} = \alpha\left(T - T_1\right) = \frac{\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{\rho_2}{\rho_1}}\left(T - T_1\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{T\left(\rho\right) = T_1 + \left(T_2 - T_1\right)\frac{\ln\dfrac{\rho}{\rho_1}}{\ln\dfrac{\rho_2}{\rho_1}}}$$

¿Cómo es el perfil de temperaturas tanto en el caso en que $T_1 > T_2$ como en el que $T_1 < T_2$?

La velocidad de transferencia de calor resulta

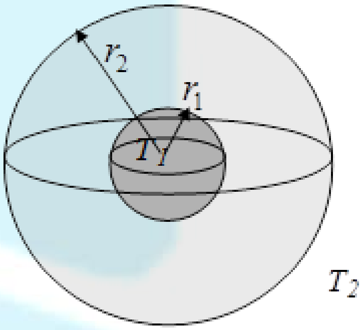
$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda \vec{A} \bullet \vec{\nabla} T = -\lambda A \frac{dT}{d\rho} = -\lambda 2\pi\rho L \frac{dT}{d\rho}$$

Con $\dfrac{dT}{d\rho} = \dfrac{\left(T_2 - T_1\right)}{\rho \ln \rho_2 / \rho_1}$, mientras que por unidad de longitud resulta

$$\frac{1}{L}\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda 2\pi \frac{T_2 - T_1}{\ln \dfrac{\rho_2}{\rho_1}}$$ (la que, por supuesto, también resulta independiente de ρ).

6.3.3 Geometría esférica

Este caso es de interés cuando, por ejemplo, se hace un modelo sencillo de la Tierra.: una esfera a alta temperatura (el núcleo) que puede considerarse constante y la otra fuente podría ser la atmósfera.



En este caso $A = 4\pi r^2$, de la ecuación para el perfil de temperaturas resulta

$$\frac{d}{dr}\left(A\frac{dT}{dr}\right) = 0 = \frac{dA}{dr}\frac{dT}{dr} + A\frac{d^2T}{dr^2}$$

Aquí conviene observar que la ecuación anterior corresponde a $\frac{d}{dr}\left(4\pi r^2 \frac{dT}{dr}\right) = 0$ con lo que la única posibilidad es que

$$\frac{dT}{dr} = \frac{f}{r^2} \rightarrow \int_{T_1}^{T} dT = \int_{r_1}^{r} \frac{f}{r^2} dr \rightarrow T - T_1 = -\frac{f}{r} + \frac{f}{r_1}$$ siendo f una constante.

Como en r_2 es $T=T_2$ se tiene que $T_2 - T_1 = -\frac{f}{r_2} + \frac{f}{r_1} = f\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \rightarrow f = \dfrac{T_2 - T_1}{\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}$

$$T - T_1 = -\frac{f}{r} + \frac{f}{r_1} = \frac{T_2 - T_1}{\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)$$

$$T - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) \qquad \rightarrow \qquad \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{1 - {r_1}/{r}}{1 - {r_1}/{r_2}}$$

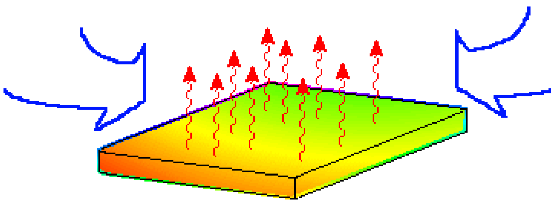
Y, en consecuencia, la velocidad de transferencia de calor vale

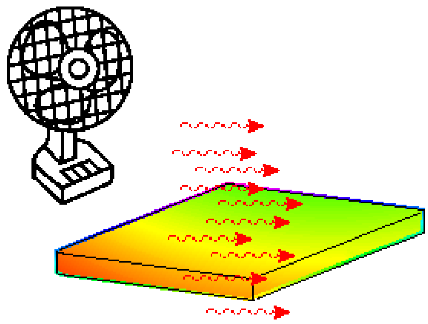
$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{T_2 - T_1}{r^2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = -\lambda 4\pi \frac{T_2 - T_1}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

que, como en las otras geometrías, resulta independiente de *r* porque consideramos que no había fuentes ni sumideros.

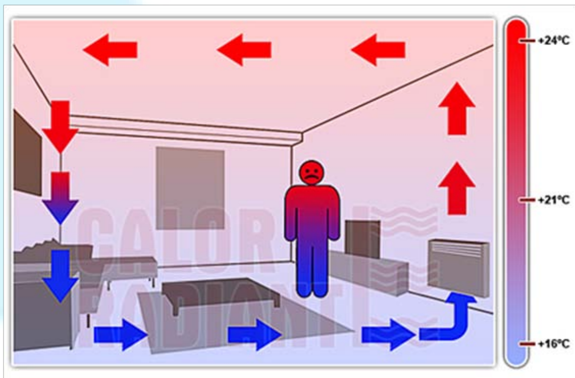
6.4. *Convección*

La energía transferida entre una superficie sólida y un fluido en movimiento se llama convección. La convección puede ser natural o forzada [7][8]. En todos los casos es difícil de explicar este tipo de transferencia y difícil de describir matemáticamente. Para ello es necesario ahondar sobre la Mecánica de Fluidos (que algunos estudiarán más adelante, más allá de lo que vieron en Física 1) y, por lo tanto, haremos solo una aproximación a partir de una ley experimental muy básica y muy vieja pero que describe bien lo que ocurre en muchos casos donde, por ejemplo, la velocidad del fluido es menor que la del sonido y no hay turbulencias en él.


Convección natural

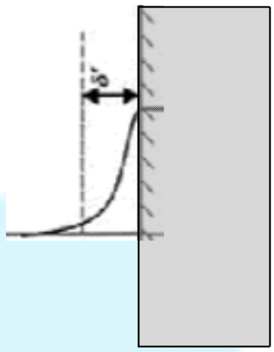

Convección forzada

Definamos primero ***Corriente de convección***: es una corriente que se produce en un fluido cuando absorbe calor de un lugar, luego se desplaza a otro donde se mezcla con otra porción de fluido más fría cediendo calor. Si el movimiento de fluido es producido por una variación de densidad, se habla de **convección natural**. Si es porque el movimiento es provocado, es **convección forzada** (por ejemplo por un ventilador).



Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

Las condiciones cerca de una superficie sólida, cuando hay un fluido en movimiento, se ilustra esquemáticamente en la Figura. En una región de espesor δ', hay una capa delgada de fluido en movimiento lento a través de la cual ocurre la mayor diferencia de temperatura. Fuera de la capa, la temperatura es casi uniforme (lo que define al espesor δ'). El flujo de calor puede así ser expresado como



$\frac{1}{A}\frac{\delta Q}{dt} = k\frac{T_s - T_f}{\delta'}$ donde T_s es la temperatura de la superficie y T_f la temperatura promedio del fluido.

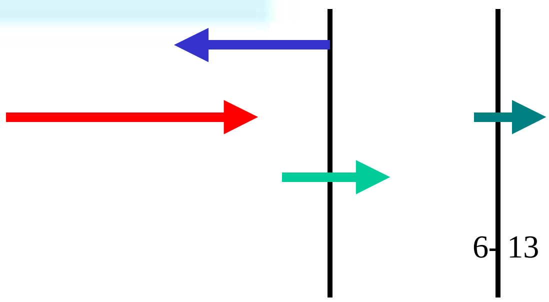
No puede ser enfatizado lo suficiente que éste es un modelo muy crudo (i.e. poco elaborado). El concepto general es, de todas formas, correcto en el sentido de que junto a la pared existe una fina capa en la cual el calor es transferido básicamente por convección. Fuera de la región hay una gran mezcla. La dificultad estriba en que el espesor de la capa no es una propiedad del fluido. Depende de la velocidad (número de Reynolds), estructura de la superficie de la pared, gradiente de presiones y número de Mach. Generalmente, δ' no se conoce y necesita ser encontrado, por lo que se acostumbra a calcular la transferencia de calor usando k_{fluido}/δ'. Esta cantidad tiene el símbolo h y se conoce como **coeficiente de transferencia convectiva de calor**. Las unidades son W/m^{2}K o W/m^2 ^{o}C . Como vemos, para que exista convección, el fluido debe ser conductor térmico, es decir, $k_{fluido} \neq 0$. Así, se define al flujo de calor convectivo como

$$\frac{\delta Q}{dt} = hA\left(T_s - T_f\right)$$

Esta es una ley llamada **Ley de Newton**. Para muchas situaciones de interés práctico, la cantidad h es conocida esencialmente a través de experiencias.

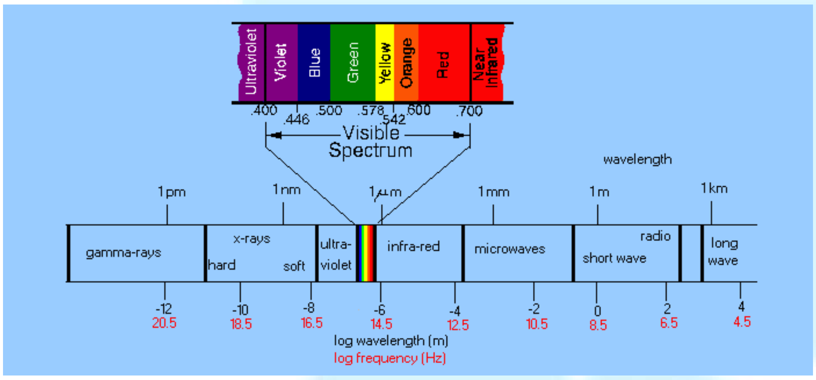
6.5. Radiación

Sabemos que cuando las ondas luminosas inciden sobre un cuerpo, parte de su energía es reflejada, parte absorbida y parte transmitida. A la



Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

porción de energía reflejada se la llama coeficiente de reflexión, a la de energía absorbida se la llama coeficiente de absorción y a la de transmitida, coeficiente de transmisión. Por consideraciones energéticas, la suma de todos los “coeficientes” es igual a uno. Recordemos que la energía reflejada puede ser difusa o especular.



El espectro electromagnético es muy amplio. Va desde la radiación γ (proveniente de los núcleos de los átomos) hasta las de radio o las llamadas “ondas largas”. Desde el 1800 se sabe (experiencia de Herschel) que se puede medir una “temperatura” diferente si se pone un termómetro ennegrecido en contacto con luz de distintos colores. Se encuentra que la “temperatura” del rojo es distinta a la del azul.

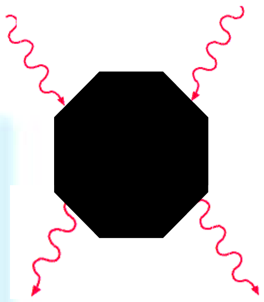
Volvamos a la transmisión del calor. La convección y conducción se basan en transporte de energía a través de materiales que están en contacto con el medio que los rodea. Hay otro modo de transferencia de calor que es la *radiación* de energía electromagnética. Funciona “mejor” cuando no hay medio material, i.e. en vacío, en contraposición a lo que ocurre con los otros dos modos de transmisión que necesitan un medio material de transmisión. Además, la transmisión de calor por conducción y convección no es buena a grandes distancias, mientras que la transmisión por radiación puede y, al menos teóricamente, en el vacío no habrá límite de distancia (el sol está a 150 10^6 km!!!). Es decir, todas las superficies que tengan una temperatura por encima de 0K, emiten energía por radiación y todas absorben parte de la energía radiante que llega a su superficie. El término *radiación* se refiere a la emisión continua de energía desde la *superficie* todos los cuerpos que se hace por medio de ondas electromagnéticas (OEM). Las OEM difieren en la longitud de onda (frecuencia) pero su velocidad en vacio es de 3 10^5 km/s.

Una sustancia puede ser estimulada para que su superficie emita radiación electromagnética específica: un conductor por el que circula corriente alterna de alta frecuencia emite ondas de radio, un sólido caliente emite **radiación térmica**, un gas en el cual tiene lugar una descarga eléctrica puede emitir en el visible, una lámina metálica bombardeada con electrones rápidos emite rayos X, una sustancia radioactiva puede emitir rayos γ.

En este curso solamente vamos a considerar la **radiación térmica**[1]. Todo cuerpo calentado a una temperatura "alta" emite y absorbe radiación llamada radiación térmica. Si un sólido se calienta hasta la incandescencia, va a emitir radiación que da un espectro continuo de OEMs. Sin embargo, la energía emitida en cada longitud de onda no es uniforme: en algunas longitudes de onda emiten con mayor intensidad y en otras con menos. Veremos que la energía total radiada depende fundamentalmente de la temperatura a la que está el cuerpo y la proporción de radiación de cada longitud de onda también depende de la composición química del cuerpo. A medida de que se aumenta la temperatura de un cuerpo, su color va cambiando, es decir, va emitiendo radiación en todas las longitudes de onda pero con distintas intensidades relativas. Por ejemplo, un metal que se va calentando primero se "pone colorado" (a aproximadamente 500^{o}C), luego amarillo (a aproximadamente 800^{o}C) y por último blanquecino (a más de 1000^{o}C). Por supuesto estos son colores que nuestro ojo detecta.

6.5.1 El cuerpo negro

A fines del siglo XIX, uno de los grandes desafíos era poder explicar por qué un cuerpo caliente emitía radiación[9]. Gustaf Robert Kirchhoff (1824-1887) fue uno de los científicos que trabajaron en esto. Él había descubierto que cada elemento, cuando era calentado hasta la incandescencia, emitía luz en frecuencias que eran características del elemento (así descubrió nuevos elementos como el cesio y el rubidio). También descubrió (1860) que cuando pasaba luz policromática por una fina capa de un elemento, la luz transmitida había perdido algunas longitudes de onda. Y esas longitudes de onda perdidas eran exactamente las mismas que el elemento emitía si era calentado[2]. Kirchhoff concibió un **cuerpo negro**, un cuerpo hipotético que emitía radiación de todas las frecuencias y que, por lo expresado en la oración previa, debía absorber toda la radiación que le llegaba y no reflejaría nada. Por eso, aparentaría ser negro. Estos



[1] Lo haremos solamente con sólidos porque pueden emitir y absorber en todas las frecuencias. Por otra parte, la radiación característica de los gases es más difícil de estudiar.

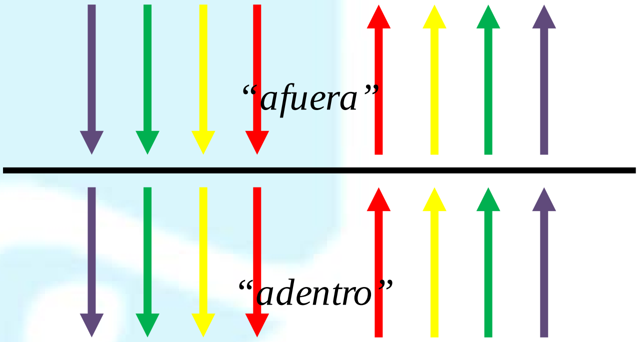
[2] Con estas experiencias, logró determinar que en la superficie del sol había vapor de sodio.

cuerpos ideales no necesitan ser cuerpos: solo superficies. Es decir, un **cuerpo negro** es una **superficie** ideal que absorbe todas las longitudes de onda que llegan de la radiación e.m. y también es el mejor emisor posible de OEM[3].

Llamaremos INTENSIDAD a la energía radiada por unidad de tiempo y unidad de área. Es decir, las intensidades absorbida y emitida son las potencias absorbida y emitida por unidad de área, respectivamente. Si el cuerpo es negro resulta, por su definición, que

$$I_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ negro}} = \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt}$$

$$I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}} = \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt}$$



Veamos ahora los efectos de la radiación térmica. La radiación térmica emitida por un cuerpo provoca una pérdida de energía. El cuerpo emisor puede ser un manantial de energía (como el Sol) o una fuente constante de energía (luz eléctrica). En el caso en que no haya suministro, la única forma en la que el cuerpo pueda recibir energía es absorbiendo la radiación emitida por los cuerpos que lo rodean. Y si un cuerpo está rodeado por otros, la única manera posible para que su energía interna permanezca constante es que la energía que emite por unidad de tiempo sea igual a la absorbida por unidad de tiempo.

¿A qué se llama calor? *A la ganancia o pérdida de energía interna, igual a la diferencia entre las energías de la radiación térmica absorbida y emitida, se la denomina* ***calor***.[10]

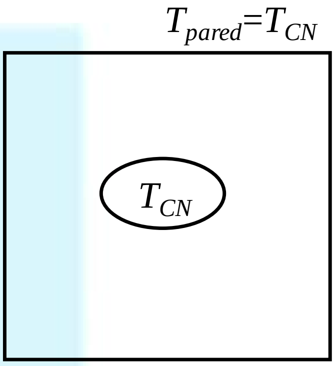
La experiencia demuestra que la cantidad de energía emitida por un cuerpo y de energía radiante absorbida por un cuerpo (de todas las longitudes de onda) depende de la temperatura del cuerpo y de la naturaleza de su superficie. Vamos a pensar cómo escribir al calor transferido por unidad de tiempo entre dos cuerpos negros (superficies) a distintas temperaturas en el estado estacionario. Supongamos que uno de los cuerpos (la superficie que

[3] Una superficie que parezca negra puede no serlo porque puede tener poder de absorción fuera del visible.

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

queremos estudiar) está a una temperatura T_{CN} y se encuentra dentro de otro cuerpo negro a temperatura T_{pared}. Primero consideraremos que las temperaturas son iguales (en **equilibrio térmico**) y luego distintas (pero que van variando en el tiempo en forma **estacionaria**).

Si las temperaturas del cuerpo negro CN en estudio y la pared son iguales ($T_{CN} = T_{pared}$), en todo momento habrá una transferencia por radiación pero "equilibrada", es decir,

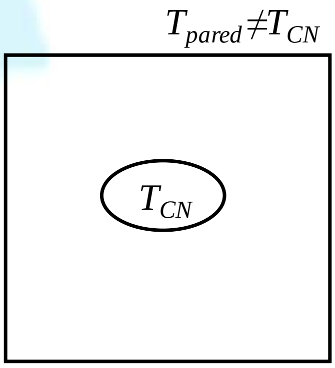


$$\left.\begin{aligned} I_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}} &= \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt} \\ I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}} &= \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt} \end{aligned}\right\} I_{\substack{emitida\ por\\ por\ CN}} = I_{\substack{absorbida\\ por\ CN}}$$

Y no habrá transferencia neta de calor por radiación, o sea

$$\frac{\delta Q}{dt} = A\left(I_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}} - I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}} \right) = 0$$

En cambio, si las temperaturas son distintas ($T_{CN} \neq T_{pared}$), habrá transferencia de calor por radiación neta hacia o desde el cuerpo negro, es decir,



$$\left.\begin{aligned} I_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}} &= \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt} \\ I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}} &= \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}}}{dt} \end{aligned}\right\} I_{\substack{emitida\ por\\ por\ CN}} \neq I_{\substack{absorbida\\ por\ CN}}$$

¿Cuál es la cantidad de calor transferida por unidad de tiempo del cuerpo a mayor temperatura al de menor temperatura? Supongamos, por elegir una situación, que la $T_{CN} < T_{pared}$. En ese caso habrá una transferencia de calor de la pared al cuerpo negro. Entonces, la cantidad de calor neta transferida al cuerpo negro a T_{CN} estará dada por

$$\frac{\delta Q}{dt} = A\left(I_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ negro}} - I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ negro}} \right)$$

Para poder determinar su valor, debemos tener en cuenta que la energía absorbida por el cuerpo negro, $I_{absorbida\ por\ CN}$, corresponde exactamente a la energía emitida por la pared, *H*, que está a T_{pared} (o sea será función de T_{pared}). Por otro lado, la energía emitida por el cuerpo negro en estudio corresponde a la que emite el CN estando a temperatura T_{CN} (y será función de T_{CN}). Entonces, podemos escribir

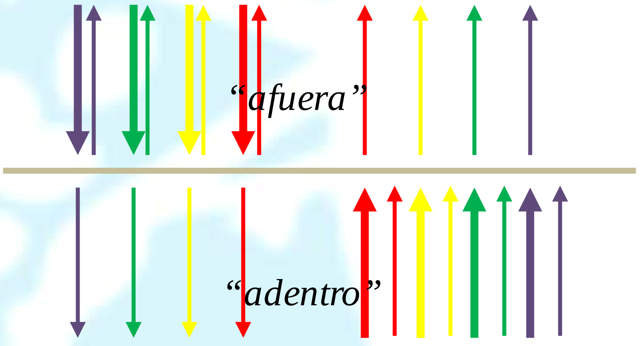
$$\frac{\delta Q}{dt} = A\left(H\left(T_{pared}\right) - I_{\substack{emitida\ por\\ CN}}\left(T_{CN}\right)\right)$$

Y la velocidad de transferencia de calor resulta, en el caso de un cuerpo negro a distinta temperatura que la de la pared

$$\boxed{\frac{\delta Q}{dt} = A\left(I_{\substack{abs\ por\\ CN}}\left(T_{pared}\right) - I_{\substack{emitida\ por\\ CN}}\left(T_{CN}\right)\right)}$$

6.5.2 Ley de Kirchhoff

Pero un cuerpo negro es un cuerpo ideal. En los casos reales, los cuerpos se comportan como “grises”: no toda la energía que llega (incidente desde el exterior) se absorbe ni toda la energía que incide desde el interior es emitida (no emite ni absorbe radiación e.m. de todas las longitudes de onda). Solo una proporción α de lo que le llega de la pared será absorbida (otra será reflejada).



Supongamos que el cuerpo gris CG está a la misma temperatura que la pared, que emite una intensidad H. Entonces, si $T_{CG} = T_{pared}$

$$I_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ gris}} = \frac{1}{A}\frac{dE_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ gris}}}{dt} = \alpha H$$

Es decir, el cuerpo gris absorbe solo una parte de lo que hubiera absorbido el cuerpo negro, que, a su vez sería igual a la intensidad emitida por el cuerpo negro:

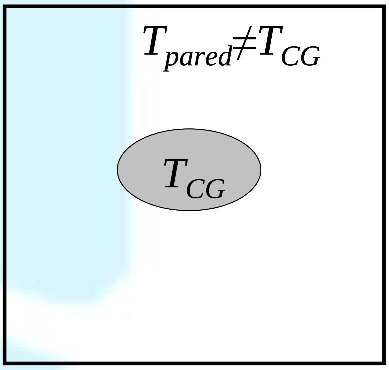
$$I_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ gris}} = \alpha\, I_{\substack{absorbido\ por\\ cuerpo\ negro}} = \alpha\, I_{\substack{emitido\ por\\ cuerpo\ negro}}$$

Por otra parte, como el cuerpo gris está en equilibrio térmico con la pared, la cantidad de energía emitida por unidad de tiempo debe ser igual a la absorbida, i.e.

$$I_{\substack{emitida\ por\\ cuerpo\ gris}} = I_{\substack{absorbida\ por\\ cuerpo\ gris}} = \alpha\, I_{\substack{emitido\ por\\ cuerpo\ negro}}$$

Entonces, *la intensidad emitida por un cuerpo cualquiera a cualquier temperatura T es igual a una fracción de la intensidad emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura. La fracción se llama* ***absorbancia*** o ***poder absorbente***. Esta es la **Ley de Kirchhoff**.

Como último paso, pensemos en que el cuerpo es gris pero no está en equilibrio térmico con el medio (la pared), o sea, $T_{pared} \neq T_{CG}$. La energía del cuerpo irá aumentando o disminuyendo de forma tal que



$$I_{\substack{emitida\ por \\ cuerpo\ gris}} \neq I_{\substack{absorbida\ por \\ cuerpo\ gris}}$$

donde

$$I_{\substack{absorbida\ por \\ cuerpo\ gris}} = \alpha H = \alpha I_{\substack{absorbida\ por \\ cuerpo\ negro}}$$

donde el valor de α está ligado a la T_{CG} porque la fracción que va a absorber va a depender de la temperatura a la que esté (cuanto más parecida sea T_{CG} a la T_{pared}, más cercano a 1 será). Como H es la intensidad con que emite la pared, H está ligado a T_{pared}.

La diferencia entre las intensidades absorbida y emitida será el calor transferido por radiación por unidad de tiempo y unidad de área, es decir

$$\frac{\delta Q}{dt} = A\left(I_{\substack{absorbida \\ por\ CG}} - I_{\substack{emitida \\ por\ CG}} \right) = A\left(\alpha H - I_{\substack{emitida \\ por\ CG}} \left(T_{CG}\right) \right) = A\left(\alpha\left(T_{CG}\right) I_{\substack{absorbida \\ por\ CN}} \left(T_{pared}\right) - I_{\substack{emitida \\ por\ CG}} \left(T_{CG}\right) \right)$$

Como $I_{\substack{emitida\ por \\ cuerpo\ gris}} = \alpha\left(T_{CG}\right) I_{\substack{emitida\ por \\ cuerpo\ negro}}$ (correspondiente a la T_{CG}) por la Ley de Kirchoff, la velocidad de transferencia de calor estará dada por

$$\boxed{\frac{\delta Q}{dt} = \alpha\left(T_{CG}\right) A\left(I_{\substack{abs\ por \\ CN}} \left(T_{pared}\right) - I_{\substack{emitida\ por \\ CN}} \left(T_{CG}\right) \right)}$$

6.5.3 Ley de Stefan-Boltzmann

¿Cuál es la relación entre la intensidad (potencia promedio radiada por unidad de área) y las temperaturas? Stefan y Boltzman (1879, 1884) establecieron una dependencia entre la intensidad emitida por un cuerpo negro y la temperatura absoluta del mismo

$$I_{\substack{emitida\ por \\ el\ cuerpo\ negro}} = \frac{1}{A}\frac{dE_{CN}}{dt} = \sigma T_{CN}^4$$

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

Esta es la **Ley de Stefan-Boltzmann** , donde $\sigma \simeq 5{,}67\ 10^{-8} \dfrac{W}{m^2\, {}^oK^4}$ (se la llama **constante de Stefan-Boltzman**). En el caso en que el cuerpo sea gris, se tiene

$$I_{\substack{emitida\ por \\ el\ cuerpo\ gris}} = \alpha \frac{1}{A}\frac{dE_{CN}}{dt} = \alpha\sigma T_{CG}^4$$

En consecuencia, si tenemos un cuerpo gris no aislado de una "pared", tendremos que

$$\boxed{\left.\frac{\delta Q}{dt}\right|_{\substack{transferido \\ por \\ radiacion \\ al\quad CG}} = \alpha A\sigma\left(\left(T_{pared}\right)^4 - \left(T_{CG}\right)^4\right)}$$

A partir de esta ley, se pudo estimar la temperatura del sol [8].

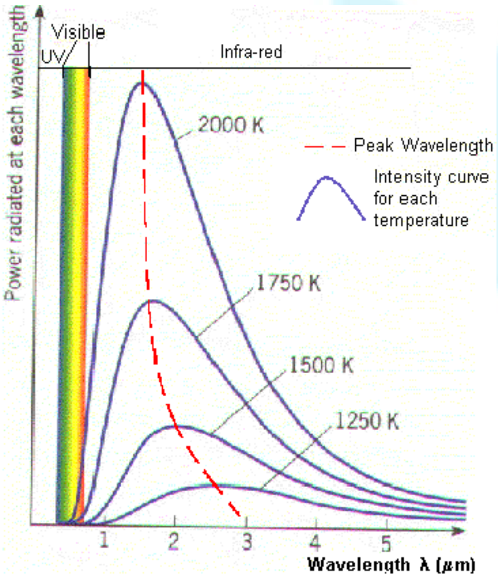
6.5.4 Ley de desplazamiento de Wien

La intensidad no se distribuye uniformemente en todas las longitudes de onda. Pero la intensidad se refiere a la cantidad total de radicación emitida por unidad de tiempo por un cuerpo negro incluyendo todas las longitudes de onda λ. Es decir,

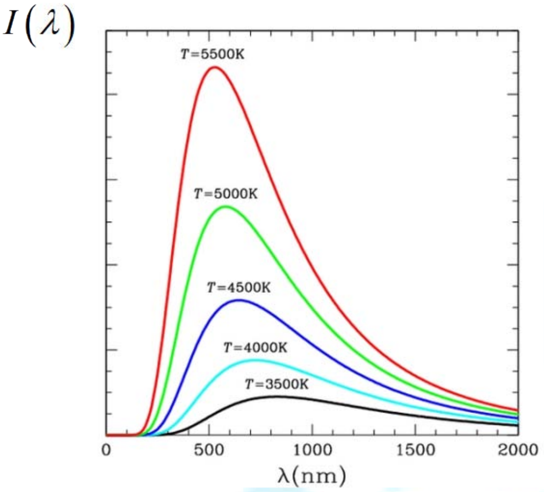
$$I = \int I(\lambda)\, d\lambda = \sigma T^4$$

donde $I(\lambda)$ depende de la T y de λ.

Como vemos, la longitud de onda λ para la cual la $I(\lambda)$ es máxima depende de la temperatura. Pero la forma de la curva es siempre la misma. Experimentalmente se obtuvo que $\lambda_{max} \simeq \dfrac{2{,}90\quad 10^{-3}\ m\ K}{T}$



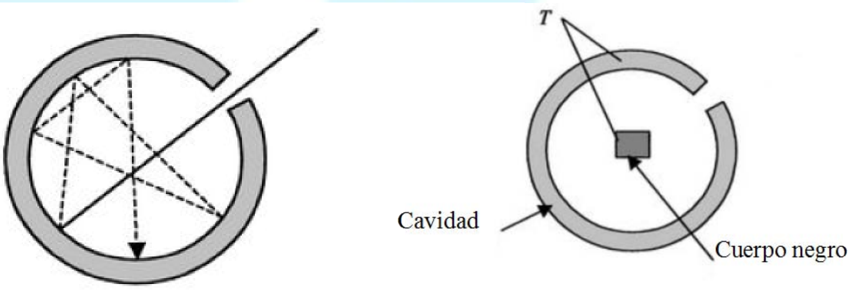
Esta es la **Ley de desplazamiento de Wien**. En las figuras, mostramos curvas experimentales de la intensidad de la radiación en función de la longitud de onda para distintas temperaturas y un detalle para las longitudes de onda correspondientes a la luz visible.



¿Cómo interpretar estos gráficos? En el caso del Sol, se determinó que la temperatura de su superficie era de unos 5700K porque $\lambda_{max} \simeq \dfrac{2{,}90 \quad 10^{-3}\ m\ K}{T} \simeq 508\,10^{-9}\,m = 508\,nm$.[4]

6.5.5 Ley de Rayleigh

A fines del siglo XIX, Rayleigh consideró el caso de luz "encerrada" en una caja rectangular con lados perfectamente reflectantes. Una caja ahuecada mantenida a temperatura *T* constante se comporta como un cuerpo negro: hay muchas absorciones y reflexiones. Muy pocos de los rayos entrantes, salen de la cavidad (cantidad despreciable). Esto no depende de la naturaleza de los materiales que forman las paredes interiores. Si introducimos un cuerpo a la misma *T*, como vimos, la energía absorbida por la caja será la misma que la irradiada.
La intensidad que incide sobre las paredes es igual a la que emite si todo está en equilibrio a una temperatura *T*.



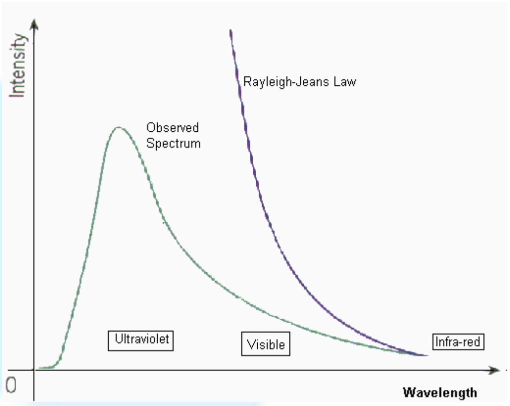
Es decir, Rayleigh construyó un cuerpo negro y observó cómo irradiaba (todo a la misma temperatura). Llegó, experimentalmente a que la intensidad con la que irradiaba en cada longitud de onda estaba dada por

[4] Que el color con el que lo vemos sea amarillo responde también a la atmósfera y a cómo es la visión humana.

$$I(\lambda) = 2\pi ck \frac{T}{\lambda^4}$$

donde $k \simeq 1{,}38\ 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$ es la **constante de Boltzmann** y c es la velocidad de la luz en el vacío. Esta es la **Ley de Rayleigh-Jeans.**

Como vemos en el gráfico, esta ley funciona más o menos bien para ondas largas pero no para ondas muy cortas (a esta discrepancia se la llamó ***catástrofe ultravioleta***).



6.5.6 Ley de radiación de Planck

En 1900 Max Planck dedujo una función que concordaba con las curvas experimentales. La **Ley de radiación de Planck** (incluye a las de Wien y Stefan-Boltzmann).

$$I(\lambda,T) = 2\pi c^2 k \frac{1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)}$$

donde $h \approx\sim 6{,}626\ 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$.

También se puede expresar cómo

$$I(\nu,T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}$$

Reemplazando valores, la expresión de la intensidad en el Sistema Internacional resulta

$$I(\lambda,T) = \frac{3{,}742\ 10^{-16}\ \mathrm{Wm^2}}{\lambda^5 \left(e^{\frac{1{,}4385\ 10^{-2}\ \mathrm{Km}}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

Observen que si se deriva su expresión respecto de λ y se iguala a cero, se obtiene la la Ley de Wien. Si, en cambio, se integra se obtiene la de Stefan- Boltzmann.

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

6.6. Ley de enfriamiento de Newton

Cuando la diferencia de temperaturas entre un cuerpo y el medio ambiente “no es muy grande”, el calor transferido por unidad de tiempo por conducción, convección y radiación, puede resumirse como

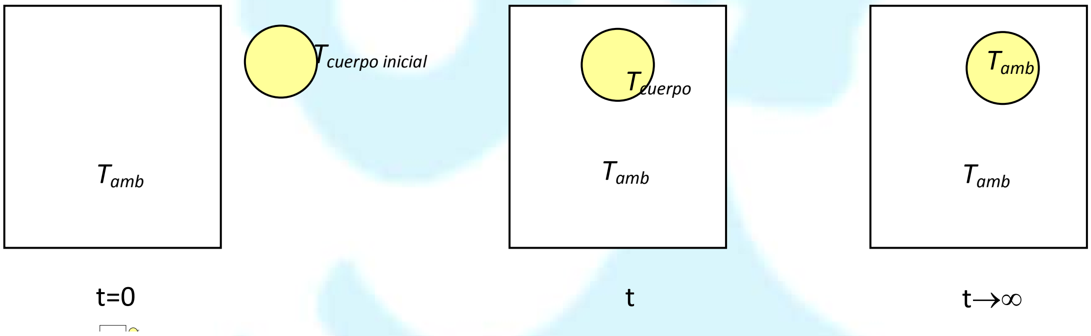
$$\frac{dT}{dt} = \upsilon\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right)$$

donde $\frac{dT}{dt}$ representa la variación en el tiempo de la temperatura del cuerpo y υ es (aproximadamente) una constante positiva (característica de cada cuerpo). Observen que si $T_{cuerpo} > T_{ambiente}$, el cuerpo disminuirá su temperatura en el tiempo, i.e. $\frac{dT}{dt} < 0$

$$\frac{dT_{cuerpo}}{\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right)} = \upsilon dt = -\frac{dT_{cuerpo}}{\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right)} \quad \Rightarrow \ln\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right) = -\upsilon\, t + cte \quad \Rightarrow$$

$$\ln\frac{\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right)}{\left(T_{\substack{cuerpo\\inicial}} - T_{ambiente}\right)} = -\upsilon\, t \quad \Rightarrow \frac{\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right)}{\left(T_{\substack{cuerpo\\inicial}} - T_{ambiente}\right)} = e^{-\upsilon\, t} \quad \Rightarrow$$

$$T_{cuerpo} = T_{ambiente} + \left(T_{\substack{cuerpo\\inicial}} - T_{ambiente}\right)e^{-\upsilon\, t}$$



Esta ley proviene de pensar que la velocidad de transferencia de calor debido a los tres procesos en conjunto puede escribirse como $\frac{\delta Q}{dt} = k\Delta T$ donde $\Delta T = T_{cuerpo} - T_{ambiente}$ [5]. Si esta última cantidad es positiva, significa que el flujo de calor tiene el sentido “saliente” del

[5] La parte de radiación sería proporcional a $T_{amb}^4 - T_{cuerpo}^4$ que es proporcional a $T_{amb} - T_{cuerpo}$

Liliana I. Perez, María T. Garea, Guillermo D. Santiago

cuerpo. Es decir, el cuerpo le entrega calor al medio ambiente. Tendríamos la siguiente situación con $T_{cuerpo} - T_{ambiente} \geq 0$

¿Cuál fue el calor absorbido por el cuerpo en el instante t? Si la capacidad calorífica es C y su masa es M, tendremos que

$$Q_{\substack{absorbido \\ por\ la\ masa\ M}} = MC\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right)$$

Esta cantidad de calor resulta (en nuestro ejemplo de temperatura ambiente menor que la del cuerpo) negativa, lo que corresponde a que el cuerpo no absorbe calor sino que entrega calor al ambiente. El calor entregado al ambiente es

$$Q_{\substack{entregado \\ por\ la\ masa\ M}} = -MC\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right) > 0$$

donde T_{cuerpo} será una función del tiempo. Como consecuencia, la velocidad de entrega de calor al medio ambiente (del cuerpo al ambiente) estará dado por

$$\frac{\delta Q_{\substack{entregado \\ por\ la\ masa\ M}}}{dt} = -MC\frac{dT_{cuerpo}}{dt}$$

(Observación: como el cuerpo disminuye su temperatura, resulta así que $\frac{\delta Q_{\substack{entregado \\ por\ la\ masa\ M}}}{dt} > 0$)

En consecuencia,

$$\frac{\delta Q_{\substack{entregado \\ por\ la\ masa\ M}}}{dt} = -MC\frac{dT_{cuerpo}}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} = k\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right)$$

$$-MC\frac{dT_{cuerpo}}{dt} = k\left(T_{cuerpo} - T_{ambiente}\right) \Rightarrow \frac{dT_{cuerpo}}{dt} = \frac{k}{MC}\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right)$$

con lo que la constante $\upsilon = \frac{k}{MC}$ y $T_{cuerpo} = T_{ambiente} + \left(T_{\substack{cuerpo \\ inicial}} - T_{ambiente}\right)e^{-\upsilon t}$

Si hubiéramos supuesto que el cuerpo está a menor temperatura que la ambiente,i.e. $T_{cuerpo} - T_{ambiente} \leq 0$, podríamos (por ejemplo) considerar como "positiva" la transferencia de calor del ambiente al cuerpo. En ese caso

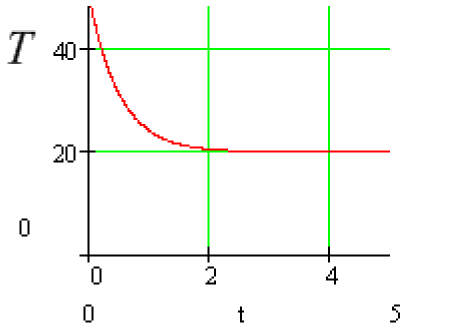
$$\frac{\delta Q}{dt} = k\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right) \quad ; \quad \frac{\delta Q_{absorbido}}{dt} = MC\frac{dT_{cuerpo}}{dt}$$

$$\frac{MC}{k}\frac{dT_{cuerpo}}{\left(T_{ambiente} - T_{cuerpo}\right)} = dt$$

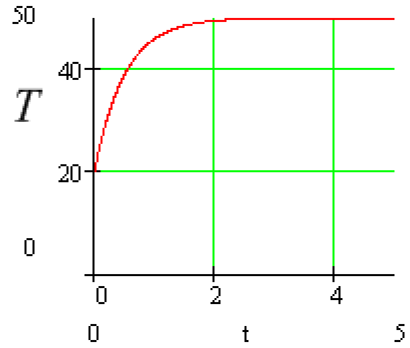
Haciendo los cálculo correspondientes, se obtiene nuevamente

$$T_{cuerpo} = T_{ambiente} + \left(T_{\substack{cuerpo \\ inicial}} - T_{ambiente} \right) e^{-\upsilon t}$$

La única "diferencia" es que en este caso, $\left(T_{\substack{cuerpo \\ inicial}} - T_{ambiente} \right)$ resulta negativa. En el gráfico de la izquierda se consideró que $T_{ambiente} = 20^{o}C$, $T_{cuerpo} = 50^{o}C$ y $\nu = 2\,{}^{1}\!/_{s}$. En la figura de la derecha, la temperatura original del cuerpo era menor que la del ambiente.



Enfriamiento



Calentamiento

---

[1] Juan Inzunza B. *Introducción a la Mecánica*. http://www.slideshare.net/clasesdequimica/libro-fisica-24431882
[2] http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/science/aqa_pre_2011/energy/heatrev1.shtml
[3] http://www.masisa.com/col/productos/recomendaciones-practicas/arquitectura-de-interiores/aislacion-termica.html
[4] http://lasmilrespuestas.blogspot.com.ar/2012/10/que-es-la-conduccion-del-calor.html
[5] http://microrespuestas.com/cuales-son-los-tipos-de-transferencia-del-calor
[6] http://fisica5d-transferenciadecalor.blogspot.com.ar/
[7] http://solidworkstutorialx.com/types-of-heat-transfer/
[8] http://cbtis37transferenciadecalor.blogspot.com.ar/
[9] Ingo Müller "A History of Thermodynamics" Springer (se puede bajar de la Biblioteca de Ciencia y tecnología) http://www.biblioteca.mincyt.gob.ar/
[10] Mark W. Zemansky *Calor y Termodinámica* (1968) Ed. Aguilar